

# Les déterminants du cycle de l'assurance de dommages en France

Céline Blondeau

Faculté Libre des Sciences Economiques, LABORES (URA 362)  
60, Boulevard Vauban  
BP 109  
59016 LILLE Cedex  
France

Tél : +33 (0) 20 13 40 38

Fax : +33 (0) 20 13 40 40

celine.blondeau@flse.fupl.asso.fr

## *Résumé*

En assurances de dommages, le résultat provient des primes et des revenus financiers, déduction faite du coût des sinistres et des frais d'exploitation. Or, trois de ces quatre éléments connaissent des fluctuations. Intuitivement, les résultats financiers dépendent de l'évolution des taux d'intérêt et des marchés (pour le produit des placements), et la sinistralité est liée à la conjoncture économique (phénomène d'aléa moral). L'application des théories financières (comme le MEDAF ou les options) à l'assurance permet d'isoler des éléments pouvant influencer sur la prime. L'étude empirique effectuée sur l'assurance de dommages française de 1963 à 1999 permet de vérifier ces raisonnements intuitifs, et de tester les facteurs influençant la prime. Elle permet aussi, par l'intermédiaire d'une analyse de cointégration multivariée (VAR), d'analyser les interactions entre les primes, les sinistres, les frais d'exploitation, les capitaux propres, le PIB, les taux d'intérêt à long terme, et le taux de rendement de la Bourse de Paris.

## *Abstract*

In property-liability insurance, net income is approximately equal to the difference between, on one hand, premiums and net investment income and, on the other hand, losses (claims) and (acquisition and administrative) expenses. Three of these fluctuate. Intuitively, we can see that investment income depends on both interest rates and bullish markets (because premiums are invested in financial markets), and the smaller the growth, the more numerous the claims (moral hazard). Applying financial models to insurance, e.g. the Insurance Capital Asset Pricing Market (ICAPM) or the options pricing model, allow us to identify those elements which may influence insurance premium pricing. An empirical analysis of the French property and casualty insurance industry, from 1963 to 1999, allowed us to check these intuitive results and test some factors which cause the premium to fluctuate. Using a cointegration analysis (VAR), it also allowed us to study relationships between premium, losses, expenses, GNP, equities, long term interest rate and the French stock market return.

**Mots-clés :** assurance, assurance dommages, capacité contrainte, cycle, prime, ratio combiné.

**Keywords :** insurance, property-liability, capacity constraint, underwriting cycle, premium, combined ratio.

JEL codification: C5, D4, G22, L1

## I. Introduction

Les cycles en assurance sont définis par Gollier (1994), comme des "fluctuations des primes et des profits dans le temps". Le cycle de souscription est une séquence successive de marchés d'assurance "hard" et "soft" (Harrington et Danzon, 1994), qui peut s'observer à travers les prix, la rentabilité ou l'offre : des périodes de marché "hard" ou soutenu ou périodes de tension, caractérisées par une diminution de l'offre d'assurance et une hausse des prix, alternent avec des périodes de marché "soft" ou périodes de dépression, où les prix baissent et l'offre d'assurance devient surabondante.

La cyclicité en assurances de dommages est un phénomène connu aux Etats-Unis, et souvent évoqué en France, bien qu'aucune recherche empirique de causalité n'y ait été entreprise. En effet, les études américaines sur la cyclicité prédominent (puisque ses conséquences y sont plus néfastes, notamment en termes de faillites), et seules deux études se sont entre autres intéressées à la France. Malheureusement Cummins et Outreville (1987), et Lamm-Tennant et Weiss (1997), ont éludé la recherche des paramètres susceptibles d'influencer le cycle dans l'Hexagone. Les analyses récentes divergent : pour Kessler (2000), "les chocs de concurrence et les chocs de contestabilité vont se développer, ce qui se traduira par une intensification des cycles d'assurances". De son côté Harrington (2000) s'interroge sur la pérennité des cycles. Certes, le premier raisonne sur le marché français, quand le second se réfère davantage au marché américain. Toutefois, ces deux réflexions amènent plusieurs interrogations : les cycles de l'assurance de dommages existent-ils en France ? Quels sont les facteurs à l'origine de ce phénomène ? Retrouve-t-on des similitudes avec les Etats-Unis ?

Ce sont les raisons pour lesquelles nous avons décidé de nous intéresser à ce phénomène en France, sur la période 1963-1999.

Après une revue de la littérature et des causes de la cyclicité en assurance (section II), nous étudierons les données pouvant contribuer à l'explication de la cyclicité, qui nous donneront des premières impressions sur le phénomène en France (section III). Dans cette section, le calcul de la période du cycle sera effectué, ainsi que des tests de racine unitaire sur les données. Ensuite, nous rechercherons les causes des fluctuations des primes (section IV) dans une étude économétrique (modélisation par les MCO, comme dans les premières études, modélisation univariée et tests d'Engle-Granger (1987), et modélisation multivariée avec des vecteurs autorégressifs).

## II. Revue de la littérature et explications du cycle de l'assurance

Le cycle de souscription est observé aux Etats-Unis (Venezian, 1985, Doherty et Kang, 1988; Berger, 1988, Fields et Venezian, 1989), dans plusieurs pays développés (Cummins et Outreville, 1987, Lamm-Tennant et Weiss, 1997) et dans cinq pays asiatiques (Chen, Wong et Lee, 1999). Il varie entre 6 et 9 ans selon les pays et les branches.

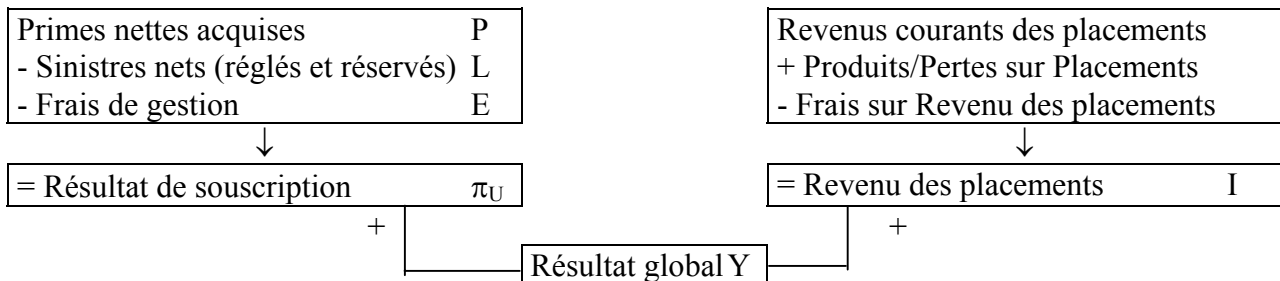
Les études antérieures ont observé la cyclicité au regard de différents indicateurs : le rapport sinistres à primes, le ratio combiné (CR)<sup>1</sup>, le solde ou ratio d'exploitation technique ( $\pi_U$  ou  $R_U$ , égal à  $\pi_U/P$ ), voire les primes (P). Ces différents indicateurs sont liés, et puisque le ratio combiné est égal à  $1-R_U$ , les primes et le ratio combiné évoluent en sens inverse, alors que les primes et  $R_U$  varient dans le même sens.

En assurance, le cycle de production est inversé : le prix de vente (la prime) est encaissé immédiatement, alors que la prestation (le règlement de l'indemnité), intervient ultérieurement.

<sup>1</sup> Le ratio combiné est la somme du ratio de sinistralité et du ratio de chargement. C'est donc le rapport entre le total des charges (prestations, dotations aux provisions, frais généraux et commissions, et autres charges techniques) et le total des primes encaissées. Le ratio combiné peut être calculé avant ou après réassurance (brut ou net de réassurance).

Les primes sont conservées sous forme de provisions techniques, pour faire face aux engagements futurs vis-à-vis des assurés, et sont placées. De ce fait, intuitivement, et pour reprendre une approche anglo-saxonne, la composition du résultat est double et la rentabilité globale des opérations d'assurance est fonction des activités d'assurances pures (techniques) et de l'activité financière (Figure 1).

Figure 1 - Décomposition du résultat d'une société d'assurances



Le cycle peut ainsi notamment être le résultat de l'interaction entre les activités financières et les activités de souscription. Lorsque les revenus financiers sont croissants, la tendance est à la baisse du niveau des primes et à l'augmentation des capacités (offre d'assurance)<sup>2</sup>, afin d'obtenir des encaissements en augmentation pour acquérir des actifs à espérance de rendement élevé. La dégradation des résultats qui s'ensuit entraîne un relèvement des tarifs et une baisse de la capacité, ce qui restaure le rapport sinistres à primes, etc...

Le retournement de la tendance ou le choc peuvent émaner de la sinistralité, et la concurrence attise également ce phénomène. En effet, une sinistralité anormalement élevée (eu égard aux provisions constituées, et pouvant être due, soit à des catastrophes, soit à un afflux imprévu de sinistres d'une intensité normale, comme le vol) a des conséquences excessivement néfastes sur les compagnies, qui parties aveuglément dans la conquête de part de marché, ont pratiqué une surenchère, à la fois à la baisse des tarifs mais aussi à l'élargissement des conditions de souscription. Cette sinistralité accrue impose une réaction vigoureuse de redressement des tarifs et un durcissement des conditions de souscription.

En assurances de dommages, le résultat est donc soumis à des variations, car il provient des primes et des revenus financiers, déduction faite du coût des sinistres et des frais d'exploitation. Or, trois de ces quatre éléments subissent des fluctuations. Il semble logique que les résultats financiers dépendent de l'évolution des taux d'intérêt et des marchés (pour le produit des placements) et de l'évolution de l'inflation (pour le paiement des indemnités<sup>3</sup>). La sinistralité est liée à la conjoncture économique (en cas de ralentissement ou de récession économique, on observe empiriquement une augmentation des vols, de la fraude et un manque de vigilance dans les mesures de prévention, souvent coûteuses, et dès lors, la fréquence et le montant des sinistres s'accroissent). On retrouve là, le problème bien connu d'aléa moral. En ce qui concerne la prime, les variations de prix obéissent au cycle classique de l'offre et de la demande et sont fonction de la concurrence, mais de nombreuses études ont tenté de mettre en avant les facteurs explicatifs des variations de primes.

En particulier, plusieurs méthodes d'évaluation de la prime dérivées des modèles financiers classiques ont mis l'accent sur la détermination d'un taux de rendement de souscription ( $R_U$ ) "juste". Ces modèles font l'hypothèse que les polices d'assurance sont tarifées en accord avec les principes d'équilibre de marché, ou qu'elles sont tarifées de façon à empêcher les opportunités

<sup>2</sup> La capacité de production de contrats des assureurs est limitée par leurs fonds propres (cf. marge de solvabilité en France).

<sup>3</sup> puisque les provisions pour sinistres prévues en période de forte inflation s'avèrent excédentaires en cas de baisse du taux d'inflation par rapport aux indemnités payées et contribuent à alimenter les placements.

d'arbitrage. Les modèles utilisés sont des extensions des modèles d'évaluation des actifs financiers, MEDAF (Biger et Kahane, 1978, Fairley, 1979), actualisation des flux futurs (Kraus et Ross 1982, Myers et Cohn 1987), modèles optionnels (Doherty et Garven 1986), et permettent de mettre en évidence les paramètres explicatifs des mouvements de prime. De ces modèles, Blondeau (2001) déduit que les prix équitables des primes doivent être négativement corrélés aux taux d'intérêt, au délai de règlement des sinistres ( $k$ , facteur générateur de fonds, représentant approximativement l'intervalle de temps moyen entre la perception de la prime et le règlement du sinistre, représentatif de la longueur des branches), et au risque d'insolvabilité (donc positivement au montant des capitaux propres), et positivement liés à l'espérance des sinistres, au taux d'imposition des assureurs.

En ce qui concerne le cycle proprement dit, ses causes ont déjà été recherchées du côté d'un déséquilibre entre l'offre et la demande. Or, puisque la demande est généralement supposée insensible au prix, en raison de son caractère obligatoire, le cycle est vu comme un phénomène de l'offre uniquement. Venezian (1985) met en cause le processus de tarification (extrapolation de tendances), quand d'autres mettent en exergue la concurrence entre les assureurs et la baisse irrationnelle des tarifs (la malédiction du vainqueur de Harrington et Danzon, 1994). D'autres enfin s'attachent, d'une part, aux rigidités de l'offre et à l'incapacité des assureurs à dégager rapidement une marge de solvabilité suffisante pour adapter l'offre à la demande et, d'autre part à l'imperfection des marchés de capitaux (Winter (1994), Gron (1994), Cummins et Danzon (1997), et le financement interne moins coûteux qu'un financement externe de Myers et Majluf (1984)). Dans la même lignée, Cummins (2000) invoque l'asymétrie d'information (qui empêche une libre entrée ou une libre sortie des capitaux du secteur)<sup>4</sup> et fait de la capacité une variable phare.

Les causes du cycle peuvent aussi être extérieures au monde de l'assurance. Au premier chef, les délais réglementaires (dans le renouvellement des contrats ou l'approbation des tarifs par les autorités de contrôle) contrarient la rationalité des assureurs (Cummins et Outreville 1987) et rendent impossibles un ajustement rapide des prix en fonction de l'information disponible. Ensuite, les assureurs sont aussi sujets aux variables économiques et financières. Les chocs sur les taux d'intérêt sont mis en évidence par Doherty et Kang (1988), Fields et Venezian (1989) et Haley (1993, 1995). Doherty et Garven (1995) montrent que les firmes, à accès aux marchés financiers coûteux (non cotées ou mutuelles) ou au coût de la réassurance élevé, subissent davantage les variations de taux d'intérêt. Meier (1998) suggère l'inflation, Urrutia (1996) l'influence d'un indice boursier, et Grace et Hotchkiss (1995) les fluctuations économiques. Fung, Lai, Patterson et Witt (1998) réconcilient Venezian (1985), Cummins et Outreville (1987), les zélotes des taux d'intérêt et ceux de la capacité contrainte, et montrent que les chocs sont plus violents dans les branches où la liquidation est longue. Lamm-Tennant et Weiss (1997) s'accordent sur les variables économiques présentées précédemment ainsi que sur la rationalité entravée par des contraintes réglementaires.

### **III. Présentation des données et description de l'échantillon**

Nous présenterons dans un premier temps les variables utilisées dans cette étude, avant d'examiner leurs variations au cours de la période d'étude. Nous calculerons ensuite la période du cycle, à la manière de Cummins et Outreville (1987). Enfin, nous étudierons la stationnarité des variables à l'aide de tests de racine unitaire.

<sup>4</sup> Après un sinistre très important, les asymétries d'information expliquent que les investisseurs ne savent pas si les réserves en capital des assureurs sont suffisantes pour permettre les indemnisations. Ils ignorent également dans quelle mesure de tels sinistres sont susceptibles de survenir à nouveau rapidement. En raison de l'imperfection de l'information, le choc accroît ainsi l'incertitude des investisseurs à propos de la solvabilité des assureurs, et augmente le rendement du capital que le marché exige pour accepter de financer le secteur.

### III.1. Présentation des données

Les données proviennent du FMI ou de l'Insee en ce qui concerne les données économiques, et de la FFSA pour les données relatives à l'assurance (à l'exception des sinistres et des dépenses, pour lesquels les données ont été collectées à partir des rapports annuels de la Commission de Contrôle des Assurances).

Le logarithme des primes réelles est défini par  $primesr_t = \ln\left(\frac{PRIMES_t}{PRIX_t}\right)$  où  $PRIMES_t$  représente

les primes émises totales à prix courants, et  $PRIX_t$  représente l'indice des prix en France<sup>5</sup>. De la même façon, le logarithme du capital réel (capitaux propres et réserves) des sociétés d'assurances est noté  $cpr_t$ , le logarithme des sinistres réels,  $sinir_t$ , le logarithme des dépenses réelles de distribution et de gestion des sociétés d'assurances,  $depr_t$ , et le logarithme du PIB réel,  $pibr_t$ .

Le taux d'intérêt réel à long terme est approximé par  $r_t = OBLR_t = OBL_t - \left(\frac{PRIX_t - PRIX_{t-1}}{PRIX_{t-1}}\right)$  où

$OBL_t$  est le rendement nominal moyen des obligations à long terme émises par l'administration publique. Le taux d'intérêt à court terme est représenté par  $TMM_t$ , le taux du marché monétaire. Le taux d'intérêt réel à court terme, obtenu de la même façon que  $OBLR_t$ , est noté  $TMMR_t$ . Le

taux de rendement réel des actions est mesuré par  $\Delta cacr_t = \ln\left(\frac{CAC_t}{PRIX_t}\right) - \ln\left(\frac{CAC_{t-1}}{PRIX_{t-1}}\right)$  où  $CAC_t$

représente un indice boursier<sup>6</sup> nominal français représentatif.

Le taux d'inflation est représenté par  $INF_t$ . Le taux d'inflation non-anticipée,  $INFNA_t$ , est la partie non-expliquée de la régression de l'inflation sur sa valeur passée. Le ratio combiné avant réassurance (pour des raisons de disponibilité de données), concernant les affaires directes, est représenté par  $CR_t$ . Les taux de croissance des variables sont définis de la même façon que  $\Delta cacr_t$ , comme la différence logarithmique entre la variable et la variable retardée. Le facteur générateur de fonds,  $k_t$ , qui mesure approximativement le temps moyen de détention des fonds, est obtenu en rapportant les provisions techniques aux primes.

### III.2. Description de l'échantillon

Des graphiques vont nous donner une première idée sur les relations qui existent entre les variables. L'échelle de droite est celle du ratio combiné (Figure 3 en Annexe I).

Le ratio combiné fluctue dans le temps et se situe au-delà de 1 (ou de 100%) depuis 1975, ce qui traduit une perte technique. Quatre pics sont observés pour le ratio combiné sur la période étudiée, le dernier, le plus prononcé, correspondant aux tempêtes de la fin 1999.

Le taux de croissance du PIB réel et le ratio combiné ont souvent des variations opposées (en période de croissance économique, le ratio combiné diminue, donc s'améliore), notamment entre 1985 et 1994. Toutefois, pour certaines années, le phénomène contraire se produit: ceci pourrait s'expliquer (au moins pour certaines branches), comme cela a été le cas en 1999 et 2000, par une hausse des sinistres due à un surcroît d'activité (en particulier, la recrudescence des accidents du travail).

L'inflation semble aller de concert avec le ratio combiné (au moins dans les périodes de forte inflation, c'est à dire les années antérieures à 1985).

<sup>5</sup> Il s'agit de l'indice CPI des Statistiques Financières Internationales du FMI.

<sup>6</sup> L'indice CAC 40 n'ayant pas existé sur l'ensemble de la période d'analyse, on utilise l'indice boursier représentatif du prix des actions en France des Statistiques Financières Internationales du Fonds Monétaire International, diffusé par Datastream.

Les variations du ratio combiné suivent celles du taux du marché monétaire (TMM) et du rendement nominal moyen des obligations (OBL), mais le cycle des obligations semble précéder d'un an celui du ratio combiné pour la plupart des années.

Les variations de l'indice représentatif de la Bourse de Paris sont de bien plus grande amplitude que celles du ratio combiné : sur le début et la fin de période, on distingue toutefois des variations dans le même sens, mais décalées d'une période. Le graphique réalisé en déflatant le rendement des actions par le taux d'inflation confirme cette impression. Ce comportement, tant sur les taux que sur le rendement des actions, laisse supposer que les résultats financiers influencent bien la tarification (une baisse des primes compensée par de bons résultats financiers).

Le ratio combiné précède le taux de croissance des primes réelles (notamment depuis 1982), ce qui plaide en faveur des retards institutionnels. Les assureurs ajusteraient leurs primes en fonction des résultats de l'année antérieure.

