

Un modèle de conditionnalité *ex ante* de l'intervention multilatérale

Cécile Bastidon¹

Résumé : Dans le cadre d'une conditionnalité de type *ex ante*, la vérification des conditionnalités est antérieure aux transferts, par opposition à la conditionnalité actuelle, où elle est postérieure. L'objet de notre modèle est de déterminer si ce mode d'intervention permet de limiter les comportements d'aléa moral des prêteurs privés et des emprunteurs actuellement associés à l'intervention du Fonds Monétaire International. Le transfert effectué est, ici, lié à une note préalablement attribuée. Les prêteurs privés sont divisés en deux catégories : les "spéculateurs" et les "investisseurs". Selon nos hypothèses, le régime de conditionnalité *ex ante* permet d'exercer une contrainte d'incitation, renforcée par le lien entre investissements durables et système de notation. Par rapport au cas de référence d'une conditionnalité *ex post*, l'efficacité de l'intervention se trouve améliorée en termes d'allocation optimale des ressources multilatérales et de prévention des crises, même si l'importance accordée par le Fonds Monétaire International à la stabilisation à court terme du système de financement international entraîne la persistance d'un aléa moral de l'emprunteur.

Mots clés : dette souveraine et crises de dette ; asymétries d'information ; Institutions Financières Internationales.

Classification JEL : F33 ; F34 ; D82

¹ CEFI/Université de la Méditerranée. Email bastidon@univ-aix.fr

1. Introduction

Considérant l'existence d'un risque de système, un emprunteur souverain "*too big to fail*" est généralement renfloué afin d'éviter une déstabilisation des marchés financiers internationaux². Bien que cette intervention puisse être optimale à court terme du point de vue de la stabilisation immédiate du système de financement international, elle ne l'est pas au regard des critères d'allocation optimale des ressources multilatérales et d'efficience dans la prévention des crises. L'intervention n'est donc pas *globalement optimale*³, ainsi que l'illustre la récurrence des crises depuis la seconde moitié des années 1990.

Notre objet est de montrer que la mise en œuvre par le Fonds Monétaire International d'un régime dit de "sélectivité", défini par l'association d'une conditionnalité de type *ex ante* et d'une détermination du transfert multilatéral sur la base d'une note attribuée à l'emprunteur, permettrait de répondre au critère d'optimalité macroéconomique globale. Le principe de sélectivité, défini dans le cadre d'un débat interne aux Institutions financières internationales confrontées aux critiques dont leur intervention fait l'objet (mais aussi à l'ampleur limitée de leurs moyens), suppose que l'efficacité des transferts multilatéraux dépende moins des montants distribués que de la réelle volonté des dirigeants politiques de les utiliser à bon escient. Il s'agit alors de sélectionner, selon un système de notation mis en œuvre préalablement à la demande de prêt, les Etats paraissant les mieux à même d'engager des politiques de financement extérieur soutenable et de développement de long terme, et de leur réserver les fonds multilatéraux.

² Selon GOODHART et HUANG [2000] "il est inévitable de prêter à des institutions insolubles, puisque le coût social du risque systémique [...] est largement supérieur à celui d'un renflouement". De même, selon EICHENGREEN et RUHL [2000], "les coûts du défaut et de la restructuration sont si importants qu'il n'est pas cohérent temporellement [...] de ne pas intervenir si les prêteurs privés refusent de prolonger les échéances, de restructurer la dette, ou de prêter à nouveau". Ceci est habituellement rapproché des paragraphes v) et vi) de l'article I des Statuts du Fonds Monétaire International.

³ Nous définissons, ici, l'optimalité macroéconomique globale par la conjonction de l'optimalité du point de vue de la préservation du système de financement international à court terme (la "gestion des crises"); de l'optimalité du point de vue de l'allocation des ressources multilatérales; et de l'optimalité du point de vue de la préservation du système de financement international à long terme (la "prévention des crises"). Ce dernier critère suppose, notamment, que le montant et la composition des transferts (publics et privés) soient compatibles avec les objectifs de développement durable de l'emprunteur (ARTUS [2000], FEDERICO [2001]). Dans les modèles de crises financières récents, l'aléa moral a généralement pour conséquence la sous-optimalité de l'intervention lorsque le risque de système n'est pas pris en compte, ou n'est pas un déterminant principal de l'utilité du prêteur; ceci d'autant plus qu'aucun mécanisme de rationnement du crédit n'est spécifié, ou que l'emprunteur n'a pas d'objectif de développement explicite (AIZENMAN et TURNOVSKY [1999]). L'intervention revêt, dans le cas contraire, un caractère optimal, dès lors qu'il est possible de contraindre les prêteurs à internaliser une partie de leurs pertes (ARTUS [2000]).

Notre point de départ est le modèle de FEDERICO [2001], relatif à l'octroi de prêts multilatéraux par le Fonds Monétaire International dans un contexte de crise et de fuite de capitaux. Ce modèle traite de l'aléa moral de l'emprunteur et des prêteurs par le biais d'une probabilité de crise endogène. Il permet de tirer les conclusions suivantes :

— L'aléa moral de l'emprunteur apparaît lorsque le pays détient une partie du pouvoir de négociation au détriment de l'organisme multilatéral, et peut être résolu au moyen d'une conditionnalité *ex ante*. L'éventualité d'un défaut sur la dette privée doit cependant être exclue, et l'ampleur de la crise limitée.

— En cas de crise de grande ampleur, il est nécessaire d'impliquer le secteur privé, afin de limiter le volume d'intervention multilatérale. L'éventualité d'un rationnement du crédit privé suppose cependant un arbitrage de la part du prêteur multilatéral. Par ailleurs, la conditionnalité formalisée est, ici, de type *ex post*, et ne peut donc être opératoire que si l'emprunteur souverain ne possède pas de pouvoir de négociation, ce qui n'est pas réaliste puisque la crise est de grande ampleur.

Notre objet est de proposer une forme de conditionnalité *ex ante* dont les conditions de validité, du point de vue des caractéristiques de l'emprunteur, soient les moins restrictives possibles. En particulier, ceci suppose de définir une forme d'incitation ayant prise sur les emprunteurs dotés d'un pouvoir de négociation important. L'endogénéisation des comportements privés dans le cadre de cette conditionnalité *ex ante* semble constituer un élément déterminant à cet égard.

Partant, les hypothèses et la séquence du modèle de sélectivité sont présentés dans la section 2. La section 3 est consacrée au développement des fonctions d'utilité des acteurs, et la section 4 à la résolution du modèle. Dans la section 5 sont envisagées certaines conditions d'optimalité à l'intervention multilatérale non explicitement incluses dans la formalisation.

2. Hypothèses et séquence du modèle

2.1. Hypothèses du modèle

La dimension temporelle de notre modèle est rendue par la détermination du rapport de force entre le prêteur multilatéral et l'emprunteur sur la base de leurs valeurs d'options respectives, selon le principe de RUBINSTEIN [1982]⁴. La séquence considérée correspond à

⁴ Selon RUBINSTEIN [1982], il échoit à chacun des acteurs d'un processus de négociations un surplus positivement relié à sa capacité à attendre. Par ailleurs, HOUBA, SNEEK et VARDY [2000] montrent que lorsque l'activité économique est susceptible de se poursuivre en l'absence d'accord considéré comme efficient par les deux parties, l'acteur dont la préférence pour le présent est la plus faible, qui se soucie des conséquences de cette poursuite d'activité, est caractérisé par une faible valeur d'option. Nous supposons que,

l'unité de temps que constituent le choix de politique économique du pays, l'éventualité d'une crise et d'un mouvement de fuite des capitaux, et le renflouement multilatéral.

Le modèle de sélectivité présente, outre l'usage du principe de conditionnalité *ex ante*, trois particularités :

— L'effort entrepris avant la crise à laquelle fait face le pays donne lieu à une note, véritable signal pour les investisseurs privés ("*news*"), qui conditionne la proportion d'investissements durables et d'investissements spéculatifs réalisés.

— Cette proportion détermine, conjointement aux effets directs de l'effort, la probabilité de crise.

