

# Incitations à s'informer, apprentissage et efficience informationnelle sur le marché des actions

Cécile Pouget  
GRAPE, Université Montesquieu Bordeaux IV  
BEI, Bordeaux Ecole de Management\*

11/02/02

## Abstract

Adoptant comme point de départ la critique de Grossman (1976) de l'hypothèse d'efficience informationnelle de Fama (1970), l'objectif de ce travail est d'étudier l'impact sur la condition d'efficience informationnelle d'une part de l'incitation plus ou moins forte des agents à s'informer et d'autre part du processus d'apprentissage sur le fonctionnement du marché. La condition d'efficience informationnelle est telle que les erreurs de prévision au cours des actions est minimale.

A travers une application numérique, nous montrons que l'existence d'une incitation à s'informer ou à ne pas s'informer ne remet pas en cause la condition d'efficience informationnelle. Par ailleurs, ceci montre la nécessité d'accroître la transparence du marché à propos du fonctionnement du marché, les agents pouvant adopter un comportement induisant une intégration d'autant moins inefficace de l'information dans les prix qu'ils comprennent le fonctionnement du marché.

Mots clefs : hétérogénéité des agents, marché des actions, apprentissage, efficience informationnelle.

Classification JEL : D83, G12, G14.

## Introduction

L'hypothèse d'efficience informationnelle des actifs, et en particulier du marché des actions, constitue un des piliers de la théorie financière, nombre de modèles d'évaluation des actifs étant fondés sur cette hypothèse. Néanmoins, cette hypothèse est critiquée du fait d'une part de l'absence de consensus a propos des tests empiriques de l'hypothèse, et d'autre part de l'impossibilité pour un marché des actions de refléter l'information à chaque instant, les agents pouvant être plus ou moins incités à s'informer selon le contenu des prix en informations, ceux-ci pouvant dans certains cas déduire l'information d'une simple observation des prix. Sur la base de cette seconde critique formulée par Grossman (1976), nous proposons d'étudier les conséquences sur l'hypothèse d'efficience informationnelle de ces incitations ou non à s'informer. Celles-ci sont fonction de la quantité d'information contenue dans les prix : si les prix contiennent peu d'informations, les agents sont incités à en acquérir. Ils tirent des profits de la détention de l'information. Dans le cas contraire, ils préfèrent observer les prix. En effet, toute l'information étant déjà reflétée dans les prix, il est inutile pour le consommateur de chercher l'information. Cependant, ceci nécessite que l'agent ait une vision correcte de la quantité d'information contenue dans les prix : l'incitation de l'agent à s'informer est d'autant plus grande qu'il *perce* que le cours des actions est pauvre en information (reflète peu l'information). Dès lors,

---

\*Domaine de Raba, 680 cours de la Libération, 33 405 Talence Cedex. Tel : 05 56 98 53 02. Fax : 05 56 84 55 00.  
E-mail : cecile.pouget@bordeaux-bs.edu

la capacité de l'agent à détecter la quantité d'information contenue dans les prix ainsi que celle à apprendre à mieux connaître le fonctionnement du marché des actions et en particulier à détecter de mieux en mieux de contenu des prix en informations semblent être des variables importantes à considérer dans l'étude de l'hypothèse d'efficience informationnelle.

L'objet de notre étude est donc l'impact de l'incitation à s'informer ainsi que du processus d'apprentissage du fonctionnement du marché des actions sur l'hypothèse d'efficience informationnelle.

Au cours d'une première section, nous présentons notre modélisation. Nous nous interrogeons sur les évolutions de la proportion des agents informés sur le marché, compte tenu de leur incitation ou non à s'informer et de l'évolution de leur connaissance du fonctionnement du marché des actions au cours d'une deuxième section. Nous menons notre application numérique au cours de la troisième section.

## 1 Modélisation du comportement stratégique des investisseurs

Pour modéliser le comportement stratégique des investisseurs et examiner les effets de ces comportements sur le cours des actions et sur l'hypothèse d'efficience informationnelle, nous devons supposer une dynamique d'évolution particulière pour le cours des actions. Pour cela, nous nous inspirons de travaux effectués sur le marché des changes (voir notamment De Grauwe (1999), Kirman (1991), Frenkel et Mussa (1980), Frankel et Froot (1986a et b)<sup>1</sup>) selon lesquels le cours est le produit des événements actuels sur le marché des changes et des anticipations faites sur son évolution future, ces dernières étant elles-mêmes une moyenne pondérée des anticipations des différentes catégories d'agents intervenant sur le marché. D'après ces modèles, l'hypothèse d'hétérogénéité des agents est donc intégrée à travers une hétérogénéité des anticipations de variation du cours de change futur, en distinguant les chartistes et les fondamentalistes. L'objectif de ces travaux est d'étudier l'impact de l'hétérogénéité des agents sur le taux de change.

### 1.1 Evaluation du cours des actions

Comme De Grauwe (1999) notamment, nous supposons que le cours des actions est déterminé par les valeurs présentes des variables exogènes susceptibles d'influencer le cours (des fondamentaux) et les variations anticipées du cours dans le futur<sup>2</sup>, ces deux composantes ayant une influence sur l'offre et la demande d'actions<sup>3</sup>. Dès lors, le modèle de détermination du cours des actions s'écrit :

$$p_{obs,t} = a \cdot \theta_t + b \cdot E_t(\Delta p_{obs,t+1}) \quad (1)$$

avec  $p_{obs,t}$ , le prix observé sur le marché en  $t$ ,  $\Delta p_{obs,t+1}$ , la variation du prix observé entre  $t$  et  $t + 1$ ,  $E_t$ , l'opérateur espérance conditionnelle à l'information en  $t$ ,  $\theta_t$ , les fondamentaux en  $t$  et  $a$  et  $b$  deux constantes comprises entre 0 et 1. Ces deux constantes peuvent s'expliquer comme l'importance des fondamentaux et des anticipations de variation des cours dans la détermination du cours des actions.

#### 1.1.1 Evolution des fondamentaux

Les fondamentaux  $\theta_t$  sont liés au titre dont le prix est noté  $p_{obs,t}$ . Ils sont différents pour un autre titre.

Nous supposons que les fondamentaux liés à ce titre peuvent posséder une composante tendancielle déterministe : le niveau des fondamentaux peut s'expliquer en fonction du temps. Le niveau de

<sup>1</sup>Ces auteurs ont développé des modèles en se fondant notamment sur Mussa (1976).

<sup>2</sup>En effet, le cours intègre dès aujourd'hui toutes les informations connues susceptibles de faire varier le cours dans le futur.

<sup>3</sup>Ces deux composantes permettent de déterminer un prix d'équilibre. En effet, tout se passe comme si une troisième catégorie d'agents, était la seule à intervenir directement sur le marché, et permettait d'agréger les évaluations de la variation du cours futur des agents informés et des agents non informés.

ces fondamentaux à un instant s'explique aussi par leur niveau passé, ce qui permet de prendre en compte le poids, dans leur évaluation aujourd'hui, de l'historique des fondamentaux liés au titre, de la structure de la firme émettrice du titre par exemple (de son identité au sens large, de ce qui la différencie des autres firmes). Pour prendre en compte des variables exogènes susceptibles d'influencer les fondamentaux de la firme, nous avons aussi exprimé ces derniers en fonction de la variation passée de  $\theta^4$ . Par souci de parcimonie, nous avons considéré uniquement des retards d'ordre un. Il semble de plus qu'augmenter le nombre de retards aurait pour seule conséquence de compliquer l'analyse.