L'analyse graphique suggère aussi que le taux de variation des capitaux propres varie en sens inverse du ratio combiné (les firmes les plus sûres, aux capitaux propres élevés, ont un ratio combiné plus faible).

Les dépenses en pourcentage des primes diminuent dans le temps, ce qui s'explique par des gains de productivité réalisés sous la double influence de l'avancée de la technologie et de la concurrence (avec comme conséquence la nécessaire maîtrise des coûts).

L'indicateur du délai de règlement des sinistres,  $k$ , augmente avec le temps et semble assez lié au ratio combiné. Les provisions techniques augmentent plus vite que les primes, ce qui consolide la marge de solvabilité, qui est moins écornée en cas de sinistre de grande ampleur. Le phénomène peut aussi être imputable, à la part plus importante des branches longues, et au délai de règlement lui aussi plus long (du fait de la complexité des enquêtes ou aux nécessaires passages d'experts, ou aux décisions de justice, préalables au règlement de l'indemnisation).

### **III.3. L'existence du cycle (processus AR(2) avec tendance)**

L'estimation d'un modèle autorégressif du second ordre avec tendance du ratio combiné pour l'assurance de dommages en France, sur la période 1963-1999 produit des résultats proches de ceux de Cummins et Outreville (1987), Lamm-Tennant et Weiss (1997) : les premiers trouvaient respectivement 8.23 années sur la période 1957-1979, les seconds 6.70 années avec le ratio sinistres à primes, sur la période 1965-1987 (sur la même période, nous trouverions avec le ratio combiné 6.94 années). Un cycle de 7.85 années a été calculé sur la période 1965-1999<sup>7</sup>, et différents sous-échantillons de 20, 24 et 25 années permettent de constater que la période du cycle ne varie pas beaucoup. Elle semble se raccourcir, certainement sous l'influence de la concurrence (lorsqu'un acteur veut s'emparer d'une part de marché en jouant sur les prix, il tire tout le marché vers le bas, l'ensemble des résultats se dégradant; ce phénomène est d'autant plus prononcé que la clientèle est davantage volatile, ce qui semble être le cas). Toutefois, puisque le coefficient de  $CR_{t-2}$  n'est jamais significatif, nous pencherons davantage en faveur de successions de périodes de tensions et de dépressions, et nous allons chercher les raisons des variations du ratio combiné.

### **III.4. Tests de racine unité sur les variables**

Pour mettre en évidence la relation entre le ratio combiné ou les primes et les variables explicatives présentées auparavant, nous testerons, dans un premier temps, la présence de racine

<sup>7</sup>  $CR_t = 0,4883*** + 0,8081*** CR_{t-1} - 0,3363 CR_{t-2} + 0,0029*** TEND_t + \varepsilon_t$   $R^2$ ajusté : 69.4%  
\*\*\* : coefficient significatif à 1% ; \*\* à 5% ; \* à 10%.

Si l'équation caractéristique de l'équation différentielle du second ordre de CR a des racines complexes, on a un processus cyclique. Il y a un cycle si  $\beta_1 > 0$ ,  $\beta_2 < 0$  et  $\beta_1^2 + 4\beta_2 < 0$ . La périodicité est :  $2\pi / \arccos[\beta_1 / 2(-\beta_2)^{1/2}]$ .

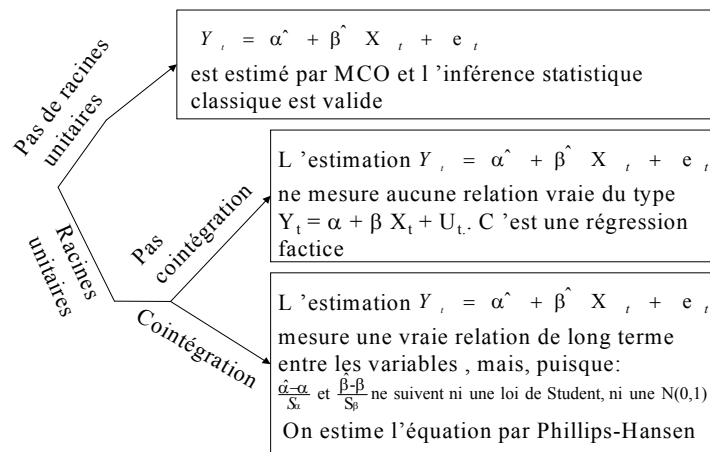
unitaire pour toutes les variables, afin de tester la stationnarité. Si une série devient stationnaire en étant différenciée une fois, alors elle contient une racine unitaire, et est dite intégrée d'ordre 1 ou I(1).

Dans une deuxième étape, sur des variables stationnaires, nous effectuerons des régressions par les Moindres Carrés Ordinaires (MCO), qui capteront les fluctuations de court terme.

Dans une troisième étape, si la variable dépendante et (ou) certaines variables explicatives ont des racines unitaires, on est confronté à deux problèmes. D'une part, pour éviter de tomber sur une régression factice (Granger et Newbold, 1974)<sup>8</sup>, il convient de tester s'il y a cointégration entre ces variables pour savoir s'il existe réellement une relation de long terme entre elles. Ensuite, même s'il y a cointégration entre la variable dépendante et les variables explicatives, et donc que la régression par MCO a un sens, les estimateurs de MCO convergent trop rapidement pour être distribués d'après une loi Normale. L'inférence statistique classique ne s'applique pas, et il est nécessaire de la réestimer par la technique des estimateurs modifiés de Phillips et Hansen (1990).

Ceci sera effectué d'abord par l'intermédiaire d'une modélisation univariée, puis une modélisation multivariée sera mise en œuvre.

Figure 2 - Méthodologie suivie pour l'étude de la cyclicité des primes et des résultats



Aux tests classiques de Dickey-Fuller (DF et ADF, Augmentés de Dickey-Fuller (1979, 1981)), Phillips-Perron (1988), nous proposerons d'autres tests de racine unitaire plus récents (Tableau 1), afin de nous faire une idée plus précise des racines unitaires des séries, les tests n'étant pas très puissants pour de petits échantillons. Les tests sont effectués sur les séries et sur la différence première de ces mêmes séries, afin de voir si ces séries sont I(1).

Les tests de racine unitaire permettent en général (sauf les dernières colonnes comprenant les tests BG et KW) de tester l'hypothèse  $H_0$  qu'une série observée est la réalisation d'un processus stochastique non stationnaire à tendance stochastique contre l'hypothèse  $H_1$  que ce processus est stationnaire ou stationnaire à tendance uniquement déterministe, (selon que le test est effectué sans et avec tendance).

Pour une meilleure lisibilité des résultats, les probabilités critiques ou les valeurs des tests sont reportées, et les résultats en gras correspondent au cas où, au seuil de 5%, l'hypothèse nulle est rejetée (quelle que soit  $H_0$ ). Les chiffres entre parenthèses correspondent quant à eux au nombre de différences retardées nécessaire.

<sup>8</sup> En effet, la présence de régresseurs comportant une tendance stochastique (donc une racine unitaire) dans une régression peut conduire à estimer des régressions apparemment très bonnes entre des variables ( $R^2$  élevé,  $t$  de Student significatifs...) qui sont totalement indépendantes entre elles (sans aucun lien économique).

Avec ces six premiers tests, seul le taux de croissance du taux d'inflation est "unanimentement" stationnaire, montrant que la variable taux d'inflation est  $I(1)$ . Le caractère  $I(1)$  est aussi assez net pour OBL,  $r$ , *sinir*, *cpr*. Pour les autres variables, les résultats ne permettent pas d'aboutir à une conclusion tranchée, même si on peut douter de la validité des tests, quand un grand nombre de retards a été nécessaire à l'élaboration du test, ce qui semble plaider en faveur du caractère  $I(1)$  de TMM. Les variations de ces variables sont évidemment stationnaires.

Les tests du rapport de variance,  $VR(q)$  et  $VR-h(q)$ , du Tableau 1 pour  $q$  allant de 2 à 5, correspondent au test sous l'hypothèse RW1 et RW3 (Campbell, Lo et MacKinlay (1997)). Puisque l'hypothèse  $H_1$  de ces tests n'incorpore pas de tendance, ces tests sont inadaptés à des variables dont l'espérance croît visiblement dans le temps (*sinir*, *primesr*, *depr* et *pibr*, et dans une moindre mesure, mais l'effet est possible au vu du graphique, de CR). Pour les autres variables, aucun test n'est probant et ne permet d'aboutir à une conclusion tranchée, sauf pour  $r$ , variable pour laquelle le caractère  $I(1)$  est à nouveau mis en avant.

Les tests de racine unitaire de Bierens (1993) sont fondés sur les autocorrélations d'ordre le plus élevé de l'échantillon. Les tests Hoac(1,1) et Hoac(2,2) sont aussi deux tests de racine unitaire dont l'hypothèse alternative est celle d'un processus stationnaire. Le même test peut être réalisé avec une procédure de simulation de type bootstrapping (BS). Les deux premières observations sont tirées des séries réelles. La valeur critique présentée est basée sur une série de 10 simulations.

Les tests Dhoac introduisent une dérive et testent une racine unitaire avec dérive contre une stationnarité avec tendance linéaire.

D'après ces tests,  $r$  est  $I(1)$ ; il semble que *pibr*, *sinir*, *cpr* et *depr* le soient aussi, même si les résultats sont un peu moins probants. CR et  $k$  semblent stationnaires.

Il faut être vigilant avec les tests Bierens-Guo et (1993) et Kwiatkowski, Phillips, Schmidt et Shin (KW, 1992) puisque l'hypothèse nulle n'est pas la même que celle présentée précédemment. Pour BG et  $KW\eta_\mu$ , on teste l'hypothèse  $H_0$  qu'une série observée est la réalisation d'un processus stationnaire (autour d'une tendance pour  $KW\eta_\tau$ ) contre  $H_1$  que ce processus présente une racine unitaire (avec dérive pour  $KW\eta_\tau$ ).

Ainsi, avec d'une part les tests BG et KW, et d'autre part les tests précédents, si on rejette l'hypothèse de base dans un cas, et qu'on ne peut la rejeter dans l'autre, il y a moins de doute quant à la conclusion. Bien sûr, si on ne rejette aucune des deux hypothèses, on conclura que les données ne contiennent pas suffisamment d'informations pour permettre de conclure et de distinguer les deux hypothèses.

Au regard de ces tests, on ne peut pas rejeter le fait que CR soit stationnaire; il en va de même pour les variables différenciées. En revanche, *pibr*, *depr*, *cpr*, *sinir* et *primesr* ne sont pas stationnaires, ce qui vient corroborer les tests précédents qui les trouvaient  $I(1)$ . Il est toutefois étrange que l'hypothèse de stationnarité ne soit pas rejetée pour  $r$ , puisque tous les tests précédents s'accordaient sur le caractère  $I(1)$  de cette variable.

Tous ces tests sont assez peu puissants sur les petits échantillons, et donnent malheureusement des conclusions où il est parfois difficile de trancher. Néanmoins, on peut aisément pencher en faveur du caractère  $I(1)$  de *pibr*, *depr*, *cpr*,  $r$ , *sinir* et *primesr*.

Tableau 1 - Tests de racine unitaire : Dickey-Fuller augmenté, Phillips-Perron, White symétrique, test du rapport de variance, tests de Bierens et tests de Bierens-Guo et Kwiatkowski, Phillips, Schmidt et Shin (KW)

	ADF	ADF-t	PP	PP-t	WS	WS-t	VR2	VR3	VR4	VR5	VR-h2	VR-h3	VR-h4	VR-h5	Hoac (1,1)	Hoac (1,1) BS	Hoac (2,2)	Hoac (2,2) BS	Dhoac (1,1)	Dhoac (1,1) BS	Dhoac (2,2)	Dhoac (2,2) BS	BG 1	BG 2	BG 3	BG 4	KW $\eta_\mu$	KW $\eta_\tau$
CR	.06 (7)	<b>.01 (2)</b>	.85 (10)	.31 (5)	.58 (2)	.08 (4)	.62	.69	.42	.57	.69	.688	.375	.532	<b>-77.7</b>	0.30	<b>-49.9</b>	0.60	<b>-1369</b>	0.10	<b>-1369</b>	0.10	0.41	0.41	0.48	0.39	0.39	0.136
TMM	.51 (2)	.89 (2)	.29 (2)	.79 (2)	.65 (2)	.94 (2)	.36	.82	.95	.93	.62	.883	.960	.939	-2.2	0.80	-5.0	0.80	-2.2	0.10	-5.0	0.90	0.26	0.26	0.32	0.32	0.14	0.144
OBL	.58 (3)	.93 (2)	.59 (3)	.96 (2)	.65 (3)	.94 (3)	.06	<b>.049</b>	<b>.04</b>	.08	.26	.140	.092	.107	-3.8	0.50	-6.6	0.50	-3.8	0.70	-6.6	0.70	<b>0.02</b>	<b>0.01</b>	0.32	0.33	0.14	0.138
r	.58 (2)	.86 (2)	.38 (2)	.68 (2)	.44 (2)	.56 (2)	.72	.76	.46	.74	.78	.761	.418	.781	-6.0	0.34	-8.2	0.43	-16.7	0.58	-22.0	0.61	0.63	0.62	0.46	0.48	0.27	0.107
INF	.63 (2)	.67 (3)	.62 (2)	.89 (3)	.58 (3)	.86 (3)	.09	.09	.15	.25	.28	.200	.199	.246	-2.1	0.60	-3.9	0.40	-3.8	1.00	-4.4	0.95	0.36	0.21	0.90	0.92	0.19	0.113
sinir	.69 (2)	.10 (3)	.87 (2)	.39 (3)	1.0 (2)	.62 (2)	.70	.49	.35	.77	.55	.525	.337	.733	-1.3	0.90	-5.2	0.60	<b>-89.2</b>	0.70	<b>-160</b>	0.70	<b>0.03</b>	<b>0.02</b>	<b>0.04</b>	<b>0.02</b>	0.44	0.142
primesr	.91 (9)	.28 (9)	.66 (9)	.79 (9)	1.0 (4)	1.0 (3)	<b>.00</b>	<b>.00</b>	<b>.00</b>	<b>.00</b>	<b>.03</b>	<b>.001</b>	<b>.000</b>	<b>.001</b>	-4.0	0.40	-9.9	0.30	<b>-34.9</b>	0.30	<b>-44.4</b>	0.30	0.08	0.07	<b>0.01</b>	<b>0.01</b>	0.44	<b>0.151</b>
pibr	.11 (2)	.26 (3)	.83 (2)	.91 (3)	1.0 (3)	1.0 (3)	<b>.00</b>	<b>.00</b>	<b>.00</b>	<b>.00</b>	<b>.00</b>	<b>.000</b>	<b>.000</b>	<b>.000</b>	-1.9	0.80	-5.0	0.70	<b>-21.6</b>	0.40	<b>-30.7</b>	0.40	<b>0.03</b>	<b>0.02</b>	<b>0.00</b>	<b>0.00</b>	0.43	<b>0.148</b>
depr	.07 (2)	.99 (2)	.76 (2)	.99 (2)	.84 (5)	1.0 (6)	.17	<b>.03</b>	<b>.00</b>	<b>.00</b>	.28	<b>.046</b>	<b>.004</b>	<b>.000</b>	-2.1	0.80	-5.2	0.80	-14.2	0.30	<b>-23.2</b>	0.40	<b>0.04</b>	<b>0.04</b>	<b>0.01</b>	<b>0.00</b>	0.43	<b>0.150</b>
cpr	.86 (2)	.46 (3)	.92 (3)	.60 (3)	.99 (3)	.85 (3)								.363	-0.5	0.77	-3.2	0.70	<b>-58.0</b>	0.33	<b>-307</b>	0.33	<b>0.03</b>	<b>0.02</b>	<b>0.01</b>	<b>0.01</b>	0.43	0.122
k	1.0 (3)	1.0 (3)	1.0 (3)	1.0 (3)	1.0 (3)	.99 (3)	.31	.68	.99	.33	.56	.771	.995	.228	<b>-1369</b>	<b>0.02</b>	<b>-1369</b>	<b>0.02</b>	<b>-1305</b>	0.29	<b>-1369</b>	<b>0.01</b>	0.52	0.52	0.22	0.11	0.42	<b>0.146</b>
cacr	.95 (2)	.96 (2)	.93 (2)	.96 (2)	.91 (3)	.98 (3)	.08	.15	.14	.25	.12	.161	.153	.158	-1.5	0.80	-5.4	0.50	-3.7	0.80	-5.8	0.80	<b>0.02</b>	<b>0.02</b>	0.41	0.47	0.21	0.138
ΔCR	.71 (10)	.53 (10)	<b>.01 (10)</b>	.06 (10)	<b>.01 (2)</b>	<b>.04 (2)</b>	<b>.00</b>	<b>.02</b>	<b>.04</b>	.07	.22	.187	.175	.111	<b>-1296</b>	<b>0.00</b>	<b>-1296</b>	<b>0.00</b>	<b>-1296</b>	<b>0.00</b>	<b>-1296</b>	<b>0.00</b>	0.08	0.08	0.08	0.08	0.23	0.142
ΔTMM	<b>.01 (2)</b>	.20 (7)	<b>.00 (2)</b>	.10 (7)	<b>.00 (3)</b>	<b>.00 (3)</b>	.14	<b>.03</b>	<b>.04</b>	.05	.43	.151	.137	.087	-0.2	0.99	-0.4	1.00	-0.2	1.00	-0.3	1.00	0.79	0.79	0.77	0.76	0.34	<b>0.163</b>
ΔOBL	.06 (2)	<b>.05 (2)</b>	<b>.00 (2)</b>	<b>.02 (2)</b>	<b>.01 (2)</b>	<b>.01 (2)</b>	.09	<b>.04</b>	.09	.08	.23	.096	.118	.133	-2.3	0.53	-3.4	0.69	-2.9	0.80	-3.6	0.84	0.73	0.73	0.66	0.66	0.32	0.144
Δr	<b>.00 (2)</b>	.86 (6)	<b>.00 (2)</b>	<b>.01 (6)</b>	<b>.00 (2)</b>	<b>.00 (2)</b>	<b>.04</b>	<b>.02</b>	<b>.04</b>	<b>.03</b>	.22	.179	.164	.123	<b>-1296</b>	<b>0.00</b>	<b>-1296</b>	<b>0.00</b>	<b>-1296</b>	<b>0.03</b>	<b>-1296</b>	<b>0.03</b>	0.10	0.10	0.10	0.10	0.15	0.123
ΔINF	<b>.00 (2)</b>	<b>.02 (2)</b>	<b>.01 (2)</b>	<b>.02 (2)</b>	<b>.00 (2)</b>	<b>.01 (2)</b>	.09	.89	.11	.06	.47	.315	.251	.192	-5.7	0.42	-5.89	0.49	-6.27	0.75	-6.5	0.82	0.59	0.59	0.55	0.54	0.20	0.123
Δ sinir	<b>.01 (3)</b>	.07 (3)	<b>.00 (3)</b>	<b>.02 (3)</b>	<b>.00 (2)</b>	<b>.00 (2)</b>	.12	<b>.04</b>	<b>.03</b>	.06	.53	.296	.192	.121	<b>-1296</b>	0.10	<b>-1296</b>	0.10	<b>-1296</b>	<b>0.00</b>	<b>-1296</b>	<b>0.00</b>	0.68	0.68	0.67	0.67	0.20	<b>0.162</b>
Δ primesr	.21 (2)	.44 (4)	.08 (2)	.08 (4)	.96 (3)	.23 (2)	<b>.01</b>	.09	.06	.06	.20	.266	.153	.942	-4.1	0.50	-6.4	0.50	-4.6	0.80	-7.1	0.80	0.42	0.42	0.34	0.30	0.39	0.133
Δ pibr	.30 (2)	.48 (2)	.08 (2)	.07 (2)	.52 (2)	.26 (2)	.24	.51	.65	.92	.54	.720	.761	.090	<b>-1296</b>	<b>0.00</b>	<b>-1296</b>	<b>0.00</b>	<b>-1296</b>	<b>0.00</b>	<b>-1296</b>	<b>0.00</b>	0.63	0.63	0.51	0.49	0.36	0.143
Δ depr	.97 (4)	.89 (2)	.08 (4)	<b>.01 (2)</b>	.99 (4)	.46 (5)	<b>.00</b>	<b>.00</b>	.051	.052	.10	<b>.039</b>	.120	.115	<b>-115.5</b>	0.30	<b>-451</b>	0.30	-10.7	0.40	<b>-1296</b>	<b>0.00</b>	0.52	0.52	0.41	0.42	0.44	0.123
Δ cpr	<b>.03 (2)</b>	.12 (2)	<b>.02 (2)</b>	.09 (2)	<b>.00 (2)</b>	<b>.03 (2)</b>	.23	.06	<b>.04</b>	.13	.43	.113	.054	.114	<b>-1296</b>	<b>0.00</b>	<b>-1296</b>	<b>0.00</b>	<b>-1296</b>	0.10	<b>-1296</b>	0.13	0.18	0.18	0.18	0.18	0.15	0.135
Δk	.90 (2)	.95 (2)	<b>.03 (2)</b>	.08 (2)	.77 (2)	.42 (2)	.09	<b>.01</b>	.06	.07	.29	<b>.045</b>	.120	.177	-7.1	0.50	<b>-32.0</b>	0.30	-2.6	1.00	<b>-31.6</b>	0.40	0.61	0.61	0.56	0.56	0.43	<b>0.167</b>
Δ cacr	.30 (2)	.30 (2)	<b>.01 (2)</b>	<b>.02 (2)</b>	.21 (2)	.11 (2)	<b>.04</b>	<b>.00</b>	<b>.03</b>	<b>.049</b>	.16	.197	.198	.201	-3.5	0.50	-5.2	0.50	-2.6	1.00	-3.6	1.00	0.94	0.94	0.92	0.92	0.40	<b>0.192</b>
Δ (Δ cacr)	<b>.00 (2)</b>	<b>.01 (3)</b>	<b>.00 (3)</b>	<b>.00 (3)</b>	<b>.00 (3)</b>	<b>.00 (3)</b>									-0.8	0.90	-0.9	1.00	-0.8	1.00	-0.9	1.00	0.34	0.34	0.34	0.34	0.19	<b>0.195</b>