— Le renflouement éventuel comprend deux composantes : l'une est directement déterminée par le rapport de force issu de la nécessité d'éviter la réalisation du risque de système ; l'autre dépend de la note attribuée.

Il existe deux catégories d'investisseurs privés, différenciées selon leurs horizons temporels : les "fondamentalistes" et les "chartistes". Les entrées de capitaux courts (k_2), du fait des chartistes, sont conditionnées par la logique d'aléa moral particulière au statut *too big to fail*² de l'emprunteur. Leur montant est exogène. Les investissements durables (k_1), réalisés par les fondamentalistes, dépendent au contraire positivement de la note⁵. La crise fait suite à un éventuel retrait prématuré des investissements spéculatifs, dans l'éventualité d'une crise de défiance – le délai de retrait des investissements durables étant supérieur à l'horizon temporel de la séquence retenue. Dans ce contexte, le Fonds Monétaire International est la seule institution susceptible de fournir de la liquidité⁶.

Les performances macroéconomiques de l'emprunteur sont connues du prêteur : la "note" attribuée reflète l'effort entrepris et les résultats obtenus⁷. Afin de limiter les mouvements de capitaux associés à une première notation ou à une dégradation, il est nécessaire que cette notation soit universelle et progressive (BLINDER [2000]). L'universalité

de même que le prêteur en dernier ressort de GOODHART et HUANG [1999], le Fonds Monétaire International considère ici cette poursuite d'activité comme préjudiciable.

⁵ L'hypothèse d'un "effet catalyse" des transferts multilatéraux sur les flux privés est validée dans un contexte de prévention et de résolution (mais non de gestion) des crises, selon COTTARELLI et GIANNINI [2002].

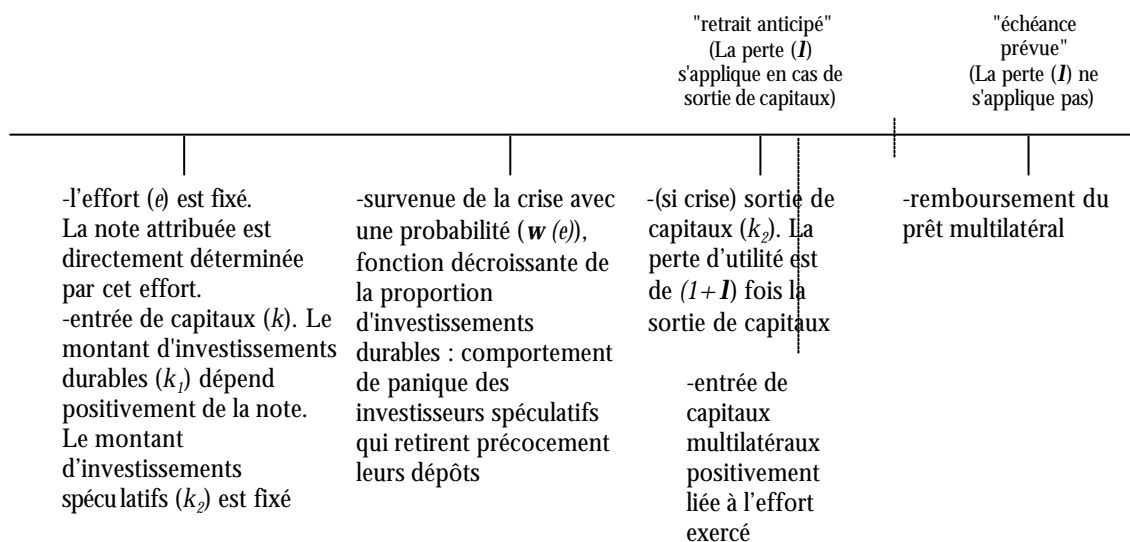
⁶ Le retrait des capitaux s'accompagne d'une double désutilité correspondant au besoin de financement supplémentaire qui en résulte (effet direct) et au caractère massif et imprévu de ce retrait (effet indirect). Le transfert multilatéral permet d'éviter la seconde composante de cette perte d'utilité. Cette formalisation constitue une variante du mécanisme selon lequel les transferts réalisés par les Institutions financières internationales peuvent avoir un effet positif sur le délai de stabilisation (CASELLA et EICHENGREEN [1994]).

⁷ Nous supposons que la notation reflète les fondamentaux macroéconomiques, mais également microéconomiques (dans une perspective de financement à long terme de l'économie) et une série d'objectifs de développement durable. La prise en compte d'un objectif de développement durable présente un double avantage : d'une part, elle devrait infléchir les décisions dans le sens d'un allongement de l'horizon temporel, ce qui contribue à la prévention des crises. D'autre part, elle constitue une mesure de la volonté politique des gouvernements moins biaisée par leur situation de départ que les fondamentaux. Ainsi, l'éligibilité aux financements multilatéraux risque moins d'être réduite aux Etats qui en ont le moins besoin.

visé à éviter l'effet de signal défavorable auquel serait confronté un Etat demandant à être noté, dès lors que les investisseurs anticipent qu'il souhaite bénéficier d'un renflouement. La progressivité vise à ralentir l'ajustement des flux de capitaux en cas de notation dégradée. Ainsi, il est souhaitable que celle-ci comprenne plusieurs degrés, à l'instar des notations des agences privées.

Enfin, malgré les inconvénients associés à la pratique de cette notation par le Fonds Monétaire International, nous retenons cette solution, pour des raisons théoriques⁸, mais également pratiques, c'est-à-dire de faisabilité. Cette solution présente, en effet, l'avantage de ne pas supposer de réforme radicale des Institutions financières internationales, ce qui limite les difficultés politiques relatives à son éventuelle mise en œuvre.

2.2. Séquence du modèle



La séquence retenue comporte une seule période, définie sur l'axe ci-dessus. L'effort exercé par l'emprunteur est fixé en premier. Il donne lieu à une note attribuée par le prêteur multilatéral, sur une échelle continue. Le rapport entre investissements durables (k_1) et placements spéculatifs (k_2) dépend positivement de cette note et, à son tour, détermine la probabilité de crise $[w(e)]$. Le niveau de renflouement éventuel est d'autant plus important que la note est élevée. L'effort choisi par l'emprunteur en début de période intègre l'ensemble de ces effets, qui lui sont connus.

⁸ La justification du diagnostic d'éligibilité aux fonds multilatéraux par l'organisme qui pratique le prêt fait l'objet de l'analyse de RODRIK [1997]. De même, ROGOFF [1999] met en avant, à propos d'une éventuelle augmentation des moyens des Institutions financières internationales destinée à faire face aux crises de "troisième génération", la nécessité de ne pas dissocier l'organisme doté de celui qui édicte et fait appliquer les conditionnalités microéconomiques (règles prudentielles).

L'intervention multilatérale présente donc ici une incidence doublement positive du point de vue du pays :

— D'une part, l'aide à la balance des paiements permet de disposer d'un délai d'ajustement, dès lors que le renflouement évite la perte d'utilité supplémentaire associée au retrait prématuré des capitaux. Le transfert multilatéral évite, notamment, un effondrement du système bancaire domestique dans une logique de type DIAMOND et DYBVIG [1983].

— D'autre part, le respect par le pays des règles permettant d'obtenir une note favorable, donc de bénéficier éventuellement d'un renflouement supplémentaire constitue en lui-même un moyen de réduire la probabilité de crise. En effet, la note attribuée a valeur de signal pour les investisseurs privés.

3. Un modèle d'octroi de prêts multilatéraux conditionnés à la notation des emprunteurs

3.1. Fonction d'utilité du prêteur multilatéral

a) Déterminants du transfert multilatéral

Le rapport de force caractéristique du statut de *too big to fail*⁹ de l'emprunteur détermine ici partiellement le transfert réalisé :

— Le montant ($c k_2$) représente la "composante obligée" du transfert. Le prêteur multilatéral ayant un objectif de stabilité des marchés financiers internationaux, il existe, quel que soit l'effort mis en œuvre, un montant de transfert incompressible. Ce montant constitue une proportion $\{c \hat{I} [0,1]\}$ des sorties de capitaux (k_2) en cas de crise⁹.