$\theta_t$  contient aussi un terme d'erreur  $\epsilon_{\theta,t}$  représentant les chocs que subit la sphère réelle qui permettent de modéliser l'incertitude réelle :

$$\theta_t = \alpha_1 + \alpha_2 \cdot t + \alpha_3 \cdot \theta_{t-1} + \alpha_4 \cdot \Delta\theta_{t-1} + \epsilon_{\theta,t} \quad (2)$$

avec

$$\epsilon_{\theta,t} \sim N(0, \sigma_{\theta})$$

Les hypothèses d'évolution des fondamentaux sont *ad hoc*, c'est pourquoi, nous testons l'impact de ces hypothèses sur les conclusions de notre étude (cf. annexe).

Le signal est différent à chaque instant du temps et les agents décident de payer ou non pour accéder à l'information selon la quantité d'information déjà contenue dans les prix. Les agents non informés ne peuvent observer (à travers les prix) que des signaux bruités. En effet, dans le cas contraire, si la proportion des agents informés intervenant sur le marché est non nulle, alors il ne peut pas y avoir d'équilibre puisque les agents non informés n'ont jamais intérêt à s'informer (ils peuvent déduire toute l'information de la seule observation des prix).

### 1.1.2 L'anticipation moyenne du marché

L'espérance de la variation du prix observé entre  $t$  et  $t + 1$  constitue l'anticipation moyenne du marché. Cette dernière est déterminée par la moyenne des espérances de variation des prix des agents informés et des agents non informés (cf. l'approche de Frankel et Froot (1986b) notamment) :

$$E_t(\Delta p_{obs,t+1}) = \lambda E_t(\Delta p_{I,t+1}) + (1 - \lambda) E_t(\Delta p_{NI,t+1}) \quad (3)$$

avec  $\lambda$  le poids accordé aux anticipations des agents informés, c'est-à-dire le poids des agents informés dans l'anticipation moyenne du marché. Nous supposons que ce poids est déterminé par la proportion des agents informés qui interviennent sur le marché. Nous l'appelons donc par la suite la proportion des agents informés.  $p_{I,t}$  est l'évaluation du cours par les agents informés en  $t$  et  $p_{NI,t}$  est l'évaluation du cours par les agents non informés en  $t$ . Dès lors,  $E_t(\Delta p_{I,t+1})$  est l'espérance de la variation du cours entre  $t$  et  $t + 1$  selon les agents informés conditionnelle à l'information (sur les fondamentaux) qu'ils détiennent et  $E_t(\Delta p_{NI,t+1})$  est l'espérance de la variation du cours entre  $t$  et  $t + 1$  selon les agents non informés conditionnelle à l'"information" (sur les cours passés si les agents non informés sont des chartistes) qu'ils observent sur le marché.

Les agents informés évaluent le prix futur en fonction de l'information sur les fondamentaux. Or, ils connaissent le modèle que suit l'évolution des fondamentaux. Ils déterminent donc leur évaluation du cours *directement* en fonction des fondamentaux. Nous supposons ici que les agents informés sont homogènes de sorte que  $\theta_t$  est interprété de la même façon pour chacun d'eux. De plus, ces agents peuvent subir des chocs en  $t$  qu'ils n'ont pas anticipés<sup>5</sup>. Ainsi :

$$p_{I,t} = \theta_t + \epsilon_{I,t} \quad (4)$$

<sup>4</sup>Nous nous inspirons de la méthodologie proposée par Dickey et Fuller pour tester la stationnarité des séries. Ces auteurs proposent de blanchir les résidus éventuellement auto-corrélés en introduisant dans la régression des variations passées de la variable endogène.

<sup>5</sup>La composante non anticipée du prix selon les agents informés provient de chocs auxquels ces agents informés doivent faire face, par exemple, un choc de liquidité. La composante non anticipée sur les fondamentaux ( $\epsilon_{\theta,t}$ ) s'apparente plutôt à un choc que subit l'information. Il peut s'agir par exemple d'une évolution non anticipée des bénéfices d'une société.

avec  $\epsilon_{I,t}$  l'erreur telle que :

$$\epsilon_{I,t} \sim N(0, \sigma_I)$$

Par conséquent :

$$E_t(\Delta p_{I,t+1}) = E_t(\Delta \theta_{t+1}) - \epsilon_{I,t}$$

D'après l'équation (2) :

$$\begin{aligned} \Delta \theta_{t+1} &= (\alpha_1 + \alpha_2 \cdot (t+1) + \alpha_3 \cdot \theta_t + \alpha_4 \cdot \Delta \theta_t + \epsilon_{\theta,t+1}) - \\ &\quad (\alpha_1 + \alpha_2 \cdot t + \alpha_3 \cdot \theta_{t-1} + \alpha_4 \cdot \Delta \theta_{t-1} + \epsilon_{\theta,t}) \\ &= \alpha_2 + \alpha_3 \cdot \Delta \theta_t + \alpha_4 \cdot (\theta_t - 2\theta_{t-1} + \theta_{t-2}) + \epsilon_{\theta,t+1} - \epsilon_{\theta,t} \end{aligned}$$

D'où, puisque  $\epsilon_{\theta,t}$  est connu en  $t$  :

$$E_t(\Delta \theta_{t+1}) = \alpha_2 + \alpha_3 \cdot \Delta \theta_t + \alpha_4 \cdot (\theta_t - 2\theta_{t-1} + \theta_{t-2}) - \epsilon_{\theta,t}$$

Dès lors :

$$E_t(\Delta p_{I,t+1}) = \alpha_2 + \alpha_3 \cdot \Delta \theta_t + \alpha_4 \cdot (\theta_t - 2\theta_{t-1} + \theta_{t-2}) - \epsilon_{\theta,t} - \epsilon_{I,t}$$

Les agents non informés évaluent le prix futur en fonction des évolutions passées de ce prix. Ils considèrent en effet qu'une information suffisante est contenue dans le prix passé :

$$p_{NI,t} = p_{obs,t-1} + \epsilon_{NI,t} \quad (5)$$

avec  $\epsilon_{NI,t}$  l'erreur telle que :

$$\epsilon_{NI,t} \sim N(0, \sigma_{NI})$$

Par conséquent :

$$E_t(\Delta p_{NI,t+1}) = \Delta p_{obs,t} - \epsilon_{NI,t}$$

L'anticipation moyenne sur le marché est donc :

$$\begin{aligned} E_t(\Delta p_{obs,t+1}) &= \lambda E_t(\Delta p_{I,t+1}) + (1-\lambda) E_t(\Delta p_{NI,t+1}) \\ &= \lambda [E_t(\Delta \theta_{t+1}) - \epsilon_{I,t}] + (1-\lambda) [\Delta p_{obs,t} - \epsilon_{NI,t}] \\ &= \lambda [\alpha_2 + \alpha_3 \cdot \Delta \theta_t + \alpha_4 \cdot (\theta_t - 2\theta_{t-1} + \theta_{t-2}) - \epsilon_{\theta,t} - \epsilon_{I,t}] \\ &\quad + (1-\lambda) [\Delta p_{obs,t} - \epsilon_{NI,t}] \end{aligned} \quad (6)$$