ADF : test de Dickey-Fuller augmenté sans tendance : probabilité critique (différences retardées)

ADF-t : test de Dickey-Fuller augmenté avec tendance : probabilité critique (différences retardées)

PP : test de Phillips-Perron sans tendance : probabilité critique (différences retardées) - PP-t : test de Phillips-Perron avec tendance : probabilité critique (différences retardées)

WS : test symétrique de White sans tendance : probabilité critique (différences retardées) - WS-t : test symétrique de White avec tendance : probabilité critique (différences retardées)

VRq : v-ratio-q ou test du rapport de variance pour un écart de q périodes : probabilité critique (cumul sur q périodes)

VR-h-q : test du rapport de variance avec hétéroscédasticité pour un écart de q périodes : probabilité critique (cumul sur q périodes)

Hoac (1,1) : valeur du test de Bierens (1993) {valeur critique à 5% :  $V_c : \{-14.0\}$ } - Hoac (2,2) : valeur du test de Bierens {  $V_c : \{-15.7\}$ }

Hoac (1,1) BS : probabilité critique du test de racine unitaire de Bierens par une procédure de simulation (bootstrapping)

DHoac (1,1) : valeur du test de Bierens  $V_c : \{-20.6\}$  - Dhoac (2,2) : valeur du test de Bierens  $V_c : \{-22.40\}$

DHoac (i,i) BS : probabilité critique du test de racine unitaire de Bierens par une procédure de simulation (bootstrapping) pour  $i=1,2$

BG i : probabilité critique du test i de Bierens et Guo (pour  $i = 1$  à 4)

KW  $\eta_\mu$  : valeur du test  $\eta_\mu$  de Kwiatkowski, Phillips, Schmidt et Shin (1992), (retard le plus élevé dans le calcul de l'estimateur de variance de Newey and West : 12 ; valeur critique à 5% : 0.463)

KW  $\eta_\tau$  : valeur du test  $\eta_\tau$  de Kwiatkowski, Phillips, Schmidt et Shin (1992), (retard le plus élevé dans le calcul de l'estimateur de variance de Newey and West : 12 ;  $V_c$  à 5% : 0.146)

#### **IV. Etude économétrique et causes de la cyclicité des résultats et des variations des primes**

Puisque les résultats sont parfois contradictoires, et qu'il est difficile d'accorder davantage de crédit à l'une ou l'autre des conclusions, nous allons raisonner dans les deux optiques : sur les variables dont on suppose la stationnarité, des régressions par les MCO sont applicables. Pour les autres, nous mènerons une analyse orientée vers la cointégration; des tests seront alors effectués afin de statuer sur la stationnarité du terme d'erreur issu de la régression. S'il est stationnaire, c'est qu'il existe une ou plusieurs relations de cointégration entre les variables (selon que l'on utilise les méthodes Engle-Granger (1987) ou Johansen (1990)); sinon, on rejette l'hypothèse que la relation considérée est cointégrée.

En termes de signe attendu, le résultat de souscription est certainement influencé par la croissance économique, notamment sous l'influence de l'aléa moral. La bonne tenue des marchés boursiers devrait être corrélée positivement au ratio combiné. En effet, les bons résultats financiers peuvent permettre aux assureurs de relâcher les conditions de souscription (en acceptant des individus plus risqués au même prix, ce qui a une influence négative sur  $R_U$ , ou en baissant les prix pour tous, ce qui influe, et sur les primes, et sur  $R_U$ ). Les modèles financiers de l'assurance laissent présager une relation positive entre le ratio combiné et le taux d'intérêt et la longueur des branches.

Aucun signe particulier n'est attendu pour l'inflation, puisqu'elle joue sur tous les paramètres du ratio combiné : en période d'inflation, les dépenses d'exploitation augmentent, tout comme le coût des sinistres, et la prime. Néanmoins, le signe témoignera de l'influence plus importante sur les dépenses et les sinistres (si le signe du coefficient est négatif dans la régression du ratio combiné) ou sur les primes (si le signe du coefficient est positif). Dans le même ordre d'idée, un signe négatif paraît envisageable pour l'inflation non-anticipée : en effet, si l'inflation est supérieure à ce qu'elle était anticipée, les provisions réalisées se trouvent trop faibles : pour régler les sinistres, les actifs en représentation de ces provisions doivent être réalisés plus tôt qu'escompté, et sous réserve que ceux-ci contribuent positivement au résultat total, le résultat financier s'en trouve affecté. Afin de conserver un résultat total constant, la compagnie cherchera à compenser ce manque à gagner financier, par l'intermédiaire des activités techniques, en augmentant les primes. Une hausse de l'inflation non-anticipée pourrait conduire à un accroissement des primes et du résultat de souscription et donc à une baisse du ratio combiné.

Le signe des capitaux propres est particulièrement attendu : si Cummins et Danzon (1997) et Sommer (1996) confirment la relation mise en évidence par le modèle d'options (les firmes les plus sûres pratiquent les prix les plus élevés, et ont donc un ratio combiné plus faible), Gron (1994) et Winter (1988, 1994) penchent en faveur de chocs sur le capital qui restreindraient l'offre et feraient augmenter les prix (et donc diminueraient le ratio combiné): un signe positif est alors attendu dans l'équation de régression du ratio combiné.

**Tableau 2 - Définitions et signes prévisibles de l'estimation du ratio combiné**

	Taux d'intérêt	Inflation non-anticipée	Indice boursier (en termes réels) CAC (CACR)	PIB en termes réels PIBR	Longueur des branches (k)	Montant des capitaux propres en termes réels
P	-	+			-	+/-
$R_U$	-	+	-	+	-	+/-
CR	+	-	+	-	+	-/+

## IV.1. Explications du cycle par les MCO

Ces résultats ne sont valides que dans le cas où aucune des variables n'a de racine unitaire.

Le problème se pose principalement pour le ratio combiné (CR), dont ni l'hypothèse nulle de racine unité, ni l'hypothèse nulle de stationnarité ne sont franchement rejetées. Cependant, puisqu'il s'agit d'un ratio, on peut raisonnablement pencher en faveur de la stationnarité. On ajoutera une tendance aux variables explicatives, afin de tenir compte de l'allure du graphique (la tendance serait déterministe plutôt que stochastique).

L'autre problème est relatif au rendement des actions ( $\Delta cac$  ou  $\Delta cacr$ ). Un test ADF(1) rejette l'hypothèse de racine unitaire, mais les autres tests sont plus ambigus, et même les tests BG(i) et KW sont contradictoires. Toutefois, afin de rendre notre étude comparable aux précédentes, si nous nous contentons du test ADF(1), nous pouvons conclure à la stationnarité des variables utilisées.

Dans un premier temps, une tendance a été incorporée afin de tenir compte de la hausse du ratio combiné sur la période. Ensuite, l'introduction de l'augmentation de  $k$  ( $\Delta k$ ) rend la tendance non significative : la hausse du ratio combiné pourrait être en partie imputable à l'allongement des branches, qui rend les résultats plus volatils et l'impact des placements financiers plus important.

Tableau 3 - Estimation par les MCO du ratio combiné (CR) de 1965 à 1999

	Coefficient	Ecart-type	Coefficient	Ecart-type	Coefficient	Ecart-type
Constante	0.4637***	0.13790	0.1370	0.08407	0.1323	0.08708
$\Delta PIBr_t$					-0.6631*	0.35091
$\Delta OBLR_t$					1.0542**	0.49683
$\Delta cacr_{t-1}$	0.1228***	0.03572	0.1228***	0.03117	0.0936***	0.03204
$\Delta TMMR_{t-1}$	1.0653**	0.38894	1.0936***	0.35526		
$\Delta(CP / Primes)_t$	-0.5273**	0.22674	-0.3620*	0.19708		
$\Delta INFNA_t$	-0.6626*	0.36235	-0.6160*	0.33552		
$\Delta INFNA_{t-1}$	0.9691**	0.38413	1.3355***	0.34679	0.8360**	0.35780
Tendance	0.0025**	0.9830E-3				
$\Delta k_t$			0.3554***	0.10155	0.3829***	0.10799
$CR_{t-1}$	0.8356***	0.17102	0.8658***	0.08184	0.8669***	0.08496
$CR_{t-2}$	-0.3304*	0.17292				
	$R^2 Aj$ 80.5%		$R^2 Aj$ 83.4%		$R^2 Aj$ 80.8%	

\*\*\* : coefficient significatif à 1% ; \*\* à 5% ; \* à 10%.

Dans les trois régressions du Tableau 3, le  $R^2$  ajusté est supérieur à 80%. Le coefficient du taux de croissance du PIB réel est significatif, et avec un signe négatif, ce qui était attendu, nous confortant dans l'idée du phénomène d'aléa moral.

Le taux d'inflation non-anticipée, joue négativement sur le ratio combiné; toutefois celui de la période précédente joue positivement. La réestimation de la première équation en incorporant  $\Delta INFNA$  en lieu et place des deux variables originelles donne un coefficient de  $\Delta INFNA$  de -0.8033, significatif au seuil de 1.1%. Une hausse de la variation de l'inflation non-anticipée diminue le ratio combiné, ce qui est conforme au raisonnement exposé précédemment.

Les variables de taux à court terme comme à long terme (TMM et OBL) jouent toujours positivement et significativement, comme le laissait présager le MEDAF de l'assurance. Le taux de rendement des taux à court terme de la période précédente est toutefois plus pertinent que celui de la période courante, semblant appuyer l'hypothèse des retards dans l'établissement des prix.

Le taux de rendement de l'indice de la Bourse de Paris joue lui aussi positivement, confirmant que les bons résultats financiers permettent de relâcher les conditions de souscription ou les primes, et dégradent ainsi le ratio combiné.

Le taux de croissance des capitaux propres en pourcentage des primes joue négativement sur le ratio combiné. Quand les fonds propres augmentent plus rapidement que les primes (en phase de reconstitution des fonds propres par exemple), le ratio combiné diminue : quand les firmes

deviennent plus sûres, leur résultats techniques s'améliorent, s'expliquant peut-être par une meilleure sélection des risques, qui permet d'éviter des sinistres et de piocher ainsi dans les réserves.

La longueur des branches ( $k$ ) (ou une hausse de la longueur des branches) est bien positivement corrélée au ratio combiné, puisque les primes, placées sur une période plus longue permettent de dégager un meilleur résultat financier, et donc d'accorder une réduction de primes aux assurés, à sinistralité constante, ce qui augmente le ratio combiné.

## **IV.2. Causes de la cyclicité et tests de cointégration**

Des processus stochastiques  $X_1, X_2, \dots, X_W$  intégrés du même ordre  $d$  sont cointégrés s'il existe une combinaison linéaire de ces variables qui est intégrée d'un ordre inférieur à  $d$  (par exemple, des processus  $I(1)$ , dont une combinaison linéaire de ces variables est  $I(0)$ ).

Avec des variables  $I(1)$ , toute relation pertinente de long terme doit donc être établie comme une relation de cointégration. Ceci n'exclut pas une dynamique de court terme autour de la (ou des) relation(s) d'équilibre. Il existe plusieurs façons de tester la cointégration. L'idée initiale d'Engle-Granger (1987) est que, si les variables sont cointégrées, en régressant l'une sur l'autre, le résidu est stationnaire. Cette méthode ne teste qu'une seule relation de cointégration (modélisation univariée) et c'est la seule à être appliquée dans la littérature sur le cycle en assurance, essentiellement par Grace et Hotchkiss (1995) et Meier (2001). Une autre méthode s'est imposée, plus riche, puisqu'elle permet de tester plusieurs relations de cointégration (modélisation multivariée de Johansen et Juselius (1990), dite de Johansen).

### **IV.2.1. Modélisation univariée et tests de cointégration d'Engle-Granger**

Il n'y a que pour le niveau des primes nominales qu'il a été possible d'établir une relation où l'hypothèse de cointégration n'était pas franchement rejetée. C'est pourquoi nous mènerons une analyse en deux étapes : dans un premier temps, nous précisons la spécification de la relation d'équilibre (caractéristique des relations de long terme), puis celle du mécanisme à correction d'erreur qui capte les fluctuations de court terme.

#### ***IV.2.1.1. Spécification de la relation d'équilibre***

La régression du logarithme des primes émises sur le taux d'intérêt, les logarithmes de l'indice boursier, des sinistres, des dépenses et des capitaux propres, sur  $k$ , et le taux d'inflation par les MCO sur la période de 1965 à 1999 amène à ne pas rejeter l'hypothèse de cointégration. Puisque les variables sont intégrées, il est nécessaire de réestimer cette relation (Tableau 4) au moyen de la technique des estimateurs "Fully Modified" (FM) de Phillips et Hansen (1990).

**Tableau 4 - Equation des primes nominales estimée par la méthode FM de 1965 - 1999**

Variable dépendante: ln(primes émises)				
Variable explicative	Coefficient	Ecart-type	t deStudent	[Probabilité critique]
Constante	2.52300	0.078074	32.3155	[.000]
taux d'intérêt	-0.00479	0.002020	-2.3739	[.025]
ln(indice boursier)	0.29402	0.015625	18.8170	[.000]
ln(sinistres)	0.23514	0.026064	9.0218	[.000]
ln(dépenses)	0.64195	0.033509	19.1574	[.000]
ln(capital)	-0.10345	0.020973	-4.9328	[.000]
$k$	-0.18448	0.040168	-4.5928	[.000]
Taux d'inflation	0.02479	0.001415	17.5250	[.000]

Tous les coefficients sont significatifs, et pour chaque variable, la valeur estimée ponctuelle de son coefficient est plausible économiquement. Les primes sont bien liées négativement au taux

d'intérêt et au facteur générateur de fonds  $k$ , comme le suggère le MEDAF de l'assurance. Une augmentation des sinistres induit une augmentation des primes, ce qui est logique. De la même manière, il est plausible qu'une augmentation des dépenses de commercialisation des contrats et de gestion des sinistres induise une augmentation des primes. La liaison positive des primes au taux d'inflation s'explique logiquement par le fait que celle-ci tend à augmenter l'estimation de la valeur anticipée des sinistres à couvrir. L'impact positif de l'indice boursier sur les primes émises peut s'expliquer par le fait que les plus-values boursières augmentent la solvabilité des compagnies d'assurances, et donc leur capacité d'acceptation. Cet impact peut aussi s'expliquer par le fait que les mouvements boursiers sont corrélés à long terme avec la production : la valeur des actions augmente en cas de forte croissance économique, période durant laquelle la demande pour les produits d'assurance est forte, ce qui fait monter le volume des primes. Le capital est négativement relié aux primes, ce qui va dans le sens de la théorie de la capacité contrainte de Gron et Winter.

#### IV.2.1.2. Spécification du mécanisme à correction d'erreur

Après l'étude de la relation d'équilibre, regardons comment s'articule la dynamique de court terme autour de la relation d'équilibre. Après avoir sauvegardé les résidus issus de la régression précédente (appelés correction d'erreur, EC), une première régression de la variation du logarithme des primes sur les variables différenciées en  $t-1$  et  $t-2$  donne peu de coefficients significatifs, et après des tests de suppression de variables, la réestimation de l'équation en ne conservant que les coefficients significatifs, donne :

Tableau 5 - Spécification du mécanisme à correction d'erreur 1966 - 1999

Variable dépendante: $\Delta \ln(\text{primes émises})$				
Variable explicative	Coefficient	Ecart-type	T-Ratio	[Probabilité critique]
constante	-0.00937	0.013888	-0.6743	[.506]
EC(-1)	-0.25049	0.086079	-2.9100	[.007]
$\Delta \ln(\text{indice boursier})_{t-1}$	-0.07696	0.030851	-2.4945	[.019]
$\Delta \ln(\text{capital})_{t-1}$	0.12103	0.066328	1.8248	[.079]
$\Delta k_{t-1}$	0.27678	0.122910	2.2518	[.033]
$\Delta \ln(\text{primes émises})_{t-1}$	0.50913	0.153280	3.3216	[.003]
$\Delta \ln(\text{primes émises})_{t-2}$	0.40954	0.155140	2.6398	[.014]
R <sup>2</sup> = 79.11%      R <sup>2</sup> Ajusté : 74.47%      Statistique F(6, 27) 17.0403      [.000]				

EC(-1), résidu de l'équation de cointégration, représente l'écart à l'équilibre : son coefficient indique comment la variation des primes réagit à l'erreur passée par rapport à l'équilibre. Ainsi, quand cet écart augmente, cela signifie que les primes sont trop élevées par rapport à l'équilibre, et la variation des primes doit alors être négative pour se rapprocher de l'équilibre, ce qui explique le coefficient négatif de EC(-1).

On retrouve des relations connues : la bonne tenue des marchés boursiers incite les assureurs à baisser les primes; et cette fois-ci, la solvabilité des firmes de l'année antérieure est liée positivement à la tarification à court terme (comme le suggère le modèle d'options de Doherty et Garven (1986)) : toutefois, il s'agit du coefficient de la variable retardée, et on ignore ce qui se passerait instantanément. Les variations de primes de l'année précédente et de deux années auparavant jouent effectivement, semblant plaider en faveur de la lenteur d'ajustement. Seul le résultat de la longueur des branches est surprenant; mais en réalité, nous avons émis des hypothèses sur la longueur des branches (plus les branches sont "longues", plus les primes peuvent être basses, puisqu'elles sont placées pendant une période plus longue), et non sur leur allongement, qui est un phénomène bien spécifique, qui pourrait être dû aux procédures de plus en plus longues, qui expliqueraient ainsi en partie la prise en compte des variations de primes de deux années auparavant.