— Le transfert total (x) inclut également une "composante conditionnelle" positivement reliée au niveau d'effort (e)¹⁰. La désutilité liée à la fuite de capitaux privés est donc d'autant mieux compensée par le transfert multilatéral que le pays "joue le jeu".

Le transfert (x) est donc défini comme suit :

$$x = c k_2 + C(e) \quad [1]$$
$$c \hat{I} [0,1], \forall C / \forall e > 0$$

avec ($c k_2$) la composante obligée et $[C(e)]$ la composante conditionnelle. La définition de la composante obligée est immédiate, dès lors que (c) est connue. Cette variable est

⁹ Il est possible de traiter du cas d'un emprunteur non *"too big to fail"*, en spécifiant ($c = 0$).

¹⁰ La variable ($e \hat{I} [0,1]$) désigne indifféremment le niveau d'effort ou la note, par suite de notre hypothèse selon laquelle les performances macroéconomiques du pays sont connues du prêteur multilatéral.

associée au rapport de force entre les acteurs et dépend de leurs valeurs d'options, selon la relation suivante :

$$c = 1 - \left(\frac{1-c}{1-c^*} \right)^2 \quad [2]$$

$c, c^* \in \hat{\mathbf{I}} [0,1], c > c^*$

(c) et (c*) désignent respectivement le coefficient de corrélation entre crise individuelle de l'emprunteur et réalisation du risque de système évalué par le prêteur, et le seuil permettant de définir l'emprunteur comme *"too big to fail"*.

Le problème de la conditionnalité *ex ante* se pose dans le cas où ($c > c^*$), associé à l'impossibilité de faire respecter la conditionnalité *ex post*. Dans cet intervalle, la composante obligée représente une fraction de la fuite de capitaux d'autant plus importante que (c) est grand, et que l'écart entre (c) et (c*) est important.

La composante conditionnelle est déterminée par le niveau d'effort choisi par l'emprunteur en fonction de ses incidences sur la maturité des investissements privés réalisés, la probabilité de crise individuelle, et le renflouement multilatéral éventuel. Il ne s'agit donc pas d'un processus de marchandage à proprement parler : la résolution repose sur une décision prise par l'emprunteur sur la base du lien, spécifié par le prêteur multilatéral¹¹, entre cette décision et le renflouement éventuel, et non sur la maximisation d'une somme pondérée d'utilités.

b) Fonction d'utilité du prêteur multilatéral par rapport au transfert et à l'effort

L'objectif du prêteur multilatéral est défini par trois éléments : la stabilité du système de financement international, la préservation des ressources multilatérales et la prévention des crises. Son utilité est donc définie sur un intervalle borné par l'ampleur de la fuite des capitaux (k_2), représentant par hypothèse le transfert le plus élevé possible, sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} Eu(x,e) &= 0, & e \in \hat{\mathbf{I}} [0,1] ; x \in \hat{\mathbf{I}} [0,\chi k_2] \\ &= 1 - x \mathbf{w}(e), & e \in \hat{\mathbf{I}} [0,1] ; x \in \hat{\mathbf{I}} [ck_2, k_2] \end{aligned} \quad [3]$$

Cette fonction d'utilité, comme celle de l'emprunteur, inclut une fonction de probabilité de crise [$\mathbf{w}(e)$], négativement liée à la proportion d'investissements durables (STIGLITZ

¹¹ La composante obligée ne peut figurer en tant que telle dans les Statuts du prêteur multilatéral. En revanche, les emprunteurs, qui en connaissent l'existence, extrapolent la règle définissant le renflouement selon le principe suivant : les transferts sont proportionnels à la note, *au delà de la composante obligée*.

[2002])¹². Nous retenons ici l'hypothèse selon laquelle cette relation est connue des acteurs. Dans ce qui suit, le lien négatif entre le ratio investissements durables/capitaux spéculatifs (k_1/k_2) et la probabilité de crise individuelle (w) est pris en compte par le biais de la fonction suivante :

$$w(e) = \bar{w} [1 - (k_1/k_2)] \text{ avec } \bar{w} = 1 \quad [4]$$

Les entrées de capitaux spéculatifs sont exogènes et normées à un, et les entrées d'investissements durables sont positivement liées à la note attribuée par le prêteur :

$$\begin{aligned} k_1 &= e \\ k_2 &= cte = 1 \\ k &= k_1 + k_2 \end{aligned}$$

Soit la fonction de probabilité de crise et la fonction d'utilité du prêteur suivantes :

$$w(e) = \bar{w} (1 - e) \quad [4b]$$

$$\begin{aligned} Eu(x,e) &= 0, & e \hat{I} [0,1] ; x \hat{I} [0,c[\\ Eu(x,e) &= 1 - x\bar{w} (1 - e) & e \hat{I} [0,1] ; x \hat{I} [c,1[\end{aligned} \quad [3b]$$

La fonction d'utilité du prêteur est donc nulle (ou non définie) en deçà de la composante obligée (c), puis décroissante en fonction du transfert et croissante en fonction de l'effort. Nous développons cette fonction d'utilité selon deux versions :

— Dans le cas $x=c$, le transfert est limité à la composante obligée. La seule contrainte d'incitation exercée par le prêteur procède de l'impact des notes attribuées sur le comportement des investisseurs privés. Cette version constitue un cas de référence destiné à mettre en évidence que le bénéfice, en terme de prévention des crises, retiré par le prêteur multilatéral de l'adjonction d'une composante conditionnelle dépasse la perte d'utilité associée à un usage supplémentaire de ressources multilatérales¹³.

— Dans le second cas, qui correspond au régime de sélectivité à proprement parler, les notes attribuées déterminent les investissements privés *et* le transfert multilatéral (soit $x=c+x(e)$, $x'(e)>0$).

¹² Dans un esprit assez similaire, ROGOFF [1999] note que les financements extérieurs désintermédiés, notamment les investissements directs, incluent un mécanisme automatique de partage du risque (*automatic device for risk sharing*). En outre, en cas de mouvement de défiance à l'égard de l'emprunteur, ce type de financement permet, selon lui, de limiter l'ampleur des chocs de liquidité.

¹³ Alternativement, ce cas peut se comprendre comme celui où c est proche de la contrainte budgétaire du prêteur, qui ne peut alors aller au-delà.

c) *Fonction d'utilité du prêteur par rapport à l'effort – (cas $x=c$)*

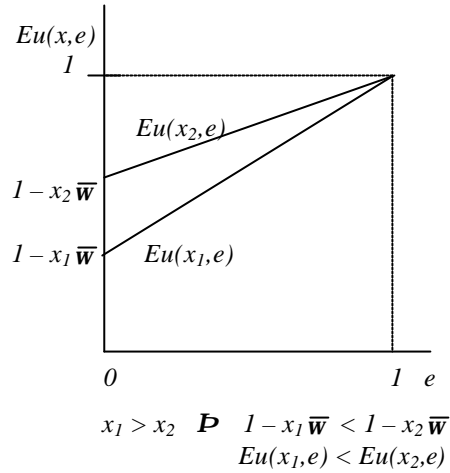


Figure 1

Cas ($x=c$) – *Fonction d'utilité du prêteur par rapport au niveau d'effort*

Dans ce cas, la fonction d'utilité du prêteur décroît linéairement par rapport au transfert. Par rapport au niveau d'effort (cf. Figure 1), l'utilité est croissante et, pour un même niveau d'effort, d'autant moins élevée que le niveau de transfert est important.

d) *Fonction d'utilité du prêteur par rapport à l'effort – cas ($x=c+x(e)$)*

Nous supposons ici que la règle spécifiant le renflouement, connue de l'emprunteur, est la suivante : en l'absence de tout effort¹⁴, le renflouement est limité à la composante obligée, et dans le cas où l'effort est maximum, le renflouement compense intégralement la sortie de capitaux et permet donc d'éviter toute perte d'utilité due à leur retrait prématuré¹⁵. Par ailleurs, le transfert dépend linéairement de l'effort. On a donc :

$$x = c + (1-c) e \quad [5]$$

Soit la fonction d'utilité suivante :

$$Eu(e) = 1 - [c + (1-c) e] \bar{w} (1 - e) \quad e \in \hat{\mathbf{I}} [0,1] \quad [3c]$$

¹⁴ En fait, si le système de notation permet d'exercer une contrainte d'incitation sur l'emprunteur, celui-ci choisit un niveau d'effort strictement positif : celui-ci appartient donc nécessairement à l'intervalle $]0,1[$

¹⁵ Dans ces deux cas, les investissements durables atteignent respectivement leurs niveaux minimum (c'est-à-dire nul) et maximum.