Par conséquent, le prix observé est tel que :

$$\begin{aligned} p_{obs,t} &= a \cdot \theta_t + b \cdot \lambda [\alpha_2 + \alpha_3 \cdot \Delta \theta_t + \alpha_4 \cdot (\theta_t - 2\theta_{t-1} + \theta_{t-2}) - \epsilon_{\theta,t} - \epsilon_{I,t}] \\ &\quad + b \cdot (1-\lambda) [\Delta p_{obs,t} - \epsilon_{NI,t}] \end{aligned}$$

Dès lors :

$$\begin{aligned} p_{obs,t} &= \frac{1}{1-b \cdot (1-\lambda)} \cdot a \cdot \theta_t + \\ &\quad \frac{b \cdot \lambda}{1-b \cdot (1-\lambda)} [\alpha_2 + \alpha_3 \cdot \Delta \theta_t + \alpha_4 \cdot (\theta_t - 2\theta_{t-1} + \theta_{t-2}) - \epsilon_{\theta,t} - \epsilon_{I,t}] \\ &\quad - \frac{b(1-\lambda)}{1-b \cdot (1-\lambda)} \cdot [p_{obs,t-1} + \epsilon_{NI,t}] \end{aligned} \quad (7)$$

## 1.2 La condition d'efficience informationnelle

Afin d'examiner l'impact des comportements stratégiques des investisseurs sur le cours des actions et ce faisant sur l'hypothèse d'efficience informationnelle, nous établissons la condition d'efficience informationnelle et les évolutions du cours des actions sous cette hypothèse.

Sous la condition d'efficience informationnelle, les erreurs de prévision des cours des actions sont minimales puisque l'information est correctement intégrée dans les prix.

L'erreur de prévision en  $t$  du prix en  $t + n$  s'écrit :

$$p_{obs,t+n} - E_t(p_{obs,t+n}) \quad (8)$$

Nous savons que :

$$p_{obs,t} = a \cdot \theta_t + b \cdot E_t(\Delta p_{obs,t+1})$$

D'où :

$$\begin{aligned} E_t(p_{obs,t+n}) &= a \cdot E_t(\theta_{t+n}) + b \cdot E_t[E_{t+n}(\Delta p_{obs,t+n+1})] \\ &= a \cdot E_t(\theta_{t+n}) + b \cdot E_t(\Delta p_{obs,t+n+1}) \end{aligned}$$

L'écart entre le cours du titre en  $t + n$  et son espérance s'écrit donc :

$$\begin{aligned} p_{obs,t+n} - E_t(p_{obs,t+n}) &= a \cdot (\theta_{t+n} - E_t(\theta_{t+n})) + b \cdot (E_{t+n}(\Delta p_{obs,t+n+1}) - E_t(\Delta p_{obs,t+n+1})) \end{aligned} \quad (9)$$

Or :

$$\begin{aligned} \theta_{t+n} &= \alpha_1 + \alpha_2 \cdot (t+n) + \alpha_3 \cdot \theta_{t+n-1} + \alpha_4 \cdot \Delta\theta_{t+n-1} + \epsilon_{\theta,t+n} \\ &= \alpha_1 + \alpha_2 \cdot (t+n) + \\ &\quad \alpha_3 \cdot [\alpha_1 + \alpha_2 \cdot (t+n-1) + \alpha_3 \cdot \theta_{t+n-2} + \alpha_4 \cdot \Delta\theta_{t+n-2} + \epsilon_{\theta,t+n-1}] + \\ &\quad \alpha_4 \Delta\theta_{t+n-1} + \epsilon_{\theta,t+n} \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} &= \alpha_1 (1 + \alpha_3 + \alpha_3^2 + \dots + \alpha_3^{n-1}) + \alpha_2 \sum_{i=0}^{n-1} \alpha_3^i (t+n-i) + \alpha_3^n \theta_t + \\ &\quad \sum_{i=0}^{n-1} \alpha_3^i \epsilon_{\theta,t+n-i} + \alpha_4 \sum_{i=0}^{n-1} \alpha_3^i \Delta\theta_{t+n-i-1} \end{aligned} \quad (11)$$

A partir de (10), il vient :

$$\begin{aligned} \Delta\theta_{t+n} &= \alpha_2 + (\alpha_3 + \alpha_4) \cdot \Delta\theta_{t+n-1} - \alpha_4 \Delta\theta_{t+n-2} + \epsilon_{\theta,t+n} - \epsilon_{\theta,t+n-1} \\ &= \alpha_2 + \gamma \cdot \Delta\theta_{t+n-1} - \alpha_4 \Delta\theta_{t+n-2} + \epsilon_{\theta,t+n} - \epsilon_{\theta,t+n-1} \end{aligned}$$

$\Delta\theta_{t+n}$  suit donc un processus autorégressif d'ordre 2. Sous la condition de stationnarité, il peut s'écrire sous une forme moyenne mobile infinie :

$$\begin{aligned} \Delta\theta_{t+n} &= cte_{t+n} + \epsilon_{\theta,t+n} + \\ &\quad \varphi_{t+n,1} \epsilon_{\theta,t+n-1} + \varphi_{t+n,2} \epsilon_{\theta,t+n-2} + \dots + \varphi_{t+n,n} \epsilon_{\theta,t} + \varphi_{t+n,n+1} \epsilon_{\theta,t-1} + \dots \\ &= cte_{t+n} + \sum_{j=0}^{\infty} \varphi_{t+n,j} \epsilon_{\theta,t+n-j} \end{aligned}$$

avec  $cte_{t+n}$  la constante associée à la régression de  $\Delta\theta_{t+n}$ ,  $\varphi_{t+n,j}$  le coefficient associé à l'erreur de la régression de  $\Delta\theta_{t+n}$  en  $t+n-j$  et  $\varphi_{t+n,0} = 1$ .