Les résultats de long terme sont conformes aux attentes, mais dans l'étude de la dynamique de court terme autour de la relation d'équilibre, les résultats sont moins probants, dus certainement, au moins en partie, à la petite taille de l'échantillon.

En fait, le problème de cette méthode d'Engle Granger est double : le test est peu puissant pour les petits échantillons, et il ne suppose qu'une seule relation de cointégration. En effet, l'hypothèse  $H_0$  est l'existence d'une et une seule relation de cointégration, et son rejet peut indiquer, soit qu'il n'y en a aucune, soit qu'il en existe plusieurs.

Compte tenu de ces limites, nous nous sommes orientés vers une méthode plus robuste et plus riche, puisqu'elle permet de tester plusieurs relations de cointégration : la modélisation multivariée de Johansen, et l'étude de vecteurs autorégressifs (VAR).

#### IV.2.2. Modélisation multivariée et tests de cointégration de Johansen

La relation de cointégration définie précédemment ne mesure que la relation de long terme entre les variables, et ne prétend pas expliquer exhaustivement toute l'évolution dynamique d'une des variables en fonction de l'évolution dynamique des autres variables.

La méthode de Johansen, consiste en la construction d'un vecteur autorégressif, et cette méthode est sensible au choix de la longueur du retard (Boswijk et Franses, 1992). Le test du rapport de vraisemblance modifié de Sims (1980) peut être utilisé pour déterminer le retard adéquat. Le but d'une estimation de cointégration est de déterminer si une combinaison linéaire de deux (ou davantage) variables non-stationnaires existe. Une telle situation constitue une relation de long terme. Ensuite, nous introduirons, des modèles VAR, qui sont des modèles de court terme, dont la solution de long terme est donnée par les relations (vecteurs) de cointégration.

##### *IV.2.2.1. Le système dynamique*

Comme les tests de racines unitaires ont été assez unanimes pour les variables *primesr*, *cpr*, *depr*, *pibr*, *r*,  $\Delta cacr$  et *sinir* (en montrant qu'elles étaient  $I(1)$ ), celles-ci ont été retenues pour la modélisation empirique. Toutes ces variables forment le processus stochastique multivarié  $\{X_t\}$  qui est défini de la manière suivante :

$$X_t = \begin{pmatrix} X_{1t} \\ X_{2t} \\ X_{3t} \\ X_{4t} \\ X_{5t} \\ X_{6t} \\ X_{7t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} primesr_t \\ cpr_t \\ depr_t \\ pibr_t \\ r_t \\ \Delta cacr_t \\ sinir_t \end{pmatrix}$$

Ce processus  $\{X_t\}$  est supposé déterminé par un système dynamique stochastique représentable par un modèle VAR(2) :

$$X_t = \mu + \sum_{l=1}^2 \Phi_l X_{t-l} + u_t$$

c'est-à-dire encore tels que :

$$\Phi(L)X_t = \mu + u_t$$

où  $\Phi(L)$  est un polynôme matriciel en l'opérateur de retard  $L$ , et est défini par :

$$\Phi(L) = \left( I_7 - \sum_{l=1}^2 \Phi_l L^l \right)$$

Chaque matrice  $\Phi_l$  est d'ordre  $7 \times 7$ . La spécification d'un VAR à 2 retards est choisie pour des raisons précises : d'une part, une dynamique à deux retards est bien adaptée à des séries annuelles, en étant parcimonieuse tout en permettant la présence de cycles dans les variables, d'autre part cette spécification à 2 retards n'est pas rejetée statistiquement par rapport à une spécification avec davantage de retards<sup>9</sup>. Ensuite les tests de mauvaise spécification résultant de l'estimation du VAR(2) sur la période 1966 à 1999 sont globalement favorables à cette spécification (Annexe II).

La présence de racines unitaires implique que l'équation caractéristique ( $0 = |\Phi(L)|$ ) du système VAR admet des racines unités et donc que  $0 = |\Phi(1)|$ . Par ailleurs, on peut montrer aisément que  $\Phi(L)$  peut se décomposer de la manière suivante :

$$\Phi(L) = \Phi(1)L + (1-L)(I_n - A_1L) \quad \text{où} \quad A_1 = -\Phi_2$$

si bien que le système VAR(2), dont la forme originale est  $\Phi(L)X_t = \mu + u_t$ , peut encore être reparamétrisé de la manière suivante :

$$\Delta X_t = \mu - \Phi(1)X_{t-1} + A_1\Delta X_{t-1} + u_t$$

Les variables de X sont cointégrées avec r vecteurs de cointégration linéairement indépendants si le rang de  $\Phi(1)$  est égal à r ( $< n$ ), et s'il existe des matrices  $\alpha$  et  $\beta$ , de type  $7 \times r$  et de rang r où  $0 < r \leq n$ , telles que  $\Phi(1) = -\alpha\beta'$ . Le système VAR(2) peut être alors représenté en forme de mécanisme à correction d'erreur, de la manière suivante :

$$\text{Eq. 1} \quad \Delta X_t = \mu + \alpha\beta'X_{t-1} + A_1\Delta X_{t-1} + u_t$$

La matrice de cointégration  $\beta$  est la matrice de type  $7 \times r$  dont chaque colonne est un vecteur de cointégration différent. Le vecteur  $\beta'X_{t-1}$ , qui a r éléments, est le vecteur des r expressions cointégrées qui mesurent chacune un écart par rapport à une relation d'équilibre différente, à la période t-1. En explicitant les matrices, la forme à correction d'erreur (Eq. 1) est :

$$\text{Eq. 2} \quad \begin{pmatrix} \text{primes}_t - \text{primes}_{t-1} \\ \text{cpr}_t - \text{cpr}_{t-1} \\ \vdots \\ \text{sinir}_t - \text{sinir}_{t-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \vdots \\ \mu_7 \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \cdots & \alpha_{1r} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \cdots & \alpha_{2r} \\ \cdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_{71} & \alpha_{72} & \cdots & \alpha_{7r} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} & \cdots & \beta_{1r} \\ \beta_{21} & \beta_{22} & \cdots & \beta_{2r} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \beta_{71} & \beta_{72} & \cdots & \beta_{7r} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \text{primes}_{t-1} \\ \text{cpr}_{t-1} \\ \vdots \\ \text{sinir}_{t-1} \end{pmatrix} \\ + \begin{pmatrix} a_{11,1} & a_{12,1} & \cdots & a_{17,1} \\ a_{21,1} & a_{22,1} & \cdots & a_{27,1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{71,1} & a_{72,1} & \cdots & a_{77,1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \text{primes}_{t-1} - \text{primes}_{t-2} \\ \text{cpr}_{t-1} - \text{cpr}_{t-2} \\ \vdots \\ \text{sinir}_{t-1} - \text{sinir}_{t-2} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} u_{1t} \\ u_{2t} \\ \vdots \\ u_{7t} \end{pmatrix}$$

S'il y a cointégration, le système VAR(2) cointégré mis en forme de correction d'erreur est donc le système d'équations suivantes pour les 7 variables :

<sup>9</sup> Par rapport à un VAR(3), les 49 restrictions imposées par un VAR(2) ne sont pas rejetées en utilisant un test du rapport de vraisemblance. Ce test résulte de l'estimation du VAR(2) et du VAR(3) sur la même période 1967 à 1999.

$$\begin{aligned} \Delta primesr_t &= \mu_1 + \alpha_{11} (\beta_{11} primesr_{t-1} + \beta_{21} cpr_{t-1} + \dots + \beta_{71} sinir_{t-1}) \\ &+ \alpha_{12} (\beta_{12} primesr_{t-1} + \beta_{22} cpr_{t-1} + \dots + \beta_{72} sinir_{t-1}) + \dots \\ &+ \alpha_{1r} (\beta_{1r} primesr_{t-1} + \beta_{2r} cpr_{t-1} + \dots + \beta_{7r} sinir_{t-1}) \\ &+ a_{11,1} \Delta primesr_{t-1} + a_{12,1} \Delta cpr_{t-1} + \dots + a_{17,1} \Delta sinir_{t-1} + u_{1t} \end{aligned}$$

Eq. 3

$$\begin{aligned} \Delta sinir_t &= \mu_7 + \alpha_{71} (\beta_{11} primesr_{t-1} + \beta_{21} cpr_{t-1} + \dots + \beta_{71} sinir_{t-1}) \\ &+ \alpha_{72} (\beta_{12} primesr_{t-1} + \beta_{22} cpr_{t-1} + \dots + \beta_{72} sinir_{t-1}) + \dots \\ &+ \alpha_{7r} (\beta_{1r} primesr_{t-1} + \beta_{2r} cpr_{t-1} + \dots + \beta_{7r} sinir_{t-1}) \\ &+ a_{71,1} \Delta primesr_{t-1} + a_{72,1} \Delta cpr_{t-1} + \dots + a_{77,1} \Delta sinir_{t-1} + u_{7t} \end{aligned}$$

Chaque coefficient  $\alpha_{ij}$  de la matrice  $\alpha$  représente le taux de réaction de la  $i^{\text{ème}}$  variable à l'écart précédent par rapport à la  $j^{\text{ème}}$  relation d'équilibre. Il s'agit donc bien du taux de correction de la variable  $i$ , suite à l'observation de l'écart précédent, ou déséquilibre précédent, par rapport à la  $j^{\text{ème}}$  relation d'équilibre. Chaque coefficient  $a_{il,1}$  de la matrice  $A_l$  représente le taux de réaction de la  $i^{\text{ème}}$  variable à la variation passée, une période auparavant, de la  $l^{\text{ème}}$  variable.

#### A. Détermination du rang de cointégration

Puisqu'un tel système dynamique en forme de correction d'erreur n'existe que s'il y a cointégration, il convient d'abord de vérifier s'il y a bien cointégration, et de déterminer  $r$ . Le rang de cointégration est déterminé par un test sur la nullité des  $(7-r)$  plus petites valeurs propres, ce qui correspond à un test de rapport de vraisemblance.

Les tests de cointégration de Johansen sont donc calculés sur le VAR(2), pour le cas où il n'y a pas de tendance ajoutée et où le terme constant n'est pas restreint (cf. Johansen et Juselius (1990) et Johansen (1994)). Le vecteur des termes constants n'est donc pas contraint à être une combinaison linéaire des colonnes de  $\alpha$ , pour permettre la présence éventuelle d'une tendance déterministe linéaire dans les processus des variables, en plus de la tendance stochastique due à la racine unitaire. Les résultats sont présentés dans le Tableau 6.

Tableau 6 - Test du rapport de vraisemblance basé sur la valeur propre maximale et sur la trace VAR(2) sans tendance ajoutée et avec constante libre

H0	H1	Test	V.Crit 95%	V.Crit 90%	H1	Test	V.Crit 95%	V.Crit 90%
$r = 0$	$r = 1$	68.7972	45.6300	42.7000	$r \geq 1$	191.9527	124.6200	119.6800
$r \leq 1$	$r = 2$	43.5940	39.8300	36.8400	$r \geq 2$	123.1555	95.8700	91.4000
$r \leq 2$	$r = 3$	38.1290	33.6400	31.0200	$r \geq 3$	79.5615	70.4900	66.2300
$r \leq 3$	$r = 4$	17.8790	27.4200	24.9900	$r \geq 4$	41.4325	48.8800	45.7000
$r \leq 4$	$r = 5$	15.0292	21.1200	19.0200	$r \geq 5$	23.5535	31.5400	28.7800
$r \leq 5$	$r = 6$	7.7850	14.8800	12.9800	$r \geq 6$	8.5243	17.8600	15.7500
$r \leq 6$	$r = 7$	0.7393	8.0700	6.5000	$r \geq 7$	0.7393	8.0700	6.5000

Ces résultats suggèrent l'existence de 3 relations de cointégration entre les variables étudiées. L'estimation du système dynamique sous cette restriction ( $r=3$ ) fournit 3 vecteurs de cointégration estimés (Tableau 7), qui ne sont pas identifiés (puisque toute combinaison linéaire de ces vecteurs estimés peut aussi être considérée comme un vecteur de cointégration). Pour qu'ils le soient, il faut imposer des *restrictions d'identification* (restrictions de normalisation et des restrictions supplémentaires d'identification).

Tableau 7 - Vecteurs de cointégration estimés sous l'hypothèse que  $r = 3$ 

	Vecteur 1	Vecteur 2	Vecteur 3
primes <sub>t</sub>	-3.1902	2.9196	-2.1187
cpr <sub>t</sub>	-0.7030	-0.0478	0.2443
depr <sub>t</sub>	1.7356	-9.1149	1.6146
pibr <sub>t</sub>	-1.4528	8.4761	-0.9520
r <sub>t</sub>	0.06502	0.0709	0.8165E-3
Δcacr <sub>t</sub>	0.2614	-1.0366	1.6153
sinir <sub>t</sub>	2.6504	-0.8701	-0.0342

### B. Introduction de restrictions de normalisation et d'identification

Ces restrictions d'identification ont pour but de choisir des vecteurs  $\tilde{\beta}_1, \tilde{\beta}_2, \tilde{\beta}_3$  particuliers (qui sont les colonnes d'une matrice  $\tilde{\beta}$ ) parmi l'infinité de vecteurs qui sont des combinaisons linéaires des vecteurs estimés  $\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, \hat{\beta}_3$  (ceux-ci étant les colonnes de la matrice  $\hat{\beta}$ ).

Les restrictions de normalisation choisies sont :  $\tilde{\beta}_{ii} = -1 \quad \forall i = 1, \dots, 3$

Ces normalisations suggèrent implicitement que l'on souhaite interpréter les trois premiers vecteurs de cointégration, chacun comme une relation portant respectivement sur la détermination des primes, du capital, et des dépenses.

Deux restrictions supplémentaires d'identification sur les coefficients de chaque vecteur normalisé doivent également être imposées, pour que les coefficients cointégrants soient tous exactement identifiés.

Ici, il semble raisonnable d'imposer que le PIB n'a pas d'influence spécifique directe sur les primes à long terme, indépendamment du rôle indirect qu'il peut jouer, de par son influence éventuelle sur les sinistres qui affectent de manière essentielle, la détermination de l'évolution tendancielle des primes en longue période. Par ailleurs, à long terme, l'élasticité des primes réelles aux sinistres réels ne peut qu'être unitaire, pour respecter la cohérence théorique macroéconomique et financière.

Il semble également raisonnable de supposer que l'évolution du capital des assureurs n'est pas liée directement au PIB réel, ni au taux d'intérêt réel en longue période.

Quant aux dépenses réelles des assureurs, elles n'ont pas de raison d'entretenir une relation d'équilibre spécifique avec le taux d'intérêt réel et le taux de rendement réel des actions.

On choisit donc des vecteurs  $\tilde{\beta}_1, \tilde{\beta}_2, \tilde{\beta}_3$  qui sont des combinaisons linéaires des vecteurs originaux  $\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, \hat{\beta}_3$  :

$$\tilde{\beta}_1 = \hat{\beta}_1 W_1, \quad \tilde{\beta}_2 = \hat{\beta}_2 W_2, \quad \tilde{\beta}_3 = \hat{\beta}_3 W_3$$

où les poids  $W_1 = \begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \\ c_1 \end{pmatrix}$ ,  $W_2 = \begin{pmatrix} a_2 \\ b_2 \\ c_2 \end{pmatrix}$  et  $W_3 = \begin{pmatrix} a_3 \\ b_3 \\ c_3 \end{pmatrix}$  des combinaisons linéaires doivent être

sélectionnés sous les contraintes que:

$$\begin{pmatrix} \hat{\beta}_{11} & \hat{\beta}_{12} & \hat{\beta}_{13} \\ \hat{\beta}_{41} & \hat{\beta}_{42} & \hat{\beta}_{43} \\ \hat{\beta}_{71} & \hat{\beta}_{72} & \hat{\beta}_{73} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \\ c_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \hat{\beta}_{21} & \hat{\beta}_{22} & \hat{\beta}_{23} \\ \hat{\beta}_{41} & \hat{\beta}_{42} & \hat{\beta}_{43} \\ \hat{\beta}_{51} & \hat{\beta}_{52} & \hat{\beta}_{53} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_2 \\ b_2 \\ c_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \hat{\beta}_{31} & \hat{\beta}_{32} & \hat{\beta}_{33} \\ \hat{\beta}_{51} & \hat{\beta}_{52} & \hat{\beta}_{53} \\ \hat{\beta}_{61} & \hat{\beta}_{62} & \hat{\beta}_{63} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_3 \\ b_3 \\ c_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

ce qui produit mécaniquement une matrice de coefficients cointégrants exactement identifiés de la forme :

$$\hat{\beta} = \begin{pmatrix} -1 & \hat{\beta}_{12} & \hat{\beta}_{13} \\ \hat{\beta}_{21} & -1 & \hat{\beta}_{23} \\ \hat{\beta}_{31} & \hat{\beta}_{32} & -1 \\ 0 & 0 & \hat{\beta}_{43} \\ \hat{\beta}_{51} & 0 & 0 \\ \hat{\beta}_{61} & \hat{\beta}_{62} & 0 \\ 1 & \hat{\beta}_{72} & \hat{\beta}_{73} \end{pmatrix} \text{ dont les valeurs calculées sont données au Tableau 8 :}$$

Tableau 8 - Vecteurs de cointégration estimés normalisés et exactement identifiés ( $r = 3$ )

	Vecteur 1	Vecteur 2	Vecteur 3
$primesr_t$	-1.0000	4.6432	0.4837
$cpr_t$	-0.2922	-1.0000	0.0954
$depr_t$	0.0459	-1.7860	-1.0000
$pibr_t$	0.0000	0.0000	0.9581
$r_t$	0.0303	0.0000	0.0000
$\Delta cacr_t$	-0.0251	-4.6572	0.0000
$sinir_t$	1.0000	1.3021	-0.3932

Ces contraintes n'imposent aucune restriction sur l'estimation du système dynamique cointégré par maximum de vraisemblance : elles ne font que révéler la manière arbitraire dont on choisit d'interpréter le modèle, et ne sont donc pas testables statistiquement. Leur pertinence est toutefois vérifiable d'un point de vue économique, en s'assurant qu'elles donnent lieu à des relations, dont les coefficients estimés sont plausibles économiquement. Or, cette plausibilité est globalement atteinte ici puisque les résultats ci-dessus impliquent les trois relations d'équilibre suivantes :

$$\begin{aligned} primesr_t &= -0,29 cpr_t + 0,05 depr_t + 0,03 r_t - 0,03 \Delta cacr_t + 1 sinir_t \\ cpr_t &= 4,64 primesr_t - 1,78 depr_t - 4,66 \Delta cacr_t + 1,30 sinir_t \\ depr_t &= 0,48 primesr_t + 0,96 pibr_t + 0,10 cpr_t - 0,39 sinir_t \end{aligned}$$

Ces relations peuvent encore s'exprimer de la manière suivante :

$$\begin{aligned} \left( \frac{PRIMES_t}{PRIX_t} \right) &= \left( \left( \frac{CP_t}{PRIX_t} \right)^{-0,29} \left( \frac{DEP_t}{PRIX_t} \right)^{0,05} e^{0,03 r_t - 0,03 \Delta cacr_t} \right) \left( \frac{SINI_t}{PRIX_t} \right) \\ \left( \frac{CP_t}{PRIX_t} \right) &= \left( \frac{PRIMES_t}{PRIX_t} \right)^{4,64} \left( \frac{DEP_t}{PRIX_t} \right)^{-1,78} e^{-4,66 \Delta cacr_t} \left( \frac{SINI_t}{PRIX_t} \right)^{1,30} \\ \left( \frac{DEP_t}{PRIX_t} \right) &= \left( \frac{PRIMES_t}{PRIX_t} \right)^{0,09} \left( \frac{CP_t}{PRIX_t} \right)^{0,1} \left( \frac{SINI_t}{PRIMES_t} \right)^{-0,39} \left( \frac{PIB_t}{PRIX_t} \right)^{0,96} \end{aligned}$$

La première relation d'équilibre indique qu'à long terme, les primes réelles sont proportionnelles aux sinistres réels : le coefficient de proportionnalité est d'autant plus faible que le capital réel est élevé, d'autant plus élevé que les dépenses réelles et le taux d'intérêt réel sont élevés; il diminue si le rendement réel boursier augmente. L'élasticité unitaire des primes réelles aux sinistres réels s'explique par le fait que les primes réelles sont constituées pour indemniser des sinistres, et sont donc fondamentalement déterminées par les anticipations rationnelles de ceux-ci. La relation négative des primes réelles au niveau du capital réel des assureurs semble confirmer la validité de la théorie des contraintes de capacité (de Gron et Winter). La relation positive des primes réelles aux dépenses réelles s'explique par la nécessité, pour les assureurs, de percevoir les recettes

nécessaires au paiement de ces charges. La relation négative des primes réelles au rendement boursier réel s'explique par le fait que l'augmentation du rendement financier des placements permet d'accepter un taux de profit technique plus faible, et donc des primes réelles plus faibles. C'est une implication du MEDAF de l'assurance. On devrait donc aussi observer une relation négative entre primes réelles et taux d'intérêt réel, mais la relation positive obtenue ici s'explique par la corrélation forte entre le taux d'intérêt réel et le taux de croissance réel de l'activité économique (cf. théorie de l'équilibre général) : une augmentation du taux d'intérêt réel reflète une augmentation de la croissance globale, qui dope la demande de produits d'assurance et pousse les primes à la hausse.