Lorsque la composante obligée du renflouement est relativement peu importante, cette fonction d'utilité est convexe et strictement croissante : la prévention des crises est toujours plus fortement pondérée que la préservation des ressources multilatérales. Au contraire, lorsque cette composante est relativement importante, $Eu(e)$ présente un point d'inflexion dans l'intervalle $e \in \tilde{I} [0,1]$. Pour un niveau d'effort peu élevé, l'utilité du prêteur est donc décroissante dès lors que le gain d'utilité associé à la prévention des crises, permise par un transfert positivement relié à l'effort, ne compense pas la perte d'utilité associée à l'usage supplémentaire de ressources multilatérales (Cf Figure 2, ci-dessous).

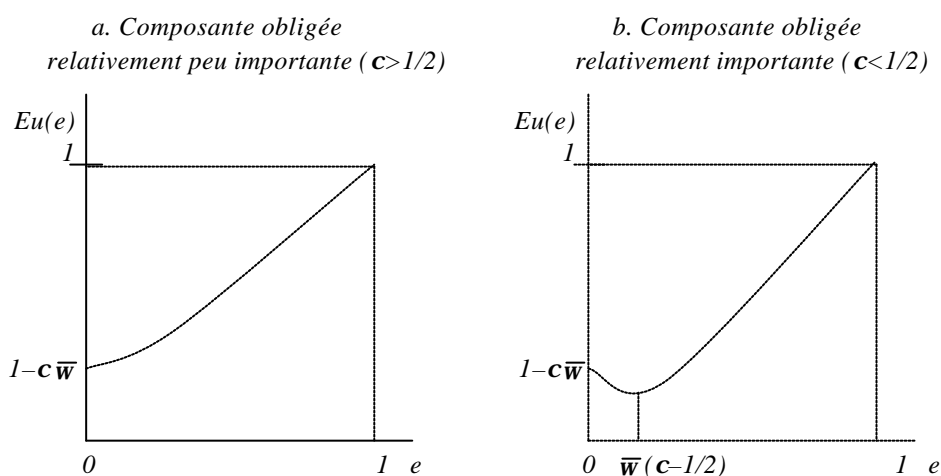


Figure 2
Cas ($x=c + (1-c)e$) – Fonction d'utilité du prêteur multilatéral
par rapport au niveau d'effort

Soient (e^*) et (\tilde{e}) les niveaux d'effort choisis, respectivement dans les cas ($x=c+x(e)$) (sélectivité) et ($x=c$) (décaissement de la seule composante obligée). On note $\{Eu(x^*,e^*)\}$ et $\{Eu(c,\tilde{e})\}$ les valeurs prises par (Eu) dans ces deux cas. Il est nécessaire, pour que le régime de sélectivité soit conforme à l'objectif d'optimalité macroéconomique globale au sens du prêteur, que l'incitation exercée par le transfert conditionnel conduise l'emprunteur à choisir un niveau d'effort (e^*) répondant à la condition suivante :

$$Eu(x^*,e^*) > Eu(c,\tilde{e})$$

Cette condition étant vérifiée, la pratique d'un transfert partiellement proportionnel à l'effort précédemment exercé permet d'améliorer l'utilité du prêteur comparativement au cas d'un transfert limité à la seule composante obligée.

3.2. Fonction d'utilité de l'emprunteur souverain

Cette fonction repose sur la distinction entre effets directs et indirects des investissements privés, selon leur maturité. L'intervention multilatérale permet, en cas de crise, d'éviter au moins en partie la perte d'utilité due au retrait prématuré des capitaux spéculatifs. La fonction d'utilité qui en résulte est concave par rapport à l'effort, d'où l'existence d'une solution intérieure au programme d'optimisation de l'emprunteur.

a) *Effets directs et indirects des entrées de capitaux selon leur maturité*

L'utilité de l'emprunteur est définie sous la forme suivante, en fonction du transfert et de l'effort préalablement réalisé :

$$\begin{aligned}
 Ev(x,e) &= 0, & e \in \hat{I} [0,1] ; x \in \hat{I} [0,\chi k_2[\\
 &= k_1 + \mathbf{p}(e) + k_2 - \mathbf{w}(e) [k_2 + \mathbf{I}(k_2-x)] & [6] \\
 & & e \in \hat{I} [0,1] ; x \in \hat{I} [ck_2, k_2[
 \end{aligned}$$

Soit une somme de deux termes correspondant, respectivement, aux effets directs et indirects des investissements durables (k_1) et des investissements spéculatifs (k_2):

— Le terme ($k_1 + \mathbf{p}(e)$) correspond aux effets des investissements durables. (k_1) représente l'effet direct, c'est-à-dire le gain d'utilité associé à l'entrée de capitaux. Tout investissement, quelle qu'en soit la maturité, a pour conséquence directe un gain d'utilité strictement proportionnel, dès lors qu'il contribue à la couverture du besoin de financement national. Le terme ($\mathbf{p}(e)$) représente le solde des effets indirects, c'est-à-dire le surcroît d'utilité associé au caractère durable des investissements, relativisé par l'existence d'une désutilité liée à l'effort entrepris pour les attirer.

— Le terme ($k_2 - \mathbf{w}(e) [k_2 + \mathbf{I}(k_2-x)]$) correspond aux effets des investissements spéculatifs. (k_2) représente l'effet direct de gain d'utilité proportionnel. L'effet indirect, soit ($-\mathbf{w}(e) [k_2 + \mathbf{I}(k_2-x)]$), correspond à la perte d'utilité encourue en cas de crise, pondérée de l'éventualité ($\mathbf{w}(e)$) d'une telle réalisation. Cette perte d'utilité est la conséquence du retrait des capitaux entrés en début de séquence, soit un montant (k_2), augmenté d'un facteur (\mathbf{I}) associé à la désutilité supplémentaire du retrait de ces capitaux avant l'échéance prévue. Le renflouement permet d'éviter cette désutilité, dès lors qu'il vient se substituer aux investissements privés.

{ $k_1, k_2, \mathbf{w}(e)$ } sont définis comme précédemment dans la fonction d'utilité du prêteur. Par ailleurs, la désutilité de l'effort est spécifiée sous la forme suivante :

$$\mathbf{p}(e) = 1 - e(e+1) \quad e \in \hat{I} [0,1] \quad [7]$$

Le surcroît d'utilité associé aux investissements durables n'est donc pas endogène (hors la réduction de la probabilité de crise incluse dans le terme ($-\mathbf{w}(e) [k_2 + \mathbf{I}(k_2 - c)]$), au

contraire de la désutilité de l'effort, compte tenu de l'inscription temporelle du modèle et de notre hypothèse d'un pays "too big to fail". Pour cette raison, la préférence pour le présent de l'emprunteur est relativement importante, ce qui justifie par ailleurs que l'effet direct des entrées de capitaux soit le même quelle que soit leur maturité. Il vient :

$$\begin{aligned}
 Ev(x,e) &= 0, & e \hat{\mathbf{I}} [0,1] ; x \hat{\mathbf{I}} [0,\chi[\\
 &= (1+e) + [1-e(e+1)] - \bar{\mathbf{w}} (1-e)(1+\mathbf{I}(1-x)) & [6b] \\
 & & e \hat{\mathbf{I}} [0,1] ; x \hat{\mathbf{I}} [c,1[
 \end{aligned}$$