Il s'ensuit :

$$\Delta\theta_{t+n-i-1} = cte_{t+n-i-1} + \sum_{j=0}^{\infty} \varphi_{t+n-i-1,j} \epsilon_{\theta,t+n-i-1-j} \quad (12)$$

Par conséquent :

$$\begin{aligned} \theta_{t+n} &= \alpha_1 (1 + \alpha_3 + \alpha_3^2 + \dots + \alpha_3^{n-1}) + \alpha_2 \sum_{i=0}^{n-1} \alpha_3^i (t+n-i) + \alpha_3^n \theta_t \\ &+ \sum_{i=0}^{n-1} \alpha_3^i \epsilon_{\theta,t+n-i} + \alpha_4 \sum_{i=0}^{n-1} \alpha_3^i \left[ cte_{t+n-i-1} + \sum_{j=0}^{\infty} \varphi_{t+n-i-1,j} \epsilon_{\theta,t+n-i-1-j} \right] \end{aligned}$$

D'où l'on tire aussi :

$$\begin{aligned} E_t(\theta_{t+n}) &= \alpha_1 (1 + \alpha_3 + \alpha_3^2 + \dots + \alpha_3^{n-1}) + \\ &\alpha_2 \sum_{i=0}^{n-1} \alpha_3^i (t+n-i) + \alpha_3^n \theta_t + \\ &\alpha_4 \sum_{i=0}^{n-1} \alpha_3^i \left[ cte_{t+n-i-1} + \sum_{j=n-i-1}^{\infty} \varphi_{t+n-i-1,j} \epsilon_{\theta,t+n-i-1-j} \right] \end{aligned}$$

Par conséquent, l'espérance conditionnelle de  $\theta_{t+n}$  est une fonction du temps, des paramètres déjà connus  $(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4)$ , et des erreurs sur  $\theta$  jusqu'en  $t$ . Dès lors, l'agent informé connaissant le processus de formation de l'information  $(\theta_t)$ , connaît aussi l'espérance conditionnelle de  $\theta_{t+n}$ .

Par suite :

$$\theta_{t+n} - E_t(\theta_{t+n}) = \sum_{i=0}^{n-1} \alpha_3^i \epsilon_{\theta,t+n-i} + \alpha_4 \sum_{i=0}^{n-1} \alpha_3^i \left[ \sum_{j=0}^{n-i-2} \varphi_{t+n-i-1,j} \epsilon_{\theta,t+n-i-1-j} \right] \quad (13)$$

Par ailleurs :

$$\begin{aligned} E_t(\Delta p_{obs,t+n+1}) &= \lambda E_t(\Delta p_{I,t+n+1}) + (1-\lambda) E_t(\Delta p_{NI,t+n+1}) \\ &= \lambda E_t(\Delta \theta_{t+n+1}) + (1-\lambda) E_t(\Delta p_{obs,t+n}) \end{aligned}$$

et

$$\begin{aligned} E_{t+n}(\Delta p_{obs,t+n+1}) &= \lambda E_{t+n}(\Delta p_{I,t+n+1}) + (1-\lambda) E_{t+n}(\Delta p_{NI,t+n+1}) \\ &= \lambda [E_{t+n}(\Delta \theta_{t+n+1}) - \epsilon_{I,t+n}] + (1-\lambda) [\Delta p_{obs,t+n} - \epsilon_{NI,t+n}] \end{aligned}$$

Par suite :

$$\begin{aligned} E_{t+n}(\Delta p_{obs,t+n+1}) - E_t(\Delta p_{obs,t+n+1}) &= \lambda [E_{t+n}(\Delta \theta_{t+n+1}) - E_t(\Delta \theta_{t+n+1})] + \\ &(1-\lambda) [\Delta p_{obs,t+n} - E_t(\Delta p_{obs,t+n})] \\ &- \lambda \epsilon_{I,t+n} - (1-\lambda) \epsilon_{NI,t+n} \end{aligned} \quad (14)$$

Or :

$$\begin{aligned} E_{t+n}(\Delta \theta_{t+n+1}) - E_t(\Delta \theta_{t+n+1}) &= E_{t+n} \left[ cte_{t+n+1} + \sum_{j=1}^{\infty} \varphi_{t+n+1,j} \epsilon_{\theta,t+n+1-j} \right] - \\ &E_t \left[ cte_{t+n+1} + \sum_{j=n+1}^{\infty} \varphi_{t+n+1,j} \epsilon_{\theta,t+n+1-j} \right] \\ &= \sum_{j=1}^n \varphi_{t+n+1,j} \epsilon_{\theta,t+n+1-j} \end{aligned} \quad (15)$$

En conséquence, en intégrant les équations (13), (14) et (15) dans l'équation (9) :

$$\begin{aligned}
& p_{obs,t+n} - E_t(p_{obs,t+n}) \\
= & a \left( \sum_{i=0}^{n-1} \alpha_3^i \epsilon_{\theta,t+n-i} + \alpha_4 \sum_{i=0}^{n-1} \alpha_3^i \left[ \sum_{j=0}^{n-i-2} \varphi_{t+n-i-1,j} \epsilon_{\theta,t+n-i-1-j} \right] \right) \\
& + b \cdot \left[ \lambda \left( \sum_{j=1}^n \varphi_{t+n+1,j} \epsilon_{\theta,t+n+1-j} \right) \right] + b \cdot (1 - \lambda) \cdot \\
& [\Delta p_{obs,t+n} - E_t(\Delta p_{obs,t+n})] - \\
& b \cdot [\lambda \epsilon_{I,t+n} + (1 - \lambda) \epsilon_{NI,t+n}] \tag{16}
\end{aligned}$$

D'après nos calculs, les écarts entre le cours et son anticipation en  $t + n$  sont donc une fonction :

- des chocs survenus sur les fondamentaux,
- des chocs subis par les agents informés et les agents non informés après  $t$  compte tenu des événements survenus entre les deux dates,
- de l'erreur d'anticipation de variation des prix entre  $t + n - 1$  et  $t + n$ .

Les chocs subis par les agents non informés et l'erreur d'anticipation de variation des prix semblent être une source importante de l'écart entre le cours et son anticipation.

Plus les agents non informés échangent des titres sur le marché, plus leurs anticipations fondées sur des valeurs passées de cours prennent de l'importance dans les évaluations de cours des actions, plus le cours s'éloigne des fondamentaux. Dès lors, *l'hypothèse d'efficacité informationnelle correspond à la condition selon laquelle  $\lambda = 1$*  (cas où l'erreur de prévision des cours est minimale). Si les agents informés sont seuls à intervenir sur le marché, l'information est *correctement*<sup>6</sup> intégrée dans les prix, à chaque instant. Cette définition de l'efficacité informationnelle se distingue de celle Fama (1970) selon laquelle les prix reflètent instantanément *toute* l'information disponible.

Si  $\lambda = 1$ , l'équation (7) s'écrit :

$$\begin{aligned}
p_{obs,t} &= a \cdot \theta_t + b \cdot [E_t(\Delta \theta_{t+1}) - \epsilon_{I,t}] \\
&= a \cdot \theta_t + b \cdot \\
&\quad [\alpha_2 + \alpha_3 \cdot \Delta \theta_t + \alpha_4 \cdot (\theta_t - 2\theta_{t-1} + \theta_{t-2}) - \epsilon_{\theta,t} - \epsilon_{I,t}] \tag{17}
\end{aligned}$$

Dans ce cas, le prix observé est déterminé principalement par les fondamentaux présents et les anticipations des agents informés sur l'évolution des fondamentaux. Etant donné que les agents informés connaissent le processus qui génère les fondamentaux, le prix observé reflète les fondamentaux, et l'hypothèse d'efficacité informationnelle est vérifiée<sup>7</sup>.