La deuxième relation d'équilibre signifie qu'à long terme, le capital réel des assureurs augmente si les sinistres réels augmentent, car ceci les incite à lever de nouveaux capitaux (Cummins et Danzon, 1997). Le capital réel est également, et très logiquement, affecté à la hausse par le niveau des primes réelles émises et affecté à la baisse par le niveau des dépenses réelles. Une augmentation du taux de rendement boursier réel permet de détenir moins de capitaux réels car le rendement financier de ceux-ci est plus élevé.

La troisième relation d'équilibre suggère que les dépenses réelles liées à la vente des produits d'assurance et à la gestion des sinistres augmentent logiquement avec le niveau des primes émises et le capital réel des assureurs, qui mesure la capacité de production du secteur. Toutefois, les dépenses totales réelles diminuent si le rapport des sinistres aux primes augmente, ce qui semble suggérer, d'une part qu'une augmentation des sinistres incite les assureurs à diminuer leurs frais de gestion pour maintenir la rentabilité, et d'autre part, qu'une croissance des sinistres induit une croissance des dépenses de gestion inférieure à la croissance des dépenses de distribution induite par une croissance des primes émises.

### C. Vecteurs de cointégration (restrictions de suridentification) et VAR(2) cointégré avec restrictions de cointégration

Sur base des résultats précédents, on teste les hypothèses de restriction de suridentification  $\beta_{73} = -\beta_{13}$  et  $\beta_{43} = 1$ , en plus des restrictions d'identification exacte déjà présentes (Tableau 9) :

Tableau 9 et Tableau 10 - Vecteurs de cointégration estimés normalisés et exactement identifiés ( $r=3$ )

	Tableau 9 - (restrictions de suridentification $\beta_{73} = -\beta_{13}$ et $\beta_{43} = 1$ )			Tableau 10 - (restriction de suridentification $\beta_{73} = -\beta_{13}$ , $\beta_{43} = 1$ et $\beta_{23} = 0$ )		
	Vecteur 1	Vecteur 2	Vecteur 3	Vecteur 1	Vecteur 2	Vecteur 3
primes <sub>t</sub>	-1.0000	3.0642	0.5185	-1.0000	9.1297	0.6077
cpr <sub>t</sub>	-0.2873	-1.0000	0.1305	-1.1772	-1.0000	0.0000
depr <sub>t</sub>	0.0388	-1.6938	-1.0000	4.8323	-1.6442	-1.0000
pibr <sub>t</sub>	-0.0000	0.0000	1.0000	-0.0000	-0.0000	1.0000
r <sub>t</sub>	0.0290	0.0000	-0.0000	-0.0318	0.0000	-0.0000
$\Delta$ acac <sub>t</sub>	0.0085	-3.1791	0.0000	0.4994	0.3628	0.0000
sini <sub>t</sub>	1.0000	1.9917	-0.5185	1.0000	-9.1574	-0.6077

Ces restrictions de suridentification ne sont pas rejetées puisque le test Chi<sup>2</sup>(2) du rapport de vraisemblance donne une valeur de 0.442 à laquelle est associée une probabilité critique de 80.2%. Les relations d'équilibre peuvent s'écrire :

$$\left( \frac{PRIMES_t}{PRIX_t} \right) = \left( \left( \frac{CP_t}{PRIX_t} \right)^{-0,29} \left( \frac{DEP_t}{PRIX_t} \right)^{0,04} e^{0,03r_t + 0,01\Delta acac_t} \right) \left( \frac{SINI_t}{PRIX_t} \right)$$

$$\left(\frac{CP_t}{PRIX_t}\right) = \left(\frac{PRIMES_t}{PRIX_t}\right)^{3,06} \left(\frac{DEP_t}{PRIX_t}\right)^{-1,69} e^{-3,18 \Delta cacr_t} \left(\frac{SINI_t}{PRIX_t}\right)^{1,99}$$

$$\left(\frac{DEP_t}{PRIX_t}\right) = \left(\left(\frac{CP_t}{PRIX_t}\right)^{0,13} \left(\frac{SINI_t}{PRIMES_t}\right)^{-0,51}\right) \left(\frac{PIB_t}{PRIX_t}\right)$$

Ces nouvelles relations d'équilibre apportent peu de changement en termes de signes des coefficients : le seul changement concerne le coefficient du taux de rendement réel des actions, dont le signe est désormais le même que pour le taux d'intérêt réel, mais qui n'a pas le signe suggéré par le MEDAF de l'assurance.

Sur base des résultats du Tableau 9, ajoutons à ces restrictions, l'hypothèse que  $\beta_{23} = 0$  (Tableau 10). Ces relations d'équilibre peuvent encore être présentées ainsi :

$$\left(\frac{PRIMES_t}{PRIX_t}\right) = \left(\left(\frac{CP_t}{PRIX_t}\right)^{-1,18} \left(\frac{DEP_t}{PRIX_t}\right)^{4,83} e^{-0,03 r_t + 0,50 \Delta cacr_t}\right) \left(\frac{SINI_t}{PRIX_t}\right)$$

$$\left(\frac{CP_t}{PRIX_t}\right) = \left(\frac{PRIMES_t}{PRIX_t}\right)^{9,12} \left(\frac{DEP_t}{PRIX_t}\right)^{-1,64} e^{0,36 \Delta cacr_t} \left(\frac{SINI_t}{PRIX_t}\right)^{-9,15}$$

$$\left(\frac{DEP_t}{PRIX_t}\right) = \left(\frac{SINI_t}{PRIMES_t}\right)^{-0,6} \left(\frac{PIB_t}{PRIX_t}\right)$$

Du point de vue de leur plausibilité économique, ces résultats sont particulièrement intéressants.

Cette fois, dans la relation d'équilibre des primes, le taux d'intérêt a le coefficient négatif suggéré par le MEDAF de l'assurance. C'est en revanche, le rendement boursier réel qui a un coefficient positif : il joue vraisemblablement ici le rôle de "proxy" pour le taux de croissance réel de l'activité avec lequel il est très corrélé. Lorsque la croissance réelle est forte, la demande de produits d'assurance est élevée et pousse les primes réelles à la hausse (sous l'influence de la hausse du niveau de vie). On retrouve aussi la théorie de la capacité contrainte de Gron et Winter. Avec cette nouvelle restriction, la relation d'équilibre du capital des assureurs devient alors plus aisée à interpréter : les primes émises font augmenter le capital, tandis que les sinistres et les dépenses le réduisent. Les gains boursiers provoquent également une augmentation du capital.

Toutefois les restrictions imposées ne sont pas acceptées puisque un test  $\text{Chi}^2(3)$  du rapport de vraisemblance présente une probabilité critique de 0.0%.

Nous allons maintenant nous intéresser à un modèle de court terme, dont la solution d'équilibre est donnée par les 3 vecteurs de cointégration définis dans le Tableau 9 et le Tableau 10.

#### a. VAR(2) cointégré, avec restrictions de suridentification acceptées

Puisque la restriction n'est pas acceptée, on ne conserve, dans un premier temps, que les vecteurs de cointégration avec les hypothèses de suridentification  $\beta_{73} = -\beta_{13}$  et  $\beta_{43} = 1$ .

On définit de nouvelles variables  $\text{ecm1}$ ,  $\text{ecm2}$  et  $\text{ecm3}$  qui sont les écarts par rapport aux trois relations d'équilibre (d'après les résultats du Tableau 9) :

$$\begin{aligned} \text{ecm1}_t &= -0,29 \text{cpr}_t + 0,04 \text{depr}_t + 0,03 r_t + 0,01 \Delta \text{cacr}_t + 1 \text{sinir}_t - \text{primesr}_t \\ \text{ecm2}_t &= 3,06 \text{primesr}_t - 1,69 \text{depr}_t - 3,18 \Delta \text{cacr}_t + 1,99 \text{sinir}_t - \text{cpr}_t \\ \text{ecm3}_t &= 1 \text{pibr}_t + 0,13 \text{cpr}_t - 0,51 (\text{sinir}_t - \text{primesr}_t) - \text{depr}_t \end{aligned}$$

Le modèle VAR(2) cointégré mis en forme à correction d'erreur, fournit des résultats d'estimation sur la période 1966-1999, qui sont présentés au Tableau 11. Les sept équations simultanées estimées ici correspondent au système d'équations Eq. 3 page 15.

C'est la première équation, relative aux primes, que nous commenterons le plus, puisque c'est aux mouvements de primes que nous nous intéressons.

**Tableau 11 - VAR(2) cointégré mis en forme à correction d'erreur - Estimation des 7 équations simultanées (à partir des résultats du Tableau 9)**

	$\Delta primes_t$	$\Delta cpr_t$	$\Delta depr_t$	$\Delta pibr_t$	$\Delta r_t$	$\Delta acacr_t$	$\Delta sinir_t$
c	0.9819*** (0.2846)	1.4571* (0.7616)	0.2375 (0.2723)	0.2488 (0.1712)	32.023** (12.847)	-1.4291 (1.8202)	1.8934** (.8279)
$\Delta primes_{t-1}$	-0.0351 (0.2211)	-1.0854* (0.5916)	-0.2470 (0.2115)	-0.0763 (0.1330)	-31.988*** (9.9791)	-1.5839 (1.4139)	-1.2486* (0.6431)
$\Delta cpr_{t-1}$	-0.0954 (0.0816)	0.3361 (0.2183)	0.0913 (0.0781)	0.0142 (0.0491)	-2.1153 (3.6829)	0.3927 (0.5218)	-0.2635 (0.2373)
$\Delta depr_{t-1}$	0.1710 (0.2878)	0.3525 (0.7700)	0.1468 (0.2753)	0.1015 (0.1731)	13.181 (12.9887)	-0.3889 (1.8403)	0.3655 (0.8371)
$\Delta pibr_{t-1}$	-0.1292 (0.4351)	-0.5027 (1.1641)	-0.2504 (0.4162)	0.1280 (0.2616)	-58.706*** (19.6363)	-1.9179 (2.7822)	-2.3935* (1.2654)
$\Delta r_{t-1}$	-0.0101* (0.0055)	-0.0149 (0.0148)	0.0015 (0.0053)	0.0023 (0.0033)	-0.1592 (0.2488)	-0.0529 (0.0353)	0.0075 (0.0160)
$\Delta(\Delta acacr)_{t-1}$	-0.0209 (0.0323)	0.0825 (0.0863)	0.0554* (0.0309)	0.0131 (0.0194)	1.81610 (1.4556)	0.3586* (0.2062)	0.0479 (0.0938)
$\Delta sinir_{t-1}$	-0.0084 (0.0767)	-0.1032 (0.2053)	0.0397 (0.0734)	0.0077 (0.0461)	3.72630 (3.4630)	-0.5242 (0.4907)	0.2787 (0.2232)
$ecm1_{t-1}$	0.3005*** (0.0817)	0.7123*** (0.2186)	0.2231*** (0.0782)	0.0352 (0.0491)	8.45060* (3.6879)	1.8039*** (0.5225)	-0.0317 (0.2377)
$ecm2_{t-1}$	-0.0040 (0.0150)	0.0258 (0.0400)	0.0421*** (0.0143)	-0.0016 (0.0090)	0.17868 (0.6752)	0.4059*** (0.0957)	-0.0535 (0.0435)
$ecm3_{t-1}$	0.3323 (0.2009)	0.6233 (0.5375)	0.7056*** (0.1921)	0.1425 (0.1208)	19.3375** (9.0657)	3.6455*** (1.2845)	0.7827 (0.5842)
$R^2$ ajusté	0.5638	0.3011	0.4898	0.3419	0.1985	0.4840	0.2936
Stat-F(10,23)	5.27[.000]	2.42[.039]	4.17[.002]	2.71[.023]	1.82[.114]	4.10[.002]	2.37[.042]

Pour chaque variable, sur la 1<sup>ère</sup> ligne figurent les coefficients estimés, et sur la 2<sup>e</sup> ligne entre parenthèses l'écart type estimé de chaque coefficient estimé.

Dans cette équation des variations des primes réelles, les variables différenciées prennent en compte les effets de court terme des variables passées, tandis que les variables "ecm" s'intéressent aux relations de long terme.

Le seul coefficient significatif (même si le caractère "significatif" n'a pas grande importance ici, puisque le terme d'erreur n'est pas bruit blanc) concerne les taux d'intérêt réels à long terme, dont le coefficient négatif confirme les conclusions des modèles financiers de l'assurance (comme le MEDAF) : quand les taux d'intérêt diminuent, les primes augmentent, afin de compenser la baisse des résultats financiers. L'indice boursier joue également dans le même sens. Cet effet est donc valable à long terme (comme montré précédemment) et à court terme, même s'il ne s'agit pour l'instant encore que des effets des variables retardées.

La variable  $ecm1_t$ , par exemple, est la différence entre la valeur d'équilibre des primes au temps t et la valeur observée des primes au temps t. Quand les primes sont trop faibles par rapport à la relation d'équilibre, elles doivent augmenter pour retrouver l'équilibre : il est donc normal que le coefficient de  $ecm1_{t-1}$  soit positif.

Puisque les coefficients  $ecm2_{t-1}$  et  $ecm3_{t-1}$  ne sont pas significatifs, les primes ne répondent pas au déséquilibre concernant le niveau des fonds propres et les dépenses.

Dans l'équation relative aux fonds propres, peu de coefficients sont significatifs, mais il est délicat de supprimer les variables non-significatives d'une équation, en raison des conséquences sur les six autres, puisqu'il s'agit d'un système à équations simultanées. Seules les primes sont significatives, mais avec un coefficient négatif : une hausse des primes à la période précédente

viendrait diminuer les fonds propres des compagnies. Mais  $ecm1_{t-1}$  a bien un coefficient positif, montrant que, lorsque les primes sont trop faibles par rapport à la relation d'équilibre, elles doivent augmenter pour retrouver l'équilibre (et alimentent alors les fonds propres). Même si le coefficient n'est pas significatif, le signe des sinistres est bien celui attendu : une hausse des sinistres peut entamer à court terme les capitaux propres (surtout s'ils sont de forte ampleur). Les coefficients  $ecm2_{t-1}$  et  $ecm3_{t-1}$  ne sont pas significatifs, ce qui signifie que les fonds propres ne répondent pas au déséquilibre concernant le niveau des fonds propres et les dépenses.

Dans l'équation relative aux dépenses, les trois variables  $ecm_{t-1}$  sont significatives : les frais de souscription et de gestion répondent positivement au déséquilibre concernant le niveau des primes, des fonds propres et des dépenses. A court terme, les primes joueraient en sens contraire des dépenses (des économies d'échelle peuvent survenir, et les assureurs peuvent être tentés d'enrayer une baisse de la croissance des primes en augmentant les dépenses de souscription, via, par exemple, des campagnes de prospection).

Dans l'équation relative au PIB, aucun coefficient n'est significatif, mais il est logique de constater que l'assurance, malgré son rôle important dans le financement de l'économie, n'influe pas à ce point sur la croissance.

Nous commenterons très succinctement les trois autres relations, puisque l'assurance n'a pas la prétention d'expliquer les trois variables que sont les taux d'intérêt, l'indice boursier et les sinistres.

C'est le PIB de l'année précédente qui semble le plus influencer les taux d'intérêt.

Les taux d'intérêt influent négativement sur le rendement de l'indice boursier, ce qui est conforme aux mécanismes économiques et financiers.

On retrouve le lien négatif entre les sinistres et le PIB, reflet du phénomène d'aléa moral.

b. VAR(2) cointégré, avec restrictions de suridentification donnant des vecteurs de cointégration plausibles économiquement

Après l'étude du VAR(2) cointégré ne contenant que les restrictions de suridentification acceptées, nous allons désormais nous orienter vers un VAR(2) avec des restrictions de suridentification donnant des vecteurs de cointégration plausibles économiquement (Tableau 13). En effet, Pesaran et Pesaran (1997) ont montré que le test du ratio de vraisemblance de restrictions sur les coefficients des vecteurs de cointégration a tendance à rejeter abusivement des restrictions vraies. Dès lors, il est sage d'utiliser des vecteurs de cointégration qui ont une bonne plausibilité économique, même s'ils sont le résultat de restrictions de suridentification rejetées (Tableau 10, où les restrictions donnent des résultats économiquement vraisemblables ( $\beta_{73} = -\beta_{13}$  et  $\beta_{43} = 1$ , restrictions auxquelles on ajoute  $\beta_{23} = 0$ )).