Soit, en remplaçant (x) par sa valeur donnée par [5] :

$$\begin{aligned}
 Ev(e) &= (1+e) + [1-e(e+1)] - \bar{\mathbf{w}} (1-e)[1+\mathbf{I}(1-c - (1-c)e)] \\
 & & e \hat{\mathbf{I}} [0,1] & [6c]
 \end{aligned}$$

b) Fonction d'utilité de l'emprunteur par rapport au niveau d'effort

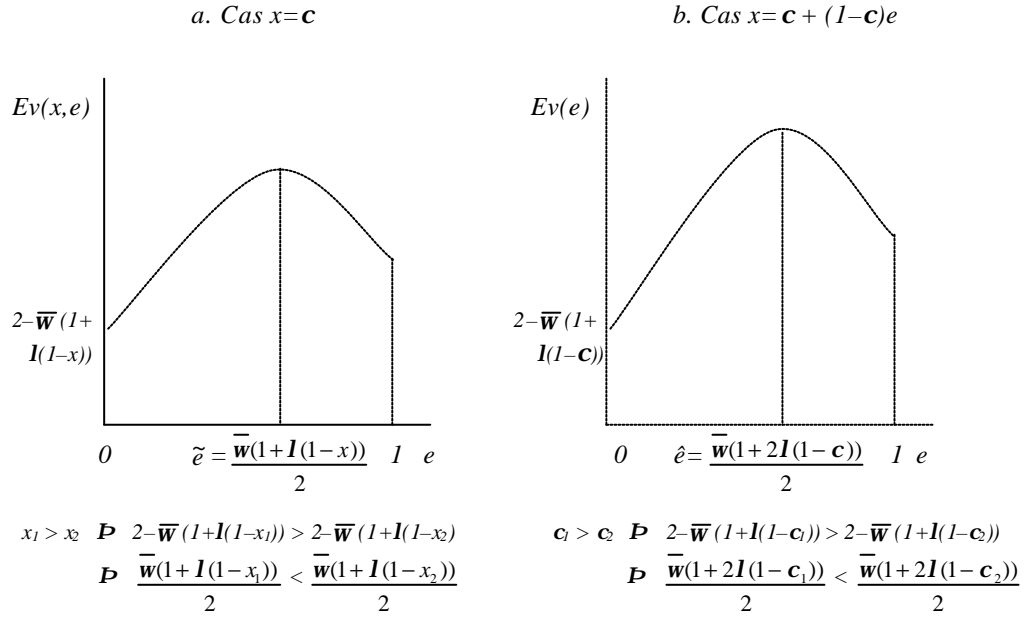


Figure 3

Fonction d'utilité de l'emprunteur dans les cas ($x=c$) et ($x=c + (1-c)e$)

La fonction d'utilité de l'emprunteur est représentée sur la Figure 3 dans les cas ($x=c$) et ($x=c + (1-c)e$). De même que pour le prêteur, elle prend une valeur nulle pour un transfert inférieur à la composante obligée qui permet d'éviter le défaut.

Par rapport à l'effort exercé, la fonction ($E\nu$) est concave. Dans un premier temps, en effet, le gain d'utilité lié à la réduction de la probabilité de crise et à l'ampleur du renflouement multilatéral éventuel (dans le cas ($x=c + (1-c)e$)) domine ; mais il existe un point d'inflexion au-delà duquel ces effets sont plus que compensés par la désutilité de l'effort.

Dans chacun des deux cas (a) et (b), le point d'inflexion se déplace vers la gauche lorsque la composante obligée augmente, en raison de l'aléa moral de l'emprunteur. Cet effet est cependant atténué dans le cas (b), c'est-à-dire celui du régime de sélectivité à proprement parler, pour lequel le point d'inflexion correspond à un niveau d'effort supérieur.

En outre, l'augmentation de l'effort (et l'amélioration de la note) ont un effet ambigu : outre les effets de gain d'utilité précédemment évoqués en termes de transferts multilatéraux et d'amélioration de la crédibilité auprès des investisseurs privés, la diminution de la probabilité de crise qu'elles entraînent a pour conséquence une moindre pondération de la perte d'utilité relative aux sorties de capitaux privées non compensées par des fonds multilatéraux, en cas de crise. Du point de vue de la résolution du modèle de "sélectivité", objet de la section suivante, la concavité de $\{E\nu\}$ implique en tout état de cause l'existence d'un maximum intérieur.

4. Conditionnalité ex post et optimalité macroéconomique globale de l'intervention multilatérale

4.1. Résolution du modèle de sélectivité

a) Définition du contrat optimal

Le contrat optimal est défini comme suit :

— La règle liant le transfert à l'effort est fixée par le prêteur et connue de l'emprunteur. Notre hypothèse est celle d'un transfert limité à la composante obligée dans le cas d'un effort nul, compensant totalement les sorties de capitaux dans le cas d'un effort maximal, et strictement proportionnel à l'effort dans les configurations intermédiaires.

— Considérant cette règle et l'ensemble des incidences de l'effort et du transfert éventuellement associé, le niveau d'effort (e^*) est décidé en début de séquence par l'emprunteur, de manière à maximiser son utilité.

— L'utilité correspondant à (e^*) et au transfert (x^*) réalisé en cas de crise doit permettre d'améliorer l'utilité du prêteur, comparativement au cas où l'incitation repose exclusivement sur la décroissance de la probabilité de crise liée à la structure de la balance des paiements

(cas $x = c$). La vérification de cette contrainte participe de l'intérêt de l'association des régulations formelle et informelle au regard de l'objectif d'optimalité macroéconomique globale, tel que reflété par la fonction d'utilité du prêteur.

Le contrat optimal (x^*, e^*) est donc le suivant :

$$\begin{aligned} (x^*, e^*) &= \text{Arg. max } Ev(x, e) \\ \text{s.c.} \quad x &= c + (1-c) e \\ Eu(x^*, e^*) &> Eu(c, \tilde{e}) \end{aligned}$$

$\{Eu(x^*, e^*)\}$ et $\{Eu(c, \tilde{e})\}$ représentent, respectivement, l'utilité du prêteur dans le cas d'un renflouement associant décaissement inconditionnel et décaissement incitatif ($x = c + (1-c) e$), et dans le cas où le transfert est limité à (c) , (\tilde{e}) étant le niveau d'effort choisi par l'emprunteur dans ce dernier cas.

b) Vérification des conditions de définition du transfert optimal

La première condition est remplie par substitution de (x) dans la fonction d'utilité [6c] du pays. Le couple (\hat{x}, \hat{e}) maximisant cette utilité est le suivant (cf. Figure 3 cas b) :

$$\begin{aligned} \hat{x} &= c + (1-c) \left(\frac{\bar{w}(1+2I(1-c))}{2} \right) \\ \hat{e} &= \frac{\bar{w}(1+2I(1-c))}{2} \end{aligned} \quad [8]$$

La seconde condition $Eu(x^*, e^*) > Eu(c, \tilde{e})$ est remplie dès lors que :

$$1 - [c + (1-c) e^*] [\bar{w} (1 - e^*)] > 1 - c [\bar{w} (1 - \tilde{e})] \quad [9]$$

Il s'agit de vérifier que le couple (\hat{x}, \hat{e}) ci-dessus remplit cette condition, soit de démontrer que l'expression suivante est positive (pour la valeur de (\tilde{e}) , cf. Figure 3 cas b) :

$$\begin{aligned} Eu(\hat{x}, \hat{e}) - Eu(c, \tilde{e}) &= 1 - [c + (1-c) \left(\frac{\bar{w}(1+2I(1-c))}{2} \right)] \\ &\quad [\bar{w} (1 - \frac{\bar{w}(1+2I(1-c))}{2})] \\ &\quad - [1 - c [\bar{w} (1 - \frac{\bar{w}(1+I(1-x))}{2})]] \end{aligned}$$