### 1.3 Les conséquences de la variation de lambda

Nous avons supposé jusqu'ici que la proportion des agents informés intervenant sur le marché restait constante. Dans ce cas, les agents informés connaissent cette proportion, et ils peuvent allouer un poids constant à leurs anticipations et un poids constant aux anticipations des agents non informés.

Or la proportion des agents informés ( $\lambda$ ) peut ne pas rester constante. Les agents peuvent en effet décider de s'informer ou non selon le contenu des prix en informations : plus les prix ont une forte composante informationnelle, moins les agents seront incités à aller chercher l'information. Dès lors,

<sup>6</sup>De par la présence de chocs subis par les agents informés, l'information ne peut pas être *parfaitement* intégrée dans les prix.

<sup>7</sup>Notons que si les fondamentaux étaient déterminés par une valeur d'équilibre, Laurent (1995) démontre à l'aide d'une spécification proche que le cours convergerait de façon oscillatoire vers cette valeur d'équilibre.

conformément à la critique de Grossman (1976), si les prix reflètent correctement l'information, les agents n'ont pas intérêt à s'informer. A l'inverse, si les prix ont un faible contenu en information, les agents sont incités à s'informer. Les agents peuvent donc adopter des comportements stratégiques en ne s'informant que si c'est nécessaire, c'est-à-dire si la proportion d'agents informés,  $\lambda$ , est faible. Or cette proportion des agents informés détermine le poids des anticipations de ces agents dans l'anticipation moyenne du marché. Par conséquent, le poids des anticipations des agents informés dans l'anticipation moyenne du marché varie au gré des évolutions du contenu des prix en information, il dépend donc du temps<sup>8</sup> :

$$E_{t+n} [\Delta p_{obs,t+n+1}] = \lambda_{t+n} [E_{t+n} (\Delta \theta_{t+n+1}) - \epsilon_{I,t+n}] + [1 - \lambda_{t+n}] [\Delta p_{obs,t+n} - \epsilon_{NI,t+n}]$$

L'anticipation moyenne en  $t$  de la variation du prix sur le marché s'écrit :

$$\begin{aligned} E_t [\Delta p_{obs,t+n+1}] &= E_t [\lambda_{t+n} (E_{t+n} (\Delta \theta_{t+n+1}) - \epsilon_{I,t+n}) + [1 - \lambda_{t+n}] (\Delta p_{obs,t+n} - \epsilon_{NI,t+n})] \\ &= E_t (\lambda_{t+n}) E_t (\Delta \theta_{t+n+1}) - E_t (\lambda_{t+n}) E_t (\epsilon_{I,t+n}) + \\ &\quad [1 - E_t (\lambda_{t+n})] E_t (\Delta p_{obs,t+n}) - [1 - E_t (\lambda_{t+n})] E_t (\epsilon_{NI,t+n}) - \\ &\quad \gamma (\lambda_{t+n}, p_{obs,t+n}) \\ &= E_t (\lambda_{t+n}) E_t (\Delta \theta_{t+n+1}) + [1 - E_t (\lambda_{t+n})] E_t (\Delta p_{obs,t+n}) - \gamma (\lambda_{t+n}, p_{obs,t+n}) \end{aligned}$$

avec  $\gamma (\lambda_{t+n}, p_{obs,t+n})$  la covariance entre  $\lambda_{t+n}$  et  $p_{obs,t+n}$ . En effet, les covariances entre  $\lambda_{t+n}$  et  $\Delta \theta_{t+n+1}$ , entre  $\lambda_{t+n}$  et  $\epsilon_{I,t+n}$ , entre  $\lambda_{t+n}$  et  $\epsilon_{NI,t+n}$ , et entre  $\lambda_{t+n}$  et  $p_{obs,t+n-1}$  sont nulles, et  $E_t (\epsilon_{I,t+n}) = 0$  et  $E_t (\epsilon_{NI,t+n}) = 0$ . De plus, la proportion des agents informés variant dans le temps, il est fort probable que la proportion des agents informés en  $t+n$  ne soit pas connue en  $t$ . La proportion des agents informés, si elle n'est pas constante, est donc aléatoire.

De plus :

$$E_{t+n} [\Delta p_{obs,t+n+1}] = \lambda_{t+n} [E_{t+n} (\Delta \theta_{t+n+1}) - \epsilon_{I,t+n}] + (1 - \lambda_{t+n}) [E_{t+n} (\Delta p_{obs,t+n}) - \epsilon_{NI,t+n}]$$

Dès lors :

$$\begin{aligned} &E_{t+n} (\Delta p_{obs,t+n+1}) - E_t (\Delta p_{obs,t+n+1}) \\ &= [\lambda_{t+n} E_{t+n} (\Delta \theta_{t+n+1}) - E_t (\lambda_{t+n}) E_t (\Delta \theta_{t+n+1})] + \\ &\quad [(1 - \lambda_{t+n}) \Delta p_{obs,t+n} - [1 - E_t (\lambda_{t+n})] E_t (\Delta p_{obs,t+n})] - \\ &\quad \lambda_{t+n} \epsilon_{I,t+n} - (1 - \lambda_{t+n}) \epsilon_{NI,t+n} + \gamma (\lambda_{t+n}, p_{obs,t+n}) \end{aligned} \tag{18}$$

<sup>8</sup>On suppose ici que le poids des agents informés est déterminé en  $t+n$  pour une variation anticipée du prix sur le marché entre  $t+n$  et  $t+n+1$ .

avec

$$\begin{aligned}
& E_t(\Delta p_{obs,t+n}) \\
= & E_t(\lambda_{t+n-1}) E_t(\Delta\theta_{t+n}) + (1 - E_t(\lambda_{t+n-1})) E_t(\lambda_{t+n-2}) E_t(\Delta\theta_{t+n-1}) + \\
& (1 - E_t(\lambda_{t+n-1})) (1 - E_t(\lambda_{t+n-2})) E_t(\lambda_{t+n-3}) E_t(\Delta\theta_{t+n-2}) + \\
& (1 - E_t(\lambda_{t+n-1})) (1 - E_t(\lambda_{t+n-2})) \dots (1 - \lambda_t) \Delta p_{obs,t} - \\
& (1 - E_t(\lambda_{t+n-1})) (1 - E_t(\lambda_{t+n-2})) \dots (1 - E_t(\lambda_{t+1})) \lambda_t \epsilon_{I,t} - \\
& (1 - E_t(\lambda_{t+n-1})) (1 - E_t(\lambda_{t+n-2})) \dots (1 - E_t(\lambda_{t+1})) (1 - \lambda_t) \epsilon_{NI,t} \\
= & E_t(\lambda_{t+n-1}) E_t(\Delta\theta_{t+n}) + \\
& \sum_{i=1}^{n-1} \prod_{j=0}^{i-1} (1 - E_t(\lambda_{t+n-i+j})) [E_t(\lambda_{t+n-i-1}) E_t(\Delta\theta_{t+n-i})] + \\
& \prod_{i=1}^n (1 - E_t(\lambda_{t+n-i})) \Delta p_{obs,t} - \prod_{i=1}^{n-1} (1 - E_t(\lambda_{t+n-i})) \lambda_t \epsilon_{I,t} - \\
& \prod_{i=1}^n (1 - E_t(\lambda_{t+n-i})) \epsilon_{NI,t}
\end{aligned} \tag{19}$$