Nous définissons alors de nouvelles variables  $ecm1$ ,  $ecm2$ ,  $ecm3$ , écarts par rapport aux trois relations d'équilibre :

$$ecm1_t = -1,18 \text{ cpr}_t + 4,83 \text{ depr}_t - 0,03 r_t + 0,50 \Delta \text{cacr}_t + 1 \text{ sinir}_t - \text{primesr}_t$$

$$ecm2_t = 9,12 \text{ primesr}_t - 1,64 \text{ depr}_t + 0,36 \Delta \text{cacr}_t - 9,15 \text{ sinir}_t - \text{cpr}_t$$

$$ecm3_t = \text{pibr}_t - 0,60 (\text{sinir}_t - \text{primesr}_t) - \text{depr}_t$$

**Tableau 12 - VAR(2) cointégré mis en forme à correction d'erreur - Estimation des 7 équations simultanées (à partir des résultats du Tableau 10)**

	$\Delta primes_t$	$\Delta cpr_t$	$\Delta depr_t$	$\Delta pibr_t$	$\Delta r_t$	$\Delta acacr_t$	$\Delta sinir_t$
c	.7567* (.3063)	-.4400 (.8230)	.3390 (.2992)	0.3337** (0.1461)	26.775** (11.884)	-0.0398 (2.413)	2.4349*** (0.7799)
$\Delta primes_{t-1}$	.1598 (.2268)	-.0332 (.6093)	.0653 (.2215)	-0.1541 (0.1082)	-23.948** (8.798)	0.7424 (1.786)	-1.4806** (0.5774)
$\Delta cpr_{t-1}$	.0049 (.0711)	.4458** (.1909)	.0082 (.0694)	0.0195 (0.0339)	0.580 (2.757)	-0.6379 (0.560)	-0.0514 (0.1810)
$\Delta depr_{t-1}$	-.0837 (.3241)	-.9426 (.8707)	.0082 (.3166)	0.0794 (0.1546)	4.609 (12.572)	-1.869 (2.553)	1.1903 (0.8251)
$\Delta pibr_{t-1}$	.0019 (.5095)	1.3484 (1.3689)	.0807 (.4977)	0.2025 (0.2431)	-59.961*** (19.766)	1.311 (4.014)	-3.3826** (1.2972)
$\Delta r_{t-1}$	.0029 (.0050)	.0045 (.0134)	.0015 (.0049)	0.0023 (0.0024)	0.121 (0.194)	-0.0436 (0.0394)	0.0102 (0.0127)
$\Delta(\Delta acacr)_{t-1}$	-.0166 (.0250)	-.0041 (.0673)	-.0179 (.0245)	0.0181 (0.0120)	1.360 (0.972)	-0.3476* (0.1975)	0.1667** (0.0638)
$\Delta sinir_{t-1}$	.0047 (.0897)	-.0089 (.2410)	.0138 (.0876)	-0.0288 (0.0428)	4.096 (3.480)	-0.7131 (0.7066)	0.2522 (0.2284)
$ecm1_{t-1}$	-.0315 (.0185)	-.0532 (.0498)	-.0092 (.0181)	-0.0204** (0.0088)	-0.172 (0.719)	-0.1787 (0.1460)	0.0347 (0.0472)
$ecm2_{t-1}$	-.0117 (.0178)	.0859* (.0477)	.13E-3 (.01736)	0.0049 (0.0085)	-0.788 (0.689)	0.1752 (0.1400)	-0.1526*** (0.0452)
$ecm3_{t-1}$	.0993 (.3549)	-1.6386* (.9536)	.0627 (.3467)	-0.1260 (0.1693)	18.311 (13.769)	-3.7911 (2.7959)	2.9748*** (0.9036)
$R^2$ ajusté	0.4255	0.0719	0.2991	0.4546	0.2201	0.0312	0.2871
Stat-F(10,23)	3.44[.007]	1.26[.310]	2.41[.039]	3.75[.004]	1.93[.093]		2.33[.045]

Dans l'équation des primes, puisque le terme d'erreur n'est pas bruit blanc, les écarts types publiés sont erronés, et on ne peut attacher d'importance au caractère significatif ou non des coefficients. Seul le signe du coefficient des variations du rendement boursier de l'année antérieure conserve le signe qu'il avait lors de l'estimation du Tableau 11. Le signe des sinistres correspond mieux à la réalité : en cas de hausse des sinistres l'année précédente, les primes augmentent.

Dans l'équation du capital des assureurs, peu de coefficients sont significatifs. Pour les mêmes raisons que celles évoquées précédemment, il est délicat de supprimer des variables, puisque les six autres équations seraient affectées.

Dans l'équation des dépenses, il est logique, que lorsque les primes et les sinistres augmentent, les dépenses engagées croissent elles aussi.

Comme précédemment, nous ne présentons toutes les colonnes, que pour bien souligner le fait qu'il s'agisse d'un modèle à équations simultanées, même si l'on sait que ces indicateurs, d'ordre macroéconomique ou purement aléatoires ne peuvent être influencés par des variables du monde de l'assurance. En revanche, il convient de souligner que les liaisons macroéconomiques et financières classiques sont vérifiées par l'entremise de ces équations, à l'instar de la relation de court terme négative entre les taux d'intérêt et le rendement boursier, et celle positive entre la croissance et la tenue des marchés financiers.

Dans l'équation de l'indice boursier, on retrouve la liaison positive avec le PIB.

Le phénomène d'aléa moral est à nouveau confirmé dans l'équation des sinistres : une récession provoque une hausse des sinistres.

Nous avons estimé un modèle VAR cointégré, qui a l'avantage d'introduire la relation des 7 variables avec leur passé, en ayant déjà mis en exergue la relation qu'entretiennent ces variables entre elles à long terme.

Les résultats sont très sensibles aux restrictions initiales qui ont été imposées, et il est difficile d'interpréter un système d'équations complet : une erreur de spécification sur une équation se répercute sur les résultats que l'on peut obtenir sur les autres. Pour les mêmes raisons, il est

délicat de ne conserver que les variables qui ont (ou pourraient avoir) une signification, puisque cela affecterait les autres équations.

Dans ce modèle, il manque les relations contemporaines, et nous allons nous y intéresser, dans un premier temps, par l'entremise d'un modèle à correction d'erreur conditionnel aux variables  $pibr$ ,  $r$ ,  $\Delta cacr$  et  $sinir$ , qui permettra d'introduire les relations contemporaines de ces quatre variables. Puis nous envisagerons un modèle structurel à correction d'erreur, de façon à obtenir les effets de court terme de toutes variables contemporaines.

#### IV.2.2.2. Modèle à correction d'erreur conditionnel

Les vecteurs de cointégration ont permis d'identifier des relations de *long terme* entre les variables, puis la modélisation du processus générateur des données, sous la forme d'un VAR(2) cointégré à correction d'erreur a permis d'identifier des relations de long terme et les effets de *court terme des variables passées*. Il est désormais naturel d'envisager la formation des principales variables d'intérêt ( $primesr$ ,  $cpr$ ,  $depr$ ) conditionnellement aux quatre autres variables. Ceci permettra la mesure des effets de *court terme et instantanés* de ces quatre variables sur les variables d'intérêt (les éléments mathématiques sont présentés en Annexe IV).

Puisque les variables ( $pibr$ ,  $r$ ,  $\Delta cacr$  et  $sinir$ ) par rapport auxquelles on conditionne les 3 variables d'intérêt ( $primesr$ ,  $cpr$ ,  $depr$ ) ne sont pas faiblement exogènes, les trois équations conditionnelles ne peuvent être estimées seules, mais doivent l'être simultanément avec les équations du processus générateur des variables par rapport auxquelles on conditionne (Tableau 14).

Tableau 13 – VAR à correction d'erreur conditionnel

	$\Delta primesr_t$	$\Delta cpr_t$	$\Delta depr_t$
c	0.4789 (0.3371)	0.0334 (0.7243)	0.8170*** (0.2623)
ecm1 (-1)	-0.0319 (0.0204)	-0.0478 (0.0420)	-0.0092 (0.0136)
ecm2 (-1)	0.0096 (0.0112)	0.0598 (0.0560)	-0.0215* (0.0116)
ecm3 (-1)	-0.1563 (0.2381)	-1.1064 (1.1543)	0.4913** (0.2399)
$\Delta primesr_{t-1}$	0.3508 (0.2252)	-0.3784 (0.5942)	-0.2507 (0.2041)
$\Delta cpr_{t-1}$	0.0019 (0.0489)	0.4539** (0.1885)	0.0130 (0.0406)
$\Delta depr_{t-1}$	-0.1878 (0.2979)	-0.7314 (0.9711)	0.2024 (0.2019)
$\Delta pibr_{t-1}$	0.3928 (0.5919)	0.5336 (1.5779)	-0.5399 (0.4420)
$\Delta r_{t-1}$	0.0014 (0.0034)	0.0072 (0.0115)	0.0040* (0.0022)
$\Delta(\Delta cacr)_{t-1}$	-0.0353* (0.0184)	0.0299 (0.0539)	0.0137 (0.0186)
$\Delta sinir_{t-1}$	-0.0245 (0.0757)	0.0572 (0.2235)	0.0588 (0.0569)
$\Delta pibr_t$	0.1016 (0.3270)	-0.0180 (0.6017)	-0.2202 (0.2412)
$\Delta r_t$	0.0031 (0.0026)	-0.0063 (0.0098)	-0.0041 (0.0029)
$\Delta(\Delta cacr)_t$	-0.0050 (0.0144)	0.0146 (0.0519)	0.0058 (0.0151)
$\Delta sinir_t$	0.0648 (0.0478)	-0.1223 (0.1437)	-0.1207* (0.0696)
$R^2$	0.6279	0.5133	0.7626
Stat-F(14,19)	2.29 [.051]		4.36 [.002]

Dans l'équation des primes, parmi les quatre variables instantanées, les variables du PIB, de sinistres et du rendement des actions ont le signe attendu. La croissance génère une hausse des primes (suite à l'augmentation du niveau de vie, la valeur des biens à assurer augmente, de nouvelles activités sont entreprises...), une hausse des rendements de l'indice boursier permet de diminuer les primes et une augmentation des sinistres les fait croître. Les taux d'intérêt long terme semblent jouer positivement sur les primes. Toutefois, le coefficient n'est pas significatif, et dans cette équation, seule la variable relative au rendement des actions retardé est significatif, et avec le signe attendu. Les signes des coefficients des variables retardées sont les mêmes que dans le Tableau 13.

Le capital réel des assureurs dépend négativement des sinistres instantanés, ce qui est logique, surtout s'ils sont de grande ampleur. En revanche, le signe est positif pour le coefficient retardé, ce qui va également dans le sens de ce que nous avons trouvé précédemment, puisque les assureurs réagissent aux sinistres, en reconstituant leurs capacités. Le coefficient de l'indice boursier est lui aussi logique, puisqu'une hausse des rendements boursiers réels permet de détenir moins de capitaux réels.

Les dépenses sont liées négativement aux sinistres de la même période, ce que nous avons déjà trouvé antérieurement, signe d'une réaction rapide des assureurs aux sinistres, afin de maintenir leur ratio combiné (ou leur rentabilité).

Après ce modèle VAR à correction d'erreur conditionnel, intéressons nous au modèle structurel, qui aura l'avantage d'introduire les variables d'intérêt (*primesr*, *capr*, *depr*) contemporaines.

#### IV.2.2.3. Modélisation structurelle

Pour chacune des 3 équations, une restriction de normalisation et 2 restrictions supplémentaires d'identification sur les paramètres de court terme sont réalisées (selon la méthodologie de Boswijk (1992), car les propositions dégagées par la théorie économique portent essentiellement sur les relations d'équilibre, et apportent généralement peu d'explication aux ajustements de court terme).

Du fait de l'exogénéité des variables par rapport auxquelles on conditionne les trois variables d'intérêt, les trois équations conditionnelles doivent être estimées simultanément avec les équations du VAR (les éléments mathématiques sont présentés en Annexe V). Il faut aussi compter avec le problème de l'identification des paramètres structurels, qui nous a donc amenés à exclure davantage de variables prédéterminées.

Nous estimons un modèle conditionnel structurel identifié par maximum de vraisemblance, tenant compte de l'absence d'exogénéité faible des quatre variables par rapport auxquelles on conditionne le modèle (*pibr*, *r*,  $\Delta$ *acpr*, *sinir*), dont les principaux résultats figurent dans le Tableau 15.

Dans ce modèle structurel conditionnel, une hausse des résultats boursiers permet de diminuer les primes, et la hausse des dépenses permet d'accroître le montant des primes. On retrouve également qu'une baisse des capitaux propres entraîne une hausse des primes (capacité contrainte), qui va dans le même sens que la relation de long terme. Malheureusement, les coefficients sont peu significatifs.

Dans l'équation des capitaux propres, les sinistres viennent bien diminuer les capitaux propres instantanément, et sous l'effet de ce choc, les assureurs sont incités à reconstituer leur capacité, ce qui explique le signe respectivement négatif et positif des sinistres contemporains et retardés d'une période.

Les variations des primes et des sinistres sont à nouveau liées négativement à celles des dépenses. Même si les quatre autres équations ont été estimées puisqu'il s'agit d'un système, nous ne présenterons pas les résultats, puisque, comme nous l'avons évoqué précédemment, le modèle n'a

pas vocation à expliquer les mouvements du PIB, des taux d'intérêt long terme, des rendements de l'indice boursier et des sinistres. On notera juste que, dans l'équation des sinistres, le PIB a encore un coefficient négatif, semblant plaider en faveur de l'aléa moral. On retrouve également les enseignements de la théorie macroéconomique et financière relative au PIB, aux fluctuations de taux d'intérêt et des places financières.

**Tableau 14 - Estimation d'un modèle conditionnel structurel identifié**

	$\Delta primes_t$	$\Delta cpr_t$	$\Delta depr_t$
C	0.9461 (0.9388)	1.1672 (2.8988)	6.3646 (10.243)
ecm1 (-1)	-0.5021 (0.5325)		
ecm2 (-1)		-0.0175 (0.0459)	
ecm3 (-1)			-3.0067 (4.8407)
$\Delta primes_{t-1}$	-0.3209 (0.7770)	-0.7847 (1.2267)	0.1110 (1.4981)
$\Delta cpr_{t-1}$		0.3157 (0.2573)	0.0122 (0.4460)
$\Delta depr_{t-1}$	0.0558 (0.9370)	0.4589 (1.1674)	1.5521 (2.8049)
$\Delta pibr_{t-1}$			-0.6878 (3.7338)
$\Delta r_{t-1}$	-0.0259 (0.0227)		
$\Delta(\Delta cacr)_{t-1}$		0.0816 (0.1983)	
$\Delta sinir_{t-1}$	-0.1626 (0.2701)	0.1257 (0.3343)	-0.2186 (0.5562)
$\Delta primes_t$		0.1708 (2.6406)	-3.5491 (6.4545)
$\Delta cpr_t$	-0.4880 (0.6605)		0.2980 (1.2616)
$\Delta depr_t$	1.4785 (1.9583)	0.0243 (1.5720)	
$\Delta pibr_t$			-5.2435 (14.382)
$\Delta r_t$	0.0026 (0.0663)		
$\Delta(\Delta cacr)_t$	-0.1595 (0.3912)	0.1051 (0.3058)	
$\Delta sinir_t$	-0.1597 (1.7682)	-0.5704 (0.6677)	-0.1607 (1.2715)

## **V. Conclusion**

Nous avons mis en évidence un cycle de 6 à 7 ans pour l'assurance de dommages en France, et isolé des facteurs explicatifs.

La recherche de racines unitaires a permis de distinguer les variables stationnaires des variables non stationnaires, qui ont nécessité respectivement la méthode des MCO et l'analyse de cointégration. Une modélisation univariée de type Engle-Granger, puis une modélisation multivariée de Johansen ont été réalisées. Cette analyse multivariée a été réalisée de manière graduelle. Les 3 vecteurs de cointégration identifiés au départ, ont permis d'analyser les relations de long terme entre les 7 variables retenues. Ensuite, le modèle VAR cointégré, modèle de court terme, dont la solution de long terme est donnée par les vecteurs de cointégration définis précédemment, a mis en relation les 7 variables avec leur passé. La prise en compte des relations instantanées s'est ensuite faite en deux étapes (partiellement, à l'aide d'un VAR cointégré conditionnel, puis totalement, grâce à un VAR structurel conditionnel).

L'analyse multivariée capte bien les effets de long terme. Mais, il n'est pas toujours aisé d'interpréter la signification des VAR, et les effets des variations de court terme autour de la relation d'équilibre sont moins visibles. Cela est dû au fait que l'analyse n'est réalisée que sur 34 données et sur un nombre important de variables, ce qui nous a contraint à restreindre le nombre de variables explicatives, et l'on sait que cette modélisation est très sensible aux erreurs de spécification. Toutefois, malgré le manque de significativité de la plupart des coefficients, on retrouve des relations économiques connues, entre les taux d'intérêt, les rendements boursiers et le PIB, ce qui plaide en faveur de la véracité des autres relations (qui vont souvent dans le même sens que celles de long terme).

En termes de résultats, les différentes régressions ont confirmé les relations positives qu'entretiennent les variables financières et la longueur des branches, avec le ratio combiné, qui avaient été mises en évidence par les modèles financiers de l'assurance : le cycle est bien le résultat de l'interaction entre les activités financières et les activités de souscription. Les bons résultats financiers permettent un relâchement dans les conditions de souscription, ce qui, à sinistralité constante, dégrade les résultats et entraîne un relèvement des tarifs et une baisse de la capacité. De la même façon, dans les branches longues, les primes peuvent être plus basses que dans les branches courtes, parce qu'elles sont placées pendant une période plus longue. L'inflation non-anticipée et le PIB jouent négativement sur le ratio combiné. Si l'inflation est supérieure à ce qu'elle était anticipée, les provisions se trouvent trop faibles, les actifs en représentation de ces provisions doivent être réalisés plus tôt, et le résultat financier s'en trouve affecté. Le résultat technique doit alors s'améliorer pour conserver une rentabilité totale constante. Le PIB joue en effet positivement sur les primes et négativement sur les sinistres : l'expansion économique accroît la demande d'assurance et la récession fait resurgir le phénomène d'aléa moral.

Nous mettons également en relief les interactions relatives aux capitaux propres, aux sinistres et aux primes. En effet, il semble qu'à long terme, les capitaux soient liés négativement aux primes, ce qui confirme la théorie de la contrainte de capacité. Une augmentation des sinistres écorne les capitaux propres dans un premier temps, et fait grimper les primes, avant que les assureurs ne mettent tout en œuvre pour restaurer leur capacité : tandis que les conditions de souscription se durcissent, les assureurs sont ainsi incités à diminuer leurs frais de gestion, dans un souci de maintien de rentabilité.

Le taux d'inflation influe positivement sur les primes (en augmentant la valeur future des sinistres, base de la tarification actuarielle). Il est également logique que les sinistres et les frais de gestion varient dans le même sens que les primes (si la relation est évidente pour les sinistres, pour les dépenses, elle peut s'entendre, soit sous l'angle dépenses de souscription qui seraient "récompensées" par un accroissement du volume des primes engrangées, soit sous l'angle des frais de gestion de sinistres, qui augmenteraient sous l'influence de la hausse des sinistres, qui ferait croître les primes).

La cyclicité en assurances de dommages a donc été analysée sous une double optique; directement par l'intermédiaire du ratio combiné dans des relations de court terme, et indirectement par l'intermédiaire des primes (à court et à long termes). En effet, les primes sont une constituante du ratio combiné, et elles subissent l'influence des taux d'intérêt (dont le caractère cyclique est connu), des fonds propres (théorie de la contrainte de capacité), qui subissent eux notamment l'influence des sinistres. Au vu de ces quelques résultats, il n'est pas surprenant que le ratio combiné et les primes fluctuent dans le temps.

Nos résultats ont bien sûr un intérêt opérationnel, puisque le lancement de produits nouveaux et les changements tarifaires doivent être réalisés en harmonie avec le cycle.

De plus, la cyclicité des prix et des résultats de l'assurance, revêt un intérêt pour l'investisseur potentiel, à titre de placement ou de participation, puisqu'il souhaite évaluer le rendement, mais aussi le risque de son investissement, le résultat d'ordre technique étant une des composantes du résultat total.

Ces apports ne sauraient masquer les limites de notre recherche. Celles-ci sont essentiellement liées à la fiabilité des tests économétriques et à la disponibilité des données.

Cette étude pourrait être complétée par l'incorporation d'autres variables, certes plus difficiles à appréhender, mais qui doivent également entrer en ligne de compte : la part de la réassurance (plus elle est élevée, plus les prises de risque d'un point de vue technique sont possibles), l'intensité de la concurrence (qui a tendance à pousser les prix vers le bas en sous-estimant la sinistralité future), le mode de distribution (un réseau à coûts fixes génère davantage d'inertie qu'un mode de distribution plus flexible comme le courtage, et plus la part de l'assurance sans intermédiaire (assurance directe ou MSI) est importante, plus les prix sont tirés vers le bas, et l'ensemble de la profession doit être tenté de s'aligner, d'où une certaine vulnérabilité).