Ceci équivaut à montrer que l'expression suivante est positive, ce qui est généralement vérifié sans ambiguïté (*cf.* Annexe), ainsi que l'illustre la Figure 4 :

$$Eu(\hat{x}, \hat{e}) - Eu(c, \tilde{e}) > 0 \quad \hat{U} \quad 4I^2 \bar{w}^2 (1-c)^3 + 2I \bar{w} (2-\bar{w}) c (1-c) + c^2 - (c - \bar{w})^2 - c \bar{w}^2 > 0$$

c) Valeurs prises par les exogènes et aires d'indétermination

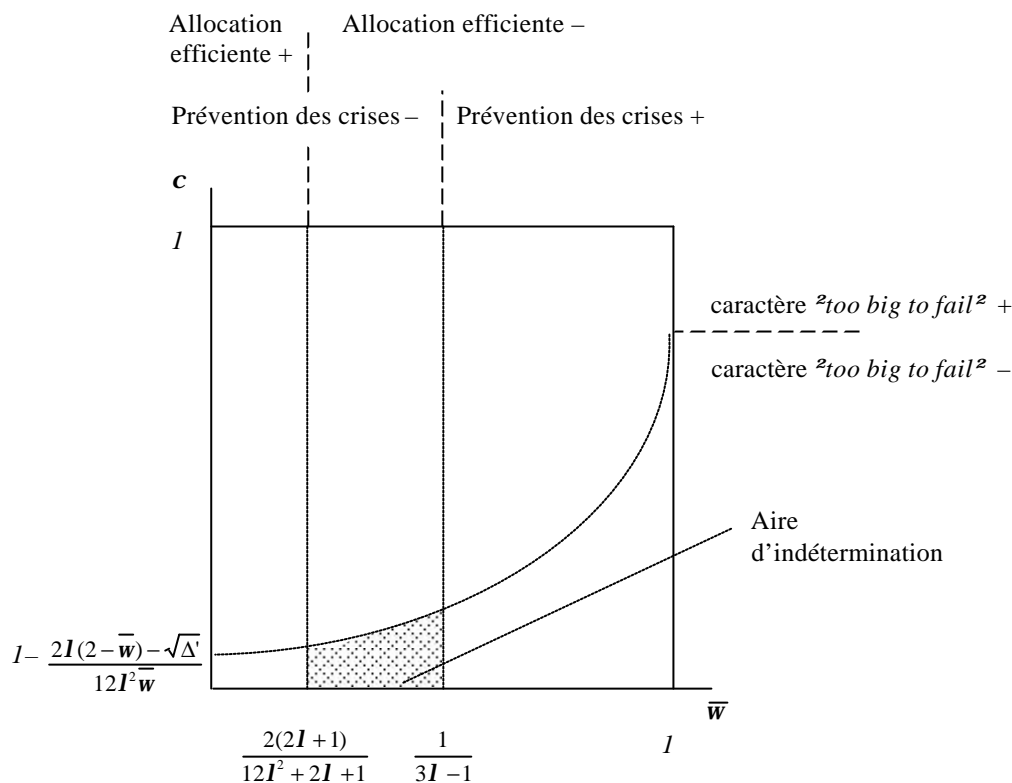
L'existence éventuelle d'une indétermination sur la vérification de $Eu(x^*, e^*) > Eu(c, \tilde{e})$ dépend des valeurs prises par (\bar{w}) , (c) et (I) :

— Lorsque $(\bar{w}) < \left(\frac{2(2I+1)}{12I^2+2I+1}\right)$, le transfert associé à une crise éventuelle est faiblement pondéré : le critère d'allocation optimale des ressources multilatérales joue donc dans le sens de la vérification de la condition. Par ailleurs, la probabilité de crise exogène n'est pas suffisamment importante pour que le prêteur accorde une grande importance au critère de prévention des crises, qui ne joue donc pas dans le sens de la vérification de la condition. Ce dernier effet, cependant, n'est pas prépondérant. La condition est toujours vérifiée.

— Lorsque $\left(\frac{2(2I+1)}{12I^2+2I+1}\right) < (\bar{w}) < \left(\frac{1}{3I-1}\right)$, les deux critères précédents jouent dans le sens de la non vérification, du fait de l'accroissement de la pondération dans la fonction d'utilité du prêteur d'un éventuel décaissement. Dans ce cas, il peut exister une indétermination.

— Lorsque $(\bar{w}) > \left(\frac{1}{3I-1}\right)$, la probabilité de crise exogène devient suffisamment importante pour que la condition soit toujours vérifiée, malgré l'importance d'un renflouement éventuel.

Le seul cas où la condition peut ne pas être vérifiée est celui où (\bar{w}) prend une valeur intermédiaire. Tout dépend alors de l'importance du caractère *"too big to fail"* de l'emprunteur considéré (c) et du facteur de pénalisation (I) . Le cas d'indétermination correspond à l'éventualité d'un emprunteur *"faiblement too big to fail"*, soit $\left(c < \frac{2I(2-\bar{w})-\sqrt{\Delta'}}{12I^2\bar{w}}\right)$: la composante obligée représente une faible proportion du transfert, et la composante conditionnelle une proportion importante. Considérant que le transfert est fortement pondéré (le critère d'allocation optimale des ressources multilatérales joue dans le sens de la non vérification), l'indétermination demeure.



Le signe + mentionné à la suite d'un critère signifie qu'il joue dans le sens de la vérification, et le signe - qu'il joue en sens inverse.

Figure 4
 Vérification de la contrainte $Eu(x^*, e^*) > Eu(c, \tilde{e})$
 selon les valeurs de (c) et (\bar{w})

L'aire d'indétermination se réduit lorsque (I) augmente : l'importance de l'effort exercé se traduit alors par une réduction importante de la probabilité de crise, ce qui améliore l'efficacité de l'intervention du point de vue de l'allocation optimale des ressources multilatérales, comme de la prévention des crises. Ceci se traduit par la diminution de l'amplitude des intervalles de (\bar{w}) et (c) concernés par l'indétermination. Enfin, l'intervalle de (\bar{w}) converge vers 0, ce qui rend peu probable la non vérification.

d) Solution et propriétés de la solution

Le couple (\hat{x}, \hat{e}) maximisant $Ev(x, e)$ remplissant généralement les deux conditions précédemment énoncées, correspond donc au contrat optimal. Le niveau d'effort et le transfert éventuel sont alors les suivants :

$$\begin{aligned}
x^* &= c + (1-c) \left(\frac{\bar{w}(1+2I(1-c))}{2} \right) \\
e^* &= \frac{\bar{w}(1+2I(1-c))}{2}
\end{aligned}
\tag{10}$$

(e^*) est positivement déterminé par la probabilité de crise exogène (\bar{w}) et le facteur de pénalisation (I), et négativement déterminé par le caractère *too big to fail* de l'emprunteur (c). (x^*) est également positivement déterminé par (\bar{w}) et (I), par l'intermédiaire de (e^*) . Il dépend cependant de (c) de manière plus complexe :

$$\begin{aligned}
\frac{\partial x^*}{\partial c} &= 1 - \frac{\bar{w}(1+2I(1-c))}{2} - \bar{w} I(1-c) \\
\frac{\partial x^*}{\partial c} &> 0 \quad \hat{U} \quad c < 1 - \frac{1}{2I} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{\bar{w}} \right)
\end{aligned}$$

Il existe donc deux configurations, selon que domine l'effet de la composante obligée (positivement liée à (c)), ou l'effet de la composante conditionnelle (négativement liée à (c)) du fait de l'aléa moral lié à la composante obligée, réduisant le niveau d'effort :

— Quand (c) est relativement faible par rapport à (\bar{w}) et (I), le transfert est positivement relié à (c) : l'aléa moral est pondéré par l'incitation résultant d'une probabilité de crise autonome et d'une désutilité de la fuite des capitaux élevées. Le niveau d'effort est donc tel que le transfert est croissant par rapport à (c).

— Quand (c) est relativement élevé par rapport à (\bar{w}) et (I), le transfert est négativement relié à (c). Dans ce cas, la persistance de l'aléa moral précédemment décrit, conjuguée au caractère insuffisamment incitatif d'une probabilité de crise autonome et d'une désutilité de la fuite des capitaux peu élevées, induit un niveau d'effort peu élevé : le transfert dépend négativement de (c).

e) *Eléments de conclusion relatifs au modèle de sélectivité*

La première conclusion du modèle de sélectivité est que l'optimalité macroéconomique globale associée au renflouement d'un emprunteur souverain *too big to fail* est approximée par la pratique d'une conditionnalité de type *ex ante*. En effet, ceci permet la conjonction de l'efficacité en termes de préservation des ressources multilatérales (aucune somme n'est décaissée au-delà du strict nécessaire à l'évitement du défaut sans que la contrepartie n'ait été apportée concernant le niveau d'effort réalisé), de gestion (le transfert strictement à même d'éviter le risque de système constitue la composante obligée), et de prévention des crises (l'effet d'incitation exercé sur l'emprunteur infléchit ses choix de politique économique dans le sens d'un développement durable, donc d'une réduction de la probabilité de crise).