L'équation (16) se réécrit, en intégrant l'équation (18), dans le cas où  $\lambda$  varie :

$$\begin{aligned}
& p_{obs,t+n} - E_t(p_{obs,t+n}) \\
= & a \left( \sum_{i=0}^{n-1} \alpha_3^i \epsilon_{\theta,t+n-i} + \alpha_4 \sum_{i=0}^{n-1} \alpha_3^i \left[ \sum_{j=0}^{n-i-2} \varphi_{t+n-i-1,j} \epsilon_{\theta,t+n-i-1-j} \right] \right) + \\
& b [\lambda_{t+n} E_{t+n}(\Delta\theta_{t+n+1}) - E_t(\lambda_{t+n}) E_t(\Delta\theta_{t+n+1})] + b(1 - \lambda_{t+n}) \Delta p_{obs,t+n} \\
& - b[1 - E_t(\lambda_{t+n})] \cdot E_t(\Delta p_{obs,t+n}) - b[\lambda_{t+n} \epsilon_{I,t+n} + (1 - \lambda_{t+n}) \epsilon_{NI,t+n}] \\
& + b\gamma(\lambda_{t+n}, p_{obs,t+n})
\end{aligned}$$

Dès lors, l'écart entre la valeur observée et son anticipation s'explique par :

- les chocs pouvant survenir entre la date de l'anticipation,  $t$ , et  $t + n$
- les écarts entre l'anticipation du poids des agents informés et le poids observé des agents informés en  $t + n$
- la covariance entre  $\lambda_{t+n}$  et  $p_{obs,t+n}$
- par l'erreur d'anticipation de variation des prix entre  $t + n + 1$  et  $t + n$  qui est elle-même une fonction non seulement des écarts entre l'anticipation du poids des agents informés et leur poids observé mais aussi des variations du prix observé entre  $t + n$  et  $t + n - 1$  et entre  $t$  et  $t - 1$  et de certains termes d'erreur (équation (19)).

Plus il est difficile d'anticiper le poids des agents informés, plus l'écart entre le poids des agents informés observé et son anticipation est important. Plus le poids des agents informés est variable, plus cet écart peut être grand.

Nous proposons de mesurer, à l'aide d'une application numérique, l'impact de la variabilité du poids des agents informés sur l'écart entre l'anticipation de cours et le cours observé, c'est-à-dire sur l'hypothèse d'efficience informationnelle et allocative.

## 2 Evolutions du poids des agents informés : agents homogènes, hétérogènes et apprentissage

D'après Frankel et Froot (1986b), le poids des agents informés en  $t$  est déterminé par le succès avec lequel les agents informés ont prévu le cours en  $t - 1$ . Ici, au contraire, nous nous situons dans

la lignée des travaux de Grossman et Stiglitz. Nous supposons donc que l'évolution du poids des agents informés dépend du comportement stratégique des agents intervenant sur le marché et donc du contenu des prix en information. Aussi la dynamique d'évolution du poids des agents informés est intimement liée à celle des écarts du cours au cours selon les fondamentaux. Dewachter et De Grauwe (1990) proposent d'endogénéiser  $\lambda_t$  en l'exprimant en fonction des écarts au cours selon les fondamentaux retardé d'une période :

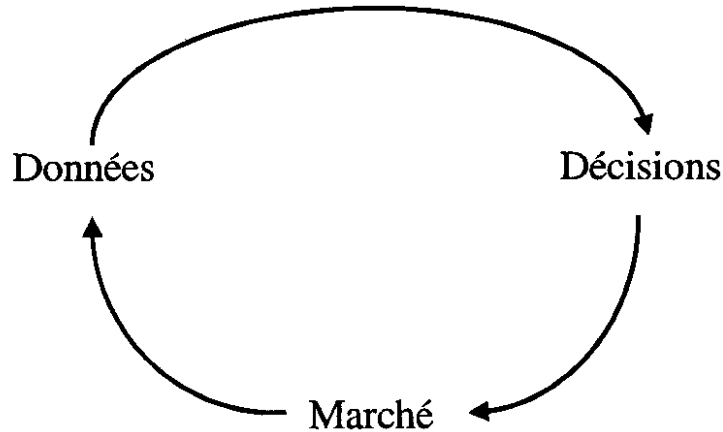
$$\lambda_t = 1 - \frac{n}{1 + m \left( p_{obs,t-1} - p_{obs,t-1}^* \right)^2}$$

avec  $p_{obs,t-1}^*$  le cours observé si l'hypothèse d'efficacité informationnelle est vérifiée,  $0 \leq n \leq 1$  et  $m \geq 0$  deux paramètres.

Dans ce cas de figure, les écarts au cours selon les fondamentaux en  $t-1$  déterminent la proportion des agents informés en  $t$  qui induit un nouvel écart au cours selon les fondamentaux en  $t$ , et ainsi de suite. L'endogénéisation de  $\lambda$  induit des interactions complexes entre le poids des agents informés et les écarts au cours selon les fondamentaux. En effet, Dewachter et De Grauwe (1990) montrent que, sous certaines valeurs des paramètres de leur modèle, la dynamique d'évolution du cours peut être chaotique dans la mesure où elle est sensible aux conditions initiales et où les cycles ne se répètent jamais exactement<sup>9</sup>. Nous souhaitons analyser les effets des différents processus d'apprentissage sur la condition d'efficacité informationnelle. Afin de nous concentrer sur cette étude, il nous semble opportun d'éliminer toute dynamique chaotique. Nous proposons donc de considérer des évolutions stylisées du poids des agents informés.

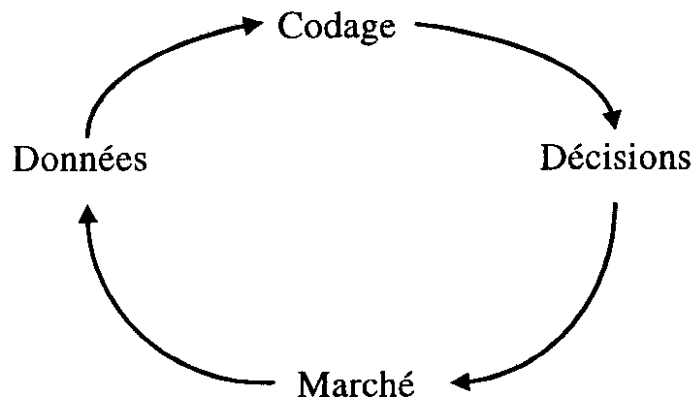
Nous supposons ici un processus d'apprentissage simple selon lequel, au fur et à mesure qu'ils interviennent sur le marché, les agents acquièrent des connaissances (et non des croyances) sur son fonctionnement propre à partir de l'observation des évolutions passées. Les agents acquièrent de l'information exogène au marché (liée à l'évolution des fondamentaux) et endogène au marché (liée à son fonctionnement) et prennent leur décision en conséquence. Par conséquent, l'information endogène est aussi intégrée dans les prix.