Enfin, une segmentation par branche, par type d'entreprises (les mutuelles, plus "frileuses" en matière de placement, devraient avoir un résultat financier moins volatil que les sociétés anonymes, de même qu'un ratio combiné plus stable), ou par taille d'entreprises (les petites entreprises, dans lesquelles la réassurance joue comme un substitut à la loi des grands nombres, encore plus tributaires des vicissitudes de la réassurance, devraient connaître des perturbations plus grandes dans les prix des primes), pourrait affiner la compréhension du phénomène.

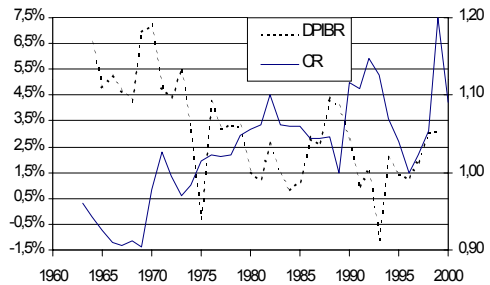
## BIBLIOGRAPHIE

- BERGER** Lawrence A., 1988, "A Model of The Underwriting Cycle in the Property-Liability Insurance Industry", *Journal of Risk and Insurance*, Vol. 55, n°2, pp. 298-306.
- BIERENS** H.J., 1993, "Higher Order Autocorrelations and the Unit Root Hypothesis", *Journal of Econometrics*, Vol. 57, pp.137-160.
- BIERENS** H.J. et S. **GUO**, 1993, "Testing Stationarity and Trend Stationarity Against the Unit Root Hypothesis", *Econometric Reviews*, Vol. 12, pp. 1-32.
- BIGER** Nahum et Yehuda **KAHANE**, 1978, "Risk Considerations in Insurance Ratemaking", *Journal of Risk and Insurance*, Vol. 45, n°1, pp. 121-132.
- BLONDEAU** Céline, 2001, "Evolution de l'assurance en France et cyclicité des résultats en assurances de dommages", *Thèse de doctorat*, Université de Lille 2.
- BOSWIJK** H. Peter, 1992, "Cointegration, Identification and Exogeneity", *Tinbergen Research Institute*, Series 37, Thesis Publishers, Amsterdam.
- BOSWIJK** Peter et Philip Hans **FRANSES**, 1992, "Dynamic Specification and Cointegration", *Oxford Bulletin of economics and Statistics*, Vol. 54, pp. 369-381.
- CAMPBELL** John, Andrew W. **LO** et A. Craig **MacKINLAY**, 1997, "The Econometrics of Financial Markets", Princeton University Press.
- CHEN** Renbao, Kie-Ann **WONG** et Hong Chew **LEE**, 1999, "Underwriting Cycles in Asia", *Journal of Risk and Insurance*, Vol. 66 n°1, pp. 29-47.
- CUMMINS** J. David, 2000, "Cycle de la réassurance et titrisation des risques catastrophes", *Risques*, n°41, Mars, pp. 77-82.

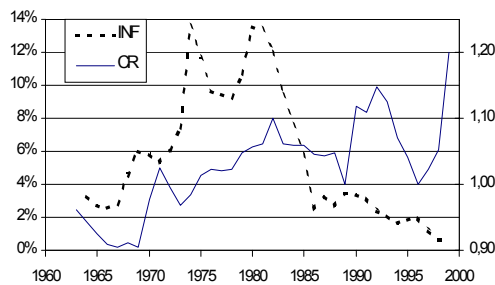
- CUMMINS** J. David et Patricia M. **DANZON**, 1997, "Price, Financial Quality, and Capital Flows in Insurance Markets", *Journal of Financial Intermediation*, Vol. 6, pp. 3-38.
- CUMMINS** J. David et Jean-François **OUTREVILLE**, 1987, "An International Analysis of Underwriting Cycles in Property Liability Insurance," *Journal of Risk and Insurance*, Vol. 54, pp. 246-262.
- DICKEY** David A. et Wayne A. **FULLER**, 1979, "Distributions of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root", *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 74, pp. 427-431.
- DICKEY** David A. et Wayne A. **FULLER**, 1981, "Likelihood statistics for Autoregressive Time Series with a Unit Root ", *Econometrica*, Vol. 49, pp. 1057-1072.
- DOHERTY** Neil A. et H.B. **KANG**, 1988, "Interest Rates and Insurance Price Cycles", *Journal of Banking and Finance*, Vol. 12, pp. 199-215.
- DOHERTY** Neil A. et James R. **GARVEN**, 1986, "Price Regulation in Property-Liability Insurance: A Contingent-Claims Approach", *Journal of Finance*, December, Vol. 41, n°5, pp. 1031-1050.
- DOHERTY** Neil A. et James R. **GARVEN**, 1995, "Insurance cycles: Interest Rates and the Capacity Constraint Model", *Journal of Business*, Vol. 68, n°3, Juillet, pp. 383-404.
- ENGLE** Robert F. et C.W.J. **GRANGER**, 1987, "Co-Integration and Error Correction: Representation, Estimation and Testing", *Econometrica*, Vol. 55 n°2, pp. 251-276.
- FAIRLEY** William B., 1979, "Investment Income and Profit Margins in Property Liability Insurance: Theory and Empirical Results", *Bell Journal of Economics*, Vol. 10, pp. 192-210.
- FIELDS** Joseph A. et Emilio C. **VENEZIAN**, 1989, "Interest Rates and Profit Cycles: a Disaggregated Approach", *Journal of Risk and Insurance*, Juin, Vol. 56, n°2, pp. 312-319.
- FUNG** Hung-Gay, Gene C. **LAI**, Gary A. **PATTERSON** et Robert C. **WITT**, 1998, "Underwriting Cycles in Property and Liability Insurance: An Empirical Analysis of Industry and By-Line Data", *Journal of Risk and Insurance*, Décembre, Vol. 65, n°4 , pp. 539-562.
- GOLLIER** Jean-Jacques, 1994, "Cycles d'assurance", *Risques*, n°17 "Dictionnaire de l'économie de l'assurance, Janvier-Mars, pp. 49-51.
- GRACE** Martin F. et Julie L. **HOTCHKISS**, 1995, "External Impacts on the Property-Liability Insurance Cycle", *Journal of Risk and Insurance*, Vol. 62 n°4, pp. 738-754.
- GRANGER** C.W.J. et P. **NEWBOLD**, 1974, "Spurious Regression in Econometrics", *Journal of Econometrics*, Vol. 26, pp. 1045-1066.
- GRON** Anne, 1990, " Property-Casualty Insurance Cycles, Capacity Constraints, and Empirical Results", *Ph.D. dissertation*, Massachusetts Institute of Technology, Septembre.
- GRON** Anne, 1994, " Capacity Constraints and Cycles in Property-Casualty Insurance Markets ", *The Rand Journal of Economics*, Vol. 25 n°1, pp. 110-127.
- HALEY** Joseph D., 1993, "A Cointegration Analysis of the Relationship Between Underwriting Margins and Interest Rates: 1930-1989", *Journal of Risk and Insurance*, Vol. 60 n°3, pp. 480-493.
- HALEY** Joseph D., 1995, "A By-Line Cointegration Analysis of Underwriting Margins and Interest Rates in the Property-Liability Industry", *Journal of Risk and Insurance*, Vol. 62 n°4, pp. 755-763.
- HARRINGTON** Scott E., 2000, "Les cycles de l'assurance vont-ils disparaître ?", *Risques*, n°41, Mars, pp. 63-66.
- HARRINGTON** Scott E. et Patricia M. **DANZON**, 1994, "Price Cutting in Property-Liability Insurance", *Journal of Business*, Vol. 67, pp. 511-538.
- JOHANSEN** Søren, 1992, "Cointegration in Partial Systems and Efficiency of Single Equation Analysis", *Journal of Econometrics*, Vol. 52, pp. 389-402.
- JOHANSEN** Søren, 1994, "The Role of the Constant and Linear Terms in Cointegration Analysis of Nonstationary Variables", *Econometric Review*, Vol. 13, n°2.
- JOHANSEN** Søren et Katarina **JUSELIUS**, 1990, "Maximum Likelihood Estimation and Inference on Cointegration - with Applications to the Demand for Money ", *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, Vol. 52, pp. 169-210.

- KESSLER** Denis, 2000, "L'actualité de l'assurance", *L'assurance mutuelle, Revue de la ROAM*, Vol. n°2, Décembre, pp. 14-24.
- KRAUS** Alan et Stephen A. **ROSS**, 1982, "The Determination of Fair Profits for the Property-Liability Insurance Firm", *Journal of Finance*, Vol. 37, pp. 1015-1028.
- KWIATKOWSKI** Denis, Peter C.B. **PHILLIPS**, Peter **SCHMIDT** et Yongcheol **SHIN**, 1992, "Testing the Null Hypothesis of Stationarity Against the Alternative of a Unit Root", *Journal of Econometrics*, Vol. 54, pp. 159-178.
- LAMM-TENNANT** Joan et Mary A. **WEISS**, 1997, "International Insurance Cycles: Rational Expectations/Institutional Intervention", *Journal of Risk and Insurance*, Vol. 64, n°3, pp. 415-439.
- MEIER** Ursina B., 1998, "Underwriting Cycles in Property-Liability Insurance - An analysis of the Relationship Between Premiums and Losses", *Etudes et Dossiers*, n°215, pp. 43-78.
- MYERS** Stewart C. et Nicholas S. **MAJLUF**, 1984, "Corporate Financing and Investment Decisions When Firms Have Information That Investors Do Not Have", *Journal of Financial Economics*, Vol. 13, pp. 187-221.
- MYERS** Stewart C. et Richard **COHN**, 1987, "A discounted Cash Flow Approach to Property-Liability Insurance Rate Regulation", Chapitre 3 in Cummins et Harrington (1987), "Fair rate of return in Property-Liability Insurance", Boston: *Kluwer-Nijhoff Publishing*.
- PARK** J.Y., 1992, "Canonical Cointegrating Regressions", *Econometrica*, Vol. 60, pp. 119-43.
- PESARAN** M. Hashem, and Bijan **PESARAN**, 1997, "Working with Microfit 4.0: An Interactive Econometric Analysis", *Oxford University Press*, Oxford.
- PHILLIPS** Peter C.B. et B.E. **HANSEN**, 1990: "Statistical Inference in Instrumental Variables Regression with I(1) Processes", *Review of Economic Studies* Vol. 57, pp. 99-125.
- PHILLIPS** Peter C.B. et P. **PERRON**, 1988, "Testing for a Unit Root in Time Series Regression", *Biometrika*, Vol. 75 pp. 335-346.
- SOMMER** David W., 1996, "The Impact of Firm Risk on Property-Liability Insurance Prices", *Journal of Risk and Insurance*, Vol. 63, n°3, pp. 501-514.
- URRUTIA** Jorge L., 1996, "What triggers the Underwriting Cycle ?", *International Journal of Finance*, Vol. 8, pp. 1-14.
- VENEZIAN** Emilio C., 1985, "Ratemaking Methods and Profit Cycles in Property and Liability Insurance", *Journal of Risk and Insurance*, Vol. 52 n°3, pp. 477-500.
- WINTER** Ralph A., 1988, "The Liability Crisis and the Dynamics of Competitive Insurance Markets", *Yale Journal on Regulation*, Vol. n°5, pp. 455-499.
- WINTER** Ralph A., 1994, "The Dynamics of Competitive Insurance Markets", *Journal of Financial Intermediation*, Vol. 3 n°4, pp. 379-415.

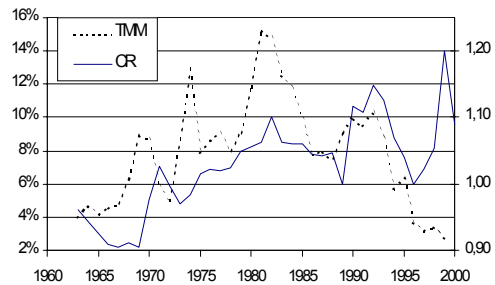
Ratio combiné et taux de croissance du PIB réel



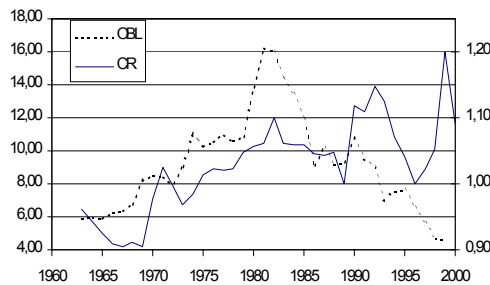
Ratio combiné et taux d'inflation



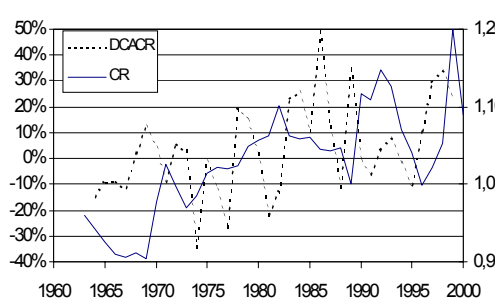
Ratio combiné et Taux du Marché Monétaire



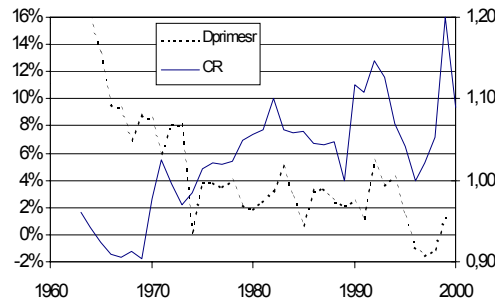
Ratio combiné et taux obligataire à long terme



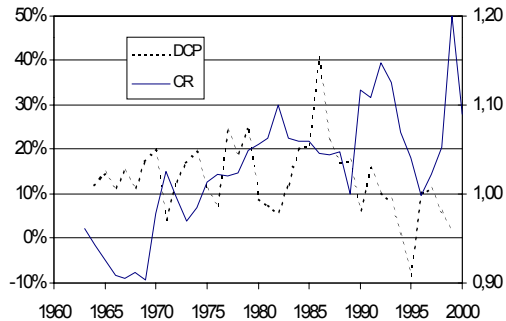
Ratio combiné et taux de croissance réelle des actions françaises



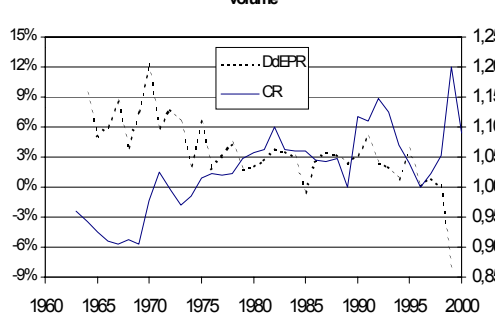
Ratio combiné et taux de croissance réelle des primes



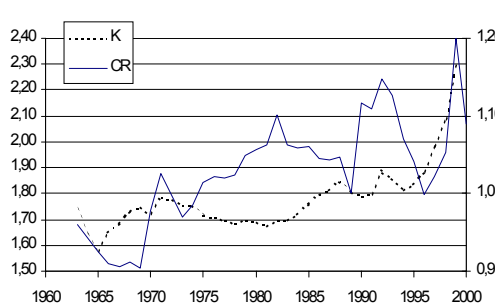
Ratio combiné et taux de croissance des capitaux propres



Ratio combiné et Taux de croissance des dépenses en volume



Ratio combiné et longueur des branches



## Annexe II

Tableau 15 - Tests de spécification inadéquate du système VAR(2) - 1966 à 1999

<u>Equation</u>	<u>Type de test</u>	<u>valeur du test</u>	<u>[prob. Critique]</u>
<i>Primesr</i> :	Portmanteau 4 retards =	12.418	[0.0145] *
<i>cpr</i> :	Portmanteau 4 retards =	7.6101	[0.1070]
<i>depr</i> :	Portmanteau 4 retards =	6.2286	[0.1827]
<i>pibr</i> :	Portmanteau 4 retards =	1.8832	[0.7572]
<i>r</i> :	Portmanteau 4 retards =	9.4166	[0.0515]
$\Delta cacr$ :	Portmanteau 4 retards =	1.4029	[0.8337]
<i>sinr</i> :	Portmanteau 4 retards =	6.5645	[0.1608]
<i>Primesr</i> :	AR 1- 2 F( 2, 17) =	0.55243	[0.5855]
<i>cpr</i> :	AR 1- 2 F( 2, 17) =	3.1468	[0.0688]
<i>depr</i> :	AR 1- 2 F( 2, 17) =	0.71995	[0.5010]
<i>pibr</i> :	AR 1- 2 F( 2, 17) =	2.0981	[0.1533]
<i>r</i> :	AR 1- 2 F( 2, 17) =	0.2002	[0.8205]
$\Delta cacr$ :	AR 1- 2 F( 2, 17) =	0.59905	[0.5605]
<i>sinr</i> :	AR 1- 2 F( 2, 17) =	1.7507	[0.2035]
<i>Primesr</i> :	Normalité Chi <sup>2</sup> (2) =	0.58656	[0.7458]
<i>cpr</i> :	Normalité Chi <sup>2</sup> (2) =	0.72403	[0.6963]
<i>depr</i> :	Normalité Chi <sup>2</sup> (2) =	12.516	[0.0019] **
<i>pibr</i> :	Normalité Chi <sup>2</sup> (2) =	0.20439	[0.9029]
<i>r</i> :	Normalité Chi <sup>2</sup> (2) =	4.2747	[0.1180]
$\Delta cacr$ :	Normality Chi <sup>2</sup> (2) =	0.63035	[0.7297]
<i>sinr</i> :	Normality Chi <sup>2</sup> (2) =	14.748	[0.0006] **
<i>Primesr</i> :	ARCH 1 F( 1, 17) =	2.3718	[0.1420]
<i>cpr</i> :	ARCH 1 F( 1, 17) =	0.0004365	[0.9836]
<i>depr</i> :	ARCH 1 F( 1, 17) =	0.036674	[0.8504]
<i>pibr</i> :	ARCH 1 F( 1, 17) =	0.050418	[0.8250]
<i>r</i> :	ARCH 1 F( 1, 17) =	0.20455	[0.6568]
$\Delta cacr$ :	ARCH 1 F( 1, 17) =	0.020829	[0.8869]
<i>sinr</i> :	ARCH 1 F( 1, 17) =	27.388	[0.0001] **
Test Portmanteau Vectoriel 4 retards Chi <sup>2</sup> (28) = 172.09			[0.0000] **
Test de normalité Vectoriel Chi <sup>2</sup> (14) = 13.336			[0.5003]

## Annexe III

Le vecteur  $u_t$  des termes d'erreurs du système dynamique cointégré est supposé être non-autocorrélé et être distribué d'après une normale de matrice de variances et covariances  $\Sigma$ , c'est-à-dire :  $u_t \approx N(0, \Sigma)$ , hypothèse non rejetée au regard des résultats précédents. La distribution conditionnelle suivante de  $\Delta X_t$  par rapport à "son passé" est donc :

$$\Delta X_t | X_{t-1}, X_{t-2}, \dots \approx N(\mu + \alpha\beta'X_{t-1} + A_1\Delta X_{t-1}, \Sigma)$$

Le vecteur  $X_t$  peut être partitionné en  $X_t = \begin{pmatrix} Y_t \\ Z_t \end{pmatrix}$  où :

$$Y_t = \begin{pmatrix} X_{1t} \\ X_{2t} \\ X_{3t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} primesr_t \\ cpr_t \\ depr_t \end{pmatrix}, \quad Z_t = \begin{pmatrix} X_{4t} \\ X_{5t} \\ X_{6t} \\ X_{7t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} pibr_t \\ r_t \\ \Delta cacr_t \\ sinir_t \end{pmatrix}$$

Le vecteur  $\mu$  et la matrice  $\Sigma$  peuvent être partitionnés d'une manière correspondante:

$$\mu^1 = \begin{pmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \mu_{3t} \end{pmatrix}, \quad \mu^2 = \begin{pmatrix} \mu_4 \\ \mu_5 \\ \mu_6 \\ \mu_7 \end{pmatrix}, \quad \Sigma = \begin{pmatrix} \Sigma_{11} & \Sigma_{12} \\ \Sigma_{21} & \Sigma_{22} \end{pmatrix}$$

$$\text{où } \Sigma_{11} = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{pmatrix}, \quad \Sigma_{12} = \begin{pmatrix} \sigma_{14} & \sigma_{15} & \sigma_{16} & \sigma_{17} \\ \sigma_{24} & \sigma_{25} & \sigma_{26} & \sigma_{27} \\ \sigma_{34} & \sigma_{35} & \sigma_{36} & \sigma_{37} \end{pmatrix}$$

$$\Sigma_{21} = \begin{pmatrix} \sigma_{41} & \sigma_{42} & \sigma_{43} \\ \sigma_{51} & \sigma_{52} & \sigma_{53} \\ \sigma_{61} & \sigma_{62} & \sigma_{63} \\ \sigma_{71} & \sigma_{72} & \sigma_{73} \end{pmatrix}, \quad \Sigma_{22} = \begin{pmatrix} \sigma_{44} & \sigma_{45} & \sigma_{46} & \sigma_{47} \\ \sigma_{54} & \sigma_{55} & \sigma_{56} & \sigma_{57} \\ \sigma_{64} & \sigma_{65} & \sigma_{66} & \sigma_{67} \\ \sigma_{74} & \sigma_{75} & \sigma_{76} & \sigma_{77} \end{pmatrix}$$

Les matrices  $\alpha$  et  $A_1$  peuvent également être partitionnées de manière adéquate:  $\alpha = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{pmatrix}$  où  $\alpha_1$  est une matrice  $3 \times 3$  contenant les 3 premières lignes de  $\alpha$ , et  $\alpha_2$  est une matrice  $4 \times 3$  contenant les 4 dernières lignes de  $\alpha$ , et  $A_1 = \begin{pmatrix} A_{11} \\ A_{12} \end{pmatrix}$  où  $A_{11}$  est une matrice  $3 \times 7$  avec les 3 premières lignes de  $A$ , et  $A_{21}$  est une matrice  $4 \times 7$  avec les 4 dernières lignes de  $A$ .