La seconde condition à la définition du transfert optimal permet de vérifier que l'avantage du régime de sélectivité ne résulte pas uniquement de la notation et de ses effets sur la maturité des investissements privés et la probabilité de crise. L'intérêt d'un transfert lié à l'effort exercé est donc établi. Cette conclusion rejoint celles de RODRIK [1997] concernant le caractère indispensable du prêt conditionnel comme corollaire de la mission de préservation de la stabilité du système de financement international. Plus généralement, ceci tend à montrer que la capacité à exercer un véritable effet d'incitation sur les pays *too big to fail*² passe par de profonds changements dans la pratique de la conditionnalité, et non par une simple inversion des étapes de la séquence habituelle, même dans l'hypothèse où la notation structurerait les comportements des agents privés.

L'optimum du régime de sélectivité reste cependant un optimum de second rang pour deux raisons. En premier lieu, la composante obligée du prêt, liée à l'objectif primordial de stabilité du système de financement international, demeure. En second lieu, cette composante entraîne un effet d'aléa moral sur le niveau d'effort. Cependant, l'importance de cet effet peut être pondérée par la probabilité de crise autonome et le facteur de pénalisation lié au retrait des capitaux privés.

Enfin, ces conclusions appellent deux remarques :

— De même que $(Eu(x^*, e^*) > Eu(c, \tilde{e}))$, $(Ev(x^*, e^*) > Ev(c, \tilde{e}))$, autrement dit l'utilité de l'emprunteur est également améliorée par la mise en œuvre du régime de sélectivité avec transfert conditionnel.

— Dans le cas où $I > 1$ (non nécessaire à la résolution du modèle), si (c) est relativement faible (soit un pouvoir de négociation relativement peu important) et (\bar{w}) relativement élevée (soit une probabilité de crise exogène relativement grande), la solution est en coin ($e = 1$), le point d'inflexion de $Ev(x, e)$ se situant en dehors de l'intervalle $[0, 1]$.

5. Remarques conclusives

La mise en œuvre d'une conditionnalité de type *ex ante*, associée dans le cadre du régime de sélectivité à la notation des emprunteurs, semble ne comporter que des avantages du point de vue de l'objectif d'optimalité macroéconomique globale. En définitive, le problème restant posé est le suivant : la relation contractuelle établie entre les Institutions financières internationales et un Etat ne permet pas d'avoir prise sur les acteurs privés.

Dans le cas des emprunteurs, une sanction exercée sur le gouvernement ne permet pas de prévenir les comportements risqués ou d'aléa moral, ce qui justifie l'hypothèse habituelle, que nous reprenons, selon laquelle le montant des dettes ne repose pas sur le choix des emprunteurs, mais sur le comportement d'optimisation de rendement des prêteurs. En d'autres termes, il n'existe pas de borne supérieure au montant d'endettement souhaité par les emprunteurs. Ceci explique l'accent mis, à la suite de la crise asiatique de

1997, sur les paramètres de structuration des systèmes de financement domestique. Dans le cas du régime de sélectivité, l'inclusion des "fondamentaux microéconomiques" parmi les déterminants de la notation a pour objet d'inciter les gouvernements à accompagner le développement et l'intégration aux marchés financiers internationaux de leurs marchés financiers domestiques par la mise en œuvre de politiques prudentielles et de supervision bancaire contraignantes¹⁶. Le caractère opératoire d'une telle mesure aurait pour conséquence un gain d'efficacité du point de vue de la prévention des crises, dès lors qu'il existerait une borne supérieure au montant d'endettement souhaité par l'emprunteur.

S'agissant des prêteurs, le problème de l'aléa moral lié à l'intervention en cas de crise subie par un pays *"too big to fail"* est habituellement posé en terme d'"internalisation des pertes" ("*bail in*"). Deux solutions sont alors proposées : l'inclusion de clauses adaptées dans les contrats de prêt¹⁷, et les procédures de faillite souveraine ("*bankruptcy approach*").

Le problème de l'internalisation des pertes n'est pas posé, en tant que tel, dans le modèle de "sélectivité" : le prêteur est par hypothèse relativement averse à l'implication du secteur privé, non parce qu'il redoute un rationnement du crédit privé, mais parce qu'il accorde à court terme une importance primordiale à l'objectif de stabilité du système de financement international. La composante obligée du transfert associée à ce trait particulier est à l'origine de la persistance d'effets d'aléa moral.

Ce dernier point conduit à mettre en doute la faisabilité d'une procédure de faillite souveraine, largement débattue depuis qu'elle a été évoquée par A. KRUEGER, en décembre 2001. Dans ce cadre, à l'image des entreprises, les Etats qui ne pourraient plus faire face à leurs engagements financiers, seraient traduits devant un tribunal des faillites réservé aux pays et aux gouvernements (FISHER [1999], ROGOFF [1999]). Il est cependant probable que les organismes multilatéraux ne soient pas prêts, pour régler le problème de la coordination des prêteurs privés, à prendre le risque d'un effet d'annonce déstabilisant. Les conséquences de la mise en œuvre d'une telle procédure pourraient, en effet, être importants : le gel des remboursements et la confrontation des créances et des dettes poseraient nécessairement, dans le cas des emprunteurs les plus endettés, le problème de l'annulation de certaines catégories de dette. En d'autres termes, l'instauration de procédures de faillite souveraine conduirait à verser à nouveau au débat le problème de l'insolvabilité de certains débiteurs. Outre les effets immédiats en terme de défiance vis-à-

¹⁶ Ceci est d'autant plus important que l'aléa moral particulier à la reprise des dettes, garanties ou non, ne peut être évité, puisque cette garantie *doit* être exercée, aussi bien du point de vue de l'emprunteur qui souhaite conserver l'accès aux marchés financiers internationaux, que de celui du prêteur multilatéral qui souhaite éviter un défaut des prêteurs privés.

¹⁷ Il s'agirait, notamment, d'inclure des clauses de renégociation des contrats d'obligations, permettant de faire adopter un plan de restructuration de la dette approuvé par une majorité de détenteurs. Cette solution permettrait de résoudre le problème de la coordination des prêteurs ; en revanche, de même que le principe de notation, l'introduction de telles clauses doit être universelle afin d'éviter que les emprunteurs y ayant recours ne soient, pour cette raison, confrontés à une réaction disproportionnée.

vis des emprunteurs appartenant à la même classe de risque que celui mis en faillite, une telle procédure aurait donc vraisemblablement des conséquences à moyen et long terme sur le rationnement du crédit privé.

Bibliographie

- AIZENMAN J., TURNOVSKY S. [1999], « Reserve requirements in the presence of moral hazard – on debtors or creditors ? », *Discussion Paper in Economics*, Department of economics, University of Washington.
- ARTUS P. [2000], « Which is the best debt relief policy for emerging markets ? », Communication au colloque « Reshaping the international financial architecture », CEFI/CDC, Sienne, mai.
- BLINDER A. [2000], « What did you learn about international finance in the 1990s », *Annual Ernest Sturc Memorial Lecture*, School of Advanced International Studies, John Hopkins University.
- CASELLA A., EICHENGREEN B. [1994], « Can foreign aid accelerate stabilisation ? », *NBER Working Paper Series*, n°4694.
- COTTARELLI C., GIANNINI C. [2002], « Bedfellows, hostages, or perfect strangers ? Global capital markets and the catalytic effect of IMF crisis lending », Communication au colloque « Le prêteur en dernier ressort : expériences, analyses, controverses », FORUM / LED-EPEH / PHARE, Paris, 23-24 septembre.
- DIAMOND D., DYBVIK P. [1983], « Bank runs, deposit insurance, and liquidity », *Journal of Political Economy*, vol.91, n°3, p. 401-419.
- EICHENGREEN B., RUHL CH. [2000], « The bail in problem : systematic goals, ad hoc means », *NBER Working Paper*, n°7653.
- FEDERICO G. [2001], « IMF conditionality », *Working paper of Nuffield College*, Oxford, UK.
- FISCHER S. [1999], « Reforming the international financial system », *The Economic Journal*, n° 109, november, p. 557-576.
- GOODHART C., HUANG H. [1999], « A model of the lender of last resort », *Proceedings of the Federal Reserve Bank of San Francisco*, n°267.
- GOODHART C., HUANG H. [2000], « A simple model of an international lender of last resort », *Economic Notes*, vol. 29, n°1, p. 1-11.
- HOUBA H., SNEEK K., VARDY F. [2000], « Can negotiations prevent fish wars ? », *Journal of Economic Dynamics and Control*, vol. 24, n°8, p. 1265-1280.
- RODRIK D. [1997], « Why is there multilateral lending ? », *NBER Working Paper Series*, n°5160.
- ROGOFF K. [1999], « International Institutions for reducing global financial instability », *NBER Working Paper Series*, n°7265.