La boucle de traitement et de circulation de l'information est la suivante :



La dimension cognitive liée à l'hétérogénéité des croyances n'est pas intégrée ici. Elle induit une dynamique d'évolution des prix plus complexe puisque dans ce cadre, l'agent "ajuste ses croyances aux observations réalisées sur un contexte qui fluctue sous l'influence de ses propres actions modulées par ses croyances" (Walliser (2000), p. 8). La boucle de circulation et de traitement de l'information est alors la suivante :

<sup>9</sup>Leur étude concerne le taux de change.

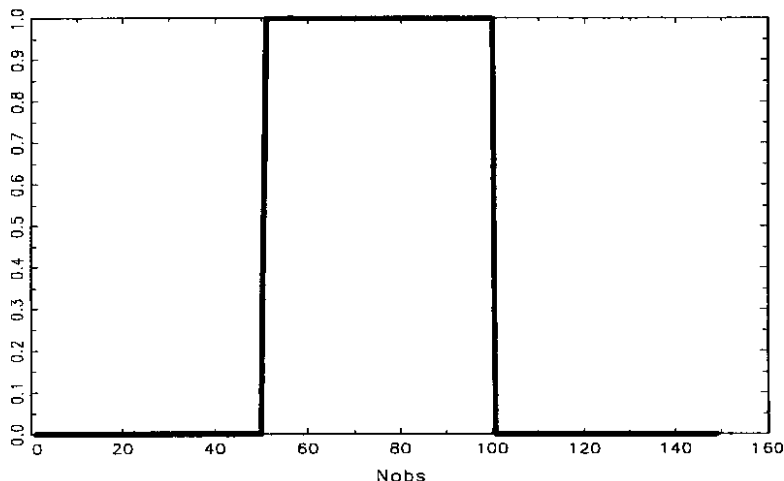


Source : Weisburg (2000)

Nous considérons différentes dynamiques d'évolution du poids des agents informés sur le marché selon que les agents sont homogènes ou hétérogènes, qu'ils acquièrent ou non des connaissances sur le fonctionnement du marché au fur et à mesure qu'ils interviennent sur le marché.

D'après le modèle de Grossman et Stiglitz (1980), quand sur le marché interviennent uniquement des agents informés ou des agents non informés, alors il ne peut pas y avoir d'équilibre. En effet, si aucun agent n'est informé, tous les agents sont incités à s'informer et dans le cas où tous les agents sont informés, aucun d'entre eux n'est incité à le rester.

Si les agents sont homogènes, il est possible d'envisager des alternances de phases au cours desquelles tous les agents sont successivement informés puis non informés. Les agents peuvent n'avoir conscience de leur poids qu'après un certain laps de temps. Les agents continuent donc à s'informer même si les prix reflètent déjà correctement l'information. Les phases au cours desquelles tous les agents sont informés ou non informés peuvent être longues<sup>10</sup>.

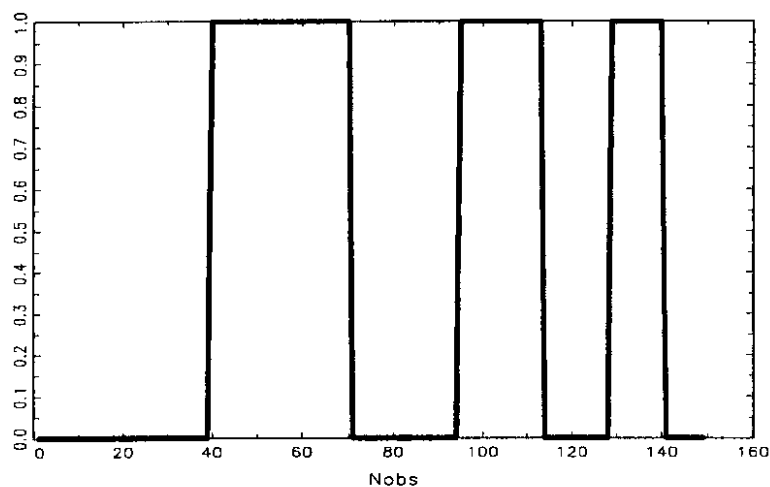


Graphique 1 : Evolution du poids des agents informés dans le cas d'agents homogènes sans apprentissage

Nobs désigne le nombre d'observations.

<sup>10</sup> Notons que la présence de phases longues pendant lesquelles le poids des agents informés est nul peut aussi s'expliquer par la non optimalité de recherche de l'information en continu. En effet, les gains qui résulteraient d'une telle stratégie sont faibles eu égard aux coûts de collecte de l'information. Les agents ne s'informent donc que si le cours s'écarte fortement de sa valeur fondamentale (De Grauwe (1999)). Dans le cas où ils ne s'informent pas, les anticipations de cours sont gouvernées par ses mouvements passés et présents.

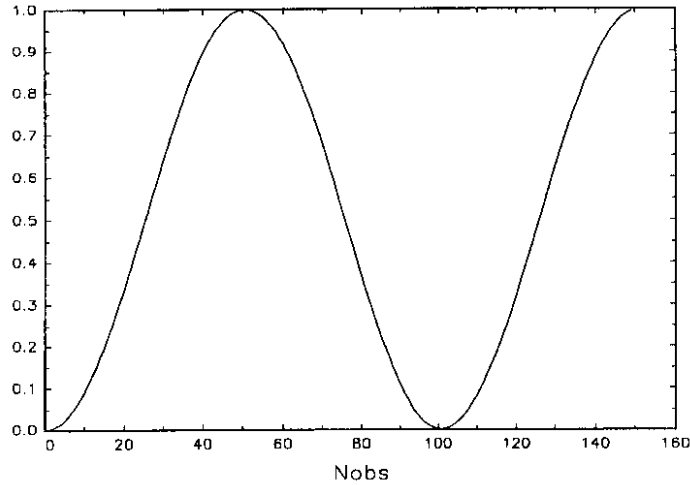
Au fur et à mesure que les agents interviennent sur le marché, ils apprennent à mieux connaître son fonctionnement et donc à détecter plus rapidement les phases de sorte que celles où tous les agents sont informés ou non informés peuvent devenir moins longues.