L'hypothèse de normalité évoquée plus haut permet de déduire la distribution conditionnelle de  $\Delta Y_t$  conditionnellement à  $Z_t$  et au passé de  $X$ , et la distribution marginale de  $\Delta Z_t$ :

$$\Delta Y_t | Z_t, X_{t-1}, X_{t-2} \dots \approx N \left( \begin{matrix} \mu_1 + \Sigma_{12} \Sigma_{22}^{-1} (\Delta Z_t - \mu_2) + (\alpha_1 - \Sigma_{12} \Sigma_{22}^{-1} \alpha_2) \beta' X_{t-1} + (A_{11} - \Sigma_{12} \Sigma_{22}^{-1} A_{21}) \Delta X_{t-1}, \\ \Sigma_{11} - \Sigma_{12} \Sigma_{22}^{-1} \Sigma_{21} \end{matrix} \right)$$

$$\Delta Z_t | Z_{t-1}, Z_{t-2} \dots \approx N(\mu_2 + \alpha_2 \beta' X_{t-1} + A_{21} \Delta X_{t-1}, \Sigma_{22})$$

On peut encore écrire:

$$\text{Eq. 4 } \Delta Y_t = (\mu_1 - \Sigma_{12} \Sigma_{22}^{-1} \mu_2) + (\Sigma_{12} \Sigma_{22}^{-1}) \Delta Z_t + (\alpha_1 - \Sigma_{12} \Sigma_{22}^{-1} \alpha_2) \beta' X_{t-1} + (A_{11} - \Sigma_{12} \Sigma_{22}^{-1} A_{21}) \Delta X_{t-1} + u_{1,2t}$$

$$\text{Eq. 5 } \Delta Z_t = \mu_2 + \alpha_2 \beta' X_{t-1} + A_{21} \Delta X_{t-1} + u_{2t}$$

$$\text{où } u_{1,2t} = u_t^1 - \Sigma_{12} \Sigma_{22}^{-1} u_t^2.$$

La première équation matricielle (Eq. 4) est un *modèle à correction d'erreur conditionnel en forme réduite* tandis que la deuxième (Eq. 5) est un *modèle à correction d'erreur marginal* (Boswijk, 1992). Ces deux équations sont une simple reparamétrisation du système VAR cointégré original. Elles contiennent donc la même information, mais présentée différemment.

Dans l'application discutée ici,  $(\mu_1 - \Sigma_{12}\Sigma_{22}^{-1}\mu_2)$  et  $u_{1,2t}$  sont des vecteurs  $3 \times 1$ ,  $\Sigma_{12}\Sigma_{22}^{-1}$  est une matrice  $3 \times 4$ ,  $(\alpha_1 - \Sigma_{12}\Sigma_{22}^{-1}\alpha_2)$  est une matrice  $3 \times 3$ ,  $\beta'X_{t-1}$  est un vecteur  $3 \times 1$ ,  $(\alpha_1 - \Sigma_{12}\Sigma_{22}^{-1}\alpha_2)\beta'$  est une matrice  $3 \times 7$ , et  $(A_{11} - \Sigma_{12}\Sigma_{22}^{-1}A_{21})$  est une matrice  $3 \times 7$ .

A propos des deux équations Eq. 4 et Eq. 5, il faut remarquer que la première (le modèle conditionnel) peut être estimée isolément si  $Z_t$  est faiblement exogène pour les paramètres de cette équation<sup>10</sup>.

Si c'est le cas, le modèle marginal (la deuxième équation) peut être ignoré pour faire de l'inférence sur les paramètres du modèle à correction d'erreur conditionnel, y compris les paramètres des vecteurs de cointégration. Il y a effectivement exogénéité faible si  $\alpha_2=0$ , comme l'a prouvé Johansen (1992). Cette condition a pour but de rendre indépendants les deux systèmes. Elle a pour conséquence d'éliminer la présence du terme correcteur d'erreur dans le modèle marginal (qui est toutefois dans le modèle conditionnel).

Les variables *pibr*, *r*, *Δcacr* et *sinir* sont faiblement exogènes pour les paramètres du modèle conditionnel si, dans le VAR présenté précédemment, leurs variations ne dépendent pas des écarts à l'équilibre retardés, c'est à dire si les coefficients  $\alpha_{41}$ ,  $\alpha_{42}$ ,  $\alpha_{43}$ ,  $\alpha_{51}$ ,  $\alpha_{52}$ ,  $\alpha_{53}$ ,  $\alpha_{61}$ ,  $\alpha_{62}$ ,  $\alpha_{63}$ ,  $\alpha_{71}$ ,  $\alpha_{72}$  et  $\alpha_{73}$  (de Eq. 1 ou Eq. 2 page 14) sont nuls simultanément.

Un test de Wald est réalisé, afin de vérifier si les 12 coefficients de la matrice  $\alpha_2$  sont nuls (c'est à dire les coefficients des variables par rapport auxquelles on conditionne dans le modèle conditionnel, qui forment une partition de la matrice  $\alpha$ ) et l'hypothèse " $\alpha_2 = 0$ " est rejetée. Les quatre variables par rapport auxquelles on conditionne les trois variables d'intérêt (*primesr*, *cpr*, *depr*) ne sont pas faiblement exogènes.

#### Annexe IV

A partir du modèle à correction d'erreur conditionnel en forme réduite, différents modèles structurels peuvent être spécifiés. Plus précisément, le modèle à correction d'erreur conditionnel en forme réduite peut être reparamétrisé en un modèle structurel à équations simultanées à correction d'erreur. La matrice  $\beta'$  peut être partitionnée de la manière suivante:  $\beta' = (\Gamma : B)$  où  $\Gamma$  est supposée être une matrice non singulière  $3 \times 3$ , et  $B$  est une matrice  $3 \times 4$ , ce qui induit :

$$\beta' X_t = \Gamma Y_t + B Z_t = v_t$$

L'introduction d'une partition de la matrice  $\beta$  en deux matrices  $\Gamma$  et  $B$  permet simplement de réinterpréter les relations de cointégration dans une perspective de modèle structurel reliant des variables "endogènes"  $Y$  à des variables "exogènes"  $Z$ . Le vecteur  $3 \times 1$   $v_t$  est ainsi défini comme le vecteur des écarts aux équilibres à la période  $t$ .

Les matrices  $\Gamma$  et  $B$  ne sont identifiées que moyennant des hypothèses d'identification, discutées par Park (1990) et Saikkonen (1991). Ces matrices n'étant qu'une partition de  $\beta$ , les hypothèses d'identification exacte de  $\beta$  discutées plus haut sont évidemment aussi des hypothèses d'identification exacte de  $\Gamma$  et  $B$ . Avec la nouvelle notation de  $\beta$  partitionné en  $\Gamma$  et  $B$ , ces hypothèses d'identification exacte peuvent se réécrire de la manière suivante<sup>11</sup> :

<sup>10</sup> Une variable aléatoire  $Z_t$  est dite faiblement exogène pour un paramètre  $\theta$ , si elle peut être prise comme fixe et donnée sans causer de perte d'information lors de l'inférence sur  $\theta$ .

<sup>11</sup> En l'absence de restrictions inter-équations qui seraient une autre manière d'identifier les coefficients.

$\Gamma_{ii} = -1$ ,  $i = 1, \dots, 3$  pour les hypothèses de normalisation et  $R_i(\Gamma_i; B_i)' = 0$ ,  $i = 1, \dots, 3$  pour les hypothèses supplémentaires d'identification exacte.

Le vecteur  $(\Gamma_i; B_i)'$  est la  $i^{\text{ème}}$  colonne de  $\beta$ . Chaque matrice de restrictions  $R_i$  doit être d'ordre  $2 \times 7$  et de rang 2 : un vecteur de cointégration particulier est exactement identifié si, en plus de la restriction de normalisation, on lui impose deux restrictions linéairement indépendantes.

Bien entendu, on peut également imposer, en plus des restrictions de normalisation et des restrictions supplémentaires d'identification exacte, des restrictions supplémentaires de suridentification. C'est le cas ici si une ou plusieurs matrices  $R_i$  ont plus de 2 lignes et sont d'un ordre supérieur à 2. Seules les restrictions de suridentification sont testables statistiquement.

Un *modèle structurel à correction d'erreur* peut s'obtenir simplement comme une reparamétrisation du modèle à correction d'erreur conditionnel en forme réduite, où on a substitué  $(\Gamma; B)$  à  $\beta'$ . Il suffit de multiplier ce modèle par une matrice non singulière  $3 \times 3$  notée  $\Gamma_0$ :

$$\begin{aligned} \Gamma_0 \Delta Y_t &= \Gamma_0 (\mu_1 - \Sigma_{12} \Sigma_{22}^{-1} \mu_2) + \Gamma_0 (\Sigma_{12} \Sigma_{22}^{-1}) \Delta Z_t + \Gamma_0 (\alpha_1 - \Sigma_{12} \Sigma_{22}^{-1} \alpha_2) (\Gamma Y_{t-1} + B Z_{t-1}) \\ &\quad + \Gamma_0 (A_{11} - \Sigma_{12} \Sigma_{22}^{-1} A_{21}) \Delta X_{t-1} + \Gamma_0 u_{1,2t} \end{aligned}$$

Le nouveau vecteur de termes d'erreur  $\xi_t = \Gamma_0 u_{1,2t}$  a une matrice de variances et covariances

$$\Xi = \Gamma_0 (\Sigma_{11} - \Sigma_{12} \Sigma_{22}^{-1} \Sigma_{21}) \Gamma_0'.$$

Le modèle structurel peut alors être noté de manière plus simple:

$$\Gamma_0 \Delta Y_t = b + B_0 \Delta Z_t + \Lambda (\Gamma Y_{t-1} + B Z_{t-1}) + \Gamma_1 \Delta Y_{t-1} + B_1 \Delta Z_{t-1} + \xi_t$$

moyennant les définitions suivantes:

$$b = \Gamma_0 (\mu_1 - \Sigma_{12} \Sigma_{22}^{-1} \mu_2), \quad B_0 = \Gamma_0 (\Sigma_{12} \Sigma_{22}^{-1}), \quad \Lambda = \Gamma_0 (\alpha_1 - \Sigma_{12} \Sigma_{22}^{-1} \alpha_2) \text{ et où } (\Gamma_1; B_1) = \Gamma_0 (\alpha_1 - \Sigma_{12} \Sigma_{22}^{-1} \alpha_2).$$

Ces nouvelles notations sont des matrices dont les éléments sont notés de la manière suivante :

$$\begin{aligned} \Gamma_0 &= \begin{pmatrix} \gamma_{0,11} & \gamma_{0,12} & \gamma_{0,13} \\ \gamma_{0,21} & \gamma_{0,22} & \gamma_{0,23} \\ \gamma_{0,31} & \gamma_{0,32} & \gamma_{0,33} \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b \end{pmatrix}, \quad B_0 = \begin{pmatrix} b_{0,11} & b_{0,12} & b_{0,13} \\ b_{0,21} & b_{0,22} & b_{0,23} \\ b_{0,31} & b_{0,32} & b_{0,33} \end{pmatrix}, \quad \Lambda = \begin{pmatrix} \lambda_{11} & \lambda_{12} & \lambda_{13} \\ \lambda_{21} & \lambda_{22} & \lambda_{23} \\ \lambda_{31} & \lambda_{32} & \lambda_{33} \end{pmatrix}, \\ \Gamma_1 &= \begin{pmatrix} \gamma_{11,1} & \gamma_{12,1} & \gamma_{13,1} \\ \gamma_{21,1} & \gamma_{22,1} & \gamma_{23,1} \\ \gamma_{31,1} & \gamma_{32,1} & \gamma_{33,1} \end{pmatrix}, \quad B_1 = \begin{pmatrix} b_{11,1} & b_{12,1} & b_{13,1} & b_{14,1} \\ b_{21,1} & b_{22,1} & b_{23,1} & b_{24,1} \\ b_{31,1} & b_{32,1} & b_{33,1} & b_{34,1} \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Le problème de l'identification de  $\Gamma$  et  $B$  ayant déjà été traité, il faut encore aborder celui de l'identification des paramètres restants :  $(\Gamma_1; B_1) = \Gamma_0 (\alpha_1 - \Sigma_{12} \Sigma_{22}^{-1} \alpha_2)$ . Ces paramètres restants sont les paramètres décrivant les ajustements de court terme, par rapport à  $\Gamma$  et  $B$  qui sont les paramètres des relations d'équilibre de long terme. A nouveau, il faut des restrictions de normalisation et des restrictions supplémentaires d'identification, inspirées si possible par la théorie économique. Les restrictions de normalisation peuvent s'exprimer de la manière suivante :

$$\Gamma_{ii} = 1, \quad i=1, \dots, 3$$

La sélection de restrictions supplémentaires d'identification sur les paramètres de court terme est difficile, car les propositions dégagées par la théorie économique portent essentiellement sur les relations d'équilibre, et apportent généralement peu d'explication aux ajustements de court terme.

Il serait donc raisonnable de commencer par des restrictions d'identification exacte qui soient théoriquement plausibles, dans la perspective d'appliquer éventuellement ensuite, au vu des résultats, des restrictions supplémentaires de suridentification qui seraient testables. On applique

ici la méthodologie proposée initialement par Boswijk (1992) qui suggère de faire les restrictions d'identification exacte<sup>12</sup> qui contraignent la matrice  $\Lambda$  à être diagonale:

$$\Lambda = \begin{pmatrix} \lambda_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_{33} \end{pmatrix}$$

Pour chacune des 3 équations, on impose donc deux restrictions sur les coefficients de l'équation, en l'occurrence des restrictions de nullité. Avec la restriction de normalisation, cela fait bien 3 restrictions, qui permettent l'identification exacte.

Avec toutes ces restrictions d'identification exacte, le modèle structurel à correction d'erreur à estimer est donc:

$$\begin{aligned} \Delta primesr_t &= b_1 - \gamma_{0,12} \Delta cpr_t - \gamma_{0,13} \Delta depr_t \\ &+ b_{0,11} \Delta pibr_t + b_{0,12} \Delta oblr_t + b_{0,13} \Delta^2 cacr_t + b_{0,14} \Delta sinir_t \\ &+ \lambda_1 (\beta_{21} cpr_{t-1} + \beta_{31} depr_{t-1} + \beta_{51} oblr_{t-1} + \beta_{61} \Delta cacr_{t-1} + \Delta sinir_{t-1} - primesr_{t-1}) \\ &+ \gamma_{11,1} \Delta primesr_{t-1} + \gamma_{12,1} \Delta cpr_{t-1} + \gamma_{13,1} \Delta depr_{t-1} \\ &+ b_{11,1} \Delta pibr_{t-1} + b_{12,1} \Delta oblr_t + b_{13,1} \Delta^2 cacr_{t-1} + b_{14,1} \Delta sinir_{t-1} + \xi_{1t} \\ \\ \Delta cpr_t &= b_2 - \gamma_{0,21} \Delta primesr_t - \gamma_{0,23} \Delta depr_t \\ &+ b_{0,21} \Delta pibr_t + b_{0,22} \Delta oblr_t + b_{0,23} \Delta^2 cacr_t + b_{0,24} \Delta sinir_t \\ &+ \lambda_2 (\beta_{12} primesr_{t-1} + \beta_{32} depr_{t-1} + \beta_{62} \Delta cacr_{t-1} + \beta_{72} \Delta sinir_{t-1} - cpr_{t-1}) \\ &+ \gamma_{21,1} \Delta primesr_{t-1} + \gamma_{22,1} \Delta cpr_{t-1} + \gamma_{23,1} \Delta depr_{t-1} \\ &+ b_{21,1} \Delta pibr_{t-1} + b_{22,1} \Delta oblr_t + b_{23,1} \Delta^2 cacr_{t-1} + b_{24,1} \Delta sinir_{t-1} + \xi_{2t} \\ \\ \Delta depr_t &= b_3 - \gamma_{0,31} \Delta primesr_t - \gamma_{0,32} \Delta cpr_t \\ &+ b_{0,31} \Delta pibr_t + b_{0,32} \Delta oblr_t + b_{0,33} \Delta^2 cacr_t + b_{0,34} \Delta sinir_t \\ &+ \lambda_3 (\beta_{23} cpr_{t-1} + \beta_{33} depr_{t-1} + \beta_{43} pibr_{t-1} + \beta_{73} \Delta sinir_{t-1} - depr_{t-1}) \\ &+ \gamma_{31,1} \Delta primesr_{t-1} + \gamma_{32,1} \Delta cpr_{t-1} + \gamma_{33,1} \Delta depr_{t-1} \\ &+ b_{31,1} \Delta pibr_{t-1} + b_{32,1} \Delta oblr_t + b_{33,1} \Delta^2 cacr_{t-1} + b_{34,1} \Delta sinir_{t-1} + \xi_{3t} \end{aligned}$$

Nous savons que si on estime des équations exprimant des variables X conditionnellement à des variables L, celles-ci sont faiblement exogènes pour les paramètres de ces équations de conditionnelles si les paramètres de ces équations conditionnelles (modèle VAR conditionnel structurel) sont libres en variation vis-à-vis des paramètres des équations du processus de L. Dans ce cas on ne perd pas d'information sur les paramètres des équations conditionnelles des variables X en négligeant les équations du processus des variables L.

<sup>12</sup> Cela ne revient toutefois pas ici à imposer sur la i<sup>e</sup> relation de court terme les mêmes restrictions que celles appliquées à la i<sup>e</sup> relation d'équilibre, alors que c'est le cas dans l'application de Boswijk.