RUBINSTEIN A. [1982], « Perfect equilibrium in a bargaining model », *Econometrica*, vol.50, n°1, p. 97-109.

STIGLITZ J. [2002], *La grande désillusion*, Paris, Fayard.

Annexes

La démonstration suivante concerne l'optimalité au sens du prêteur du régime de sélectivité avec transferts conditionnels. La condition $Eu(x^*, e^*) > Eu(c, \tilde{e})$ est remplie dès lors que :

$$1 - [c + (1-c)e^*][\bar{w}(1-e^*)] - [1-c[\bar{w}(1-\tilde{e})]] > 0$$

On a donc $(\hat{x}, \hat{e}) = (x^*, e^*)$ si et seulement si :

$$1 - [c + (1-c) \left(\frac{\bar{w}(1+2I(1-c))}{2} \right)] [\bar{w}(1 - \frac{\bar{w}(1+2I(1-c))}{2})] - [1-c[\bar{w}(1 - \frac{\bar{w}(1+I(1-x))}{2})]] > 0$$

Après réduction, ceci est équivalent à montrer que l'inégalité suivante est vérifiée :

$$4I^2 \bar{w}^2 (1-c)^3 + 2I \bar{w} (2-\bar{w}) c (1-c) + 2 \bar{w} c - c \bar{w}^2 - \bar{w}^2 > 0$$

Soit, après simplification par $(\bar{w} c)$ et factorisation des termes :

$$\frac{\bar{w}}{c} [4I^2 (1-c)^3 - 1] + (2-\bar{w}) [2I (1-c) + 1] > 0$$

Soit $f(c) = (\bar{w}/c) [4I^2 (1-c)^3 - 1] + (2-\bar{w}) [2I (1-c) + 1]$. Il s'agit donc de déterminer le signe de $f(c)$ sur l'intervalle $]0, 1[$. Sur cet intervalle, le signe de $f(c)$ est le même que celui de $c f(c)$, ou encore celui de $g(u) = \bar{w} (4I^2 u^3 - 1) + (2-\bar{w}) [2I u + 1]$, en posant $u = 1-c \in]0, 1[$.

Les dérivées première et seconde de $g(u)$ sont les suivantes :

$$g'(u) = 12 I^2 \bar{w} u^2 + (2-\bar{w}) (2I - 1 - 4I u)$$

$$g''(u) = 4 I [6 I \bar{w} u - (2-\bar{w})]$$

La dérivée seconde $g''(u)$ est nulle si et seulement si $u = \frac{2-\bar{w}}{6l\bar{w}}$, et $\frac{2-\bar{w}}{6l\bar{w}} \in]0,1[$ si et seulement si $\bar{w} > \frac{2}{6l+1}$.

1. Premier cas : $\bar{w} = \frac{2}{6l+1}$.

$\forall u \in]0,1[$, $g''(u) < 0$, donc $g'(u)$ est strictement décroissante sur $]0,1[$. Par ailleurs :

$$\begin{aligned} g'(0) &= (2-\bar{w})(2l-1) > 0, \text{ car } l > 1 \text{ et } \bar{w} < 1 \\ g'(1) &= 12l^2\bar{w} - (2-\bar{w})(2l+1) \end{aligned}$$

Donc $g'(1) = 0$ si et seulement si $\bar{w} = \frac{2(2l+1)}{12l^2+2l+1}$. Or $\frac{2(2l+1)}{12l^2+2l+1} - \frac{2}{6l+1} > 0$

donc $\bar{w} = \frac{2}{6l+1} \Leftrightarrow g'(1) < 0$. On obtient donc :

u	0	u_0	1
$g'(u)$		0	
		$+$	$-$
$g(u)$	$2(1-\bar{w}) > 0$		$\bar{w}(4l^2-1) > 0$

Donc, si $\bar{w} = \frac{2}{6l+1}$, $\forall u \in]0,1[$ $g(u) > 0$ donc $\forall X \in]0,1[$ $f(X) > 0$.

2. Deuxième cas : $\frac{2}{6l+1} < \bar{w} = \frac{2(2l+1)}{12l^2+2l+1}$

$g''(u)$ s'annule en $u_1 \in]0,1[$, avec $u_1 = \frac{2-\bar{w}}{6l\bar{w}}$. On a alors :

u	0	u_2	u_1	1
$g''(u)$		-	0	+
$g'(u)$	$(2-\bar{w})(2I-1) > 0$	0	$g'(u_1) < 0$	$g'(1) = 0$
$g(u)$	$2(1-\bar{w}) > 0$			$\bar{w}(4I^2-1) > 0$

Donc, si $\frac{2}{6I+1} < \bar{w} = \frac{2(2I+1)}{12I^2+2I+1} \forall u \in]0,1[g(u) > 0$ donc $\forall X \in]0,1[f(X) > 0$.

3. Troisième cas : $\bar{w} > \frac{2(2I+1)}{12I^2+2I+1}$

Le tableau de variations de la fonction $g(u)$ est le suivant :

u	0	u_1	1
$g''(u)$		-	0
$g'(u)$	$(2-\bar{w})(2I-1) > 0$	0	$g'(1) > 0$

$g'(u) = g' \left(\frac{2-\bar{w}}{6I\bar{w}} \right) = 2 \left(\frac{2-\bar{w}}{3\bar{w}} \right) [\bar{w}(3I-1) - 1]$. Cette expression est négative si et

seulement si $\bar{w} < \frac{1}{3I-1}$, or $\frac{1}{3I-1} - \frac{2(2I+1)}{12I^2+2I+1} > 0$, donc si $\frac{2(2I+1)}{12I^2+2I+1} < \bar{w} < \frac{1}{3I-1}$. On a donc :

u	0	u_3	u_1	u_4	1
$g'(u)$	$g'(0) > 0$	0	$g'(u_1) < 0$	0	$g'(1) > 0$
$g(u)$	$2(1-\bar{w}) > 0$	$g(u_3) > 0$			$\bar{w}(4I^2-1) > 0$

Le seul intervalle d'indétermination correspond au cas où $u_3 < u < 1$. Par ailleurs, dans le cas où $\bar{w} = \frac{1}{3I-1}$, on a :

u	0	u_1	1
$g'(u)$		+	
$g(u)$	$g'(0) > 0$		

Soit $\forall u \in]0,1[g(u) > 0$ donc $\forall X \in]0,1[f(X) > 0$.

En définitive, le seul cas d'indétermination sur la vérification de la condition $Eu(x^*, e^*) > Eu(c, \tilde{e})$ est donc défini comme suit :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{2(2I+1)}{12I^2+2I+1} < \bar{w} < \frac{1}{3I-1} \\ u_3 < u < 1 \Leftrightarrow 0 < c < 1 - u_3 \\ \phantom{u_3 < u < 1 \Leftrightarrow} 0 < c < 1 - \frac{2I(2-\bar{w})-\sqrt{\Delta'}}{12I^2\bar{w}} \end{array} \right.$$

Où $\frac{2I(2-\bar{w})-\sqrt{\Delta'}}{12I^2\bar{w}}$ est la plus petite des racines de $g'(u)$.