Graphique 2 : Evolution du poids des agents informés dans le cas d'agents homogènes avec apprentissage

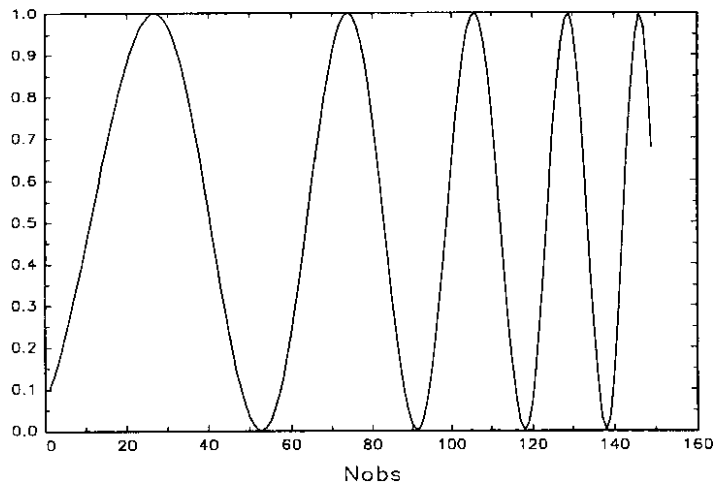
Si les agents sont hétérogènes, la dynamique d'évolution du poids des agents informés peut être plus complexe. D'après le modèle de Grossman et Stiglitz (1980), plus les prix contiennent de l'information, moins les agents sont incités à s'informer. On peut donc supposer que le poids des agents informés augmente vite quand peu d'agents sont informés, puis plus lentement au fur et à mesure que leur poids s'accroît. Quand la plupart des agents sont informés, certains d'entre eux se rendent compte que toute l'information est intégrée dans les prix, et décident de ne plus s'informer et de déduire l'information de l'observation des prix. De plus en plus d'agents décident de ne plus s'informer, ce qui diminue le poids des agents informés intervenant sur le marché. Parmi les intervenants du marché, il est possible de distinguer les experts des novices. Les premiers initient le mouvement puis sont suivis par les seconds. Quand la proportion des agents informés est très faible, les experts prennent conscience de l'opportunité à s'informer, la proportion des agents informés commence à croître. Puis, les novices commencent à suivre les experts, la part des agents informés augmente de plus en plus vite. Par la suite, le prix contenant suffisamment d'informations, certains experts commencent à ne plus s'informer tandis que de nouveaux agents non experts commencent à s'informer (par l'effet d'entraînement) : la part des agents informés s'accroît donc de moins en moins vite. Peu à peu, les experts sont à nouveau suivis par les novices, initiant le mouvement de décroissance de la part des agents informés, qui s'accélère au fur et à mesure que les novices suivent les experts<sup>11</sup> (graphique 3).

<sup>11</sup> Le poids des agents informés varie entre zéro et un, mais n'atteint jamais l'une ou l'autre des bornes. La part des agents informés tend vers zéro au voisinage de zéro et tend vers un au voisinage de un.



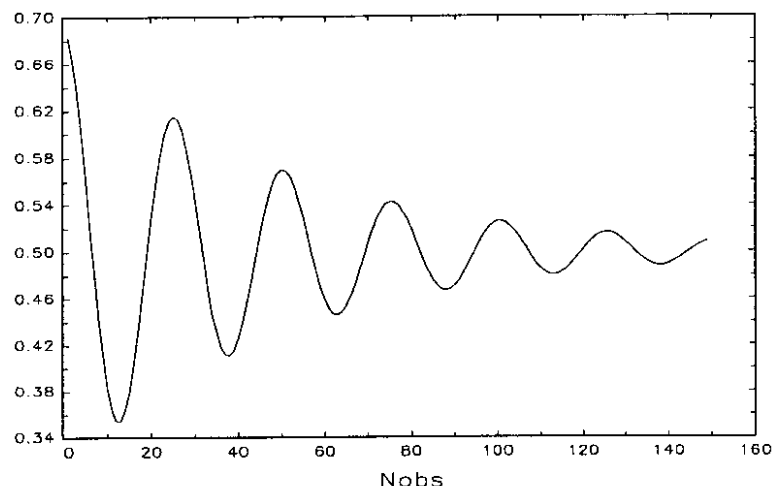
Graphique 3 : Evolution du poids des agents informés dans le cas d'agents hétérogènes sans apprentissage

Les agents pouvant acquérir une connaissance de plus en plus fine du marché, il est intéressant d'examiner les effets de l'apprentissage sur l'évolution de la part des agents informés. Nous pouvons distinguer deux formes d'apprentissage. En premier lieu, les agents, au fur et à mesure qu'ils interviennent sur le marché, peuvent réagir de plus en plus vite aux évolutions passées du poids des agents informés. Dans ce cas, le poids des agents informés peut continuer à osciller entre zéro et un, mais la fréquence des oscillations est plus forte (graphique 4).



Graphique 4 : Evolution du poids des agents informés dans le cas d'agents hétérogènes selon une première forme d'apprentissage

En second lieu, les agents peuvent avoir une connaissance de plus en plus fine de la proportion d'équilibre des agents informés, selon laquelle aucun agent non informé ne souhaite s'informer et aucun agent informé souhaite ne plus l'être. Dans ce cas, les oscillations du poids des agents informés peuvent être de plus en plus atténuées :



Graphique 5 : Evolution du poids des agents informés dans le cas d'agents hétérogènes selon une seconde forme d'apprentissage

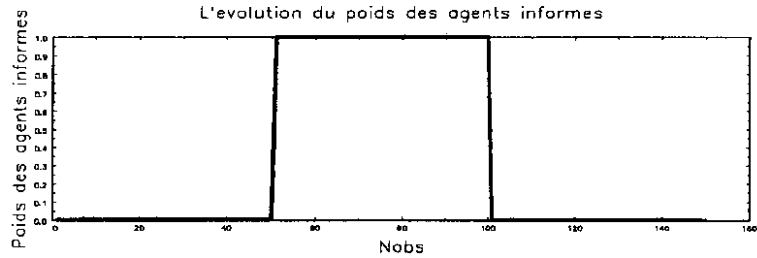
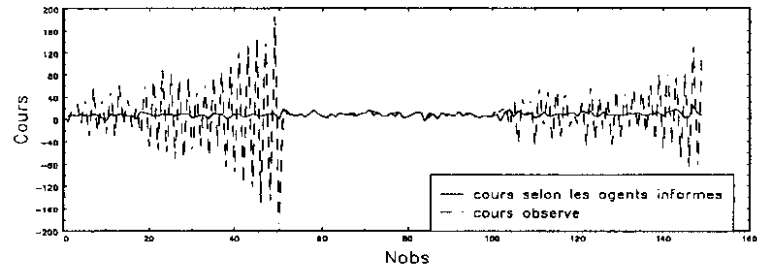
Dans ces derniers cas, nous avons postulé une évolution régulière du poids des agents informés. Ceci constitue bien-sûr un cas particulier. Cependant, ceci nous permet de dégager des résultats forts de par le caractère systématique de l'évolution du poids propre à cette représentation. Ce caractère systématique nous permet d'étudier exclusivement la relation entre l'évolution de la proportion des agents informés et l'efficacité informationnelle mesurée à travers l'écart du cours observé au cours selon les fondamentaux.

### 3 L'application numérique

A l'aide de l'application numérique, nous proposons d'étudier l'impact sur la condition d'efficacité informationnelle d'une part de l'incitation à s'informer ou à ne pas s'informer et d'autre part des différents processus d'apprentissage. Nous distinguons le cas des agents homogènes (paragraphe 3.1) de celui des agents hétérogènes (paragraphe 3.2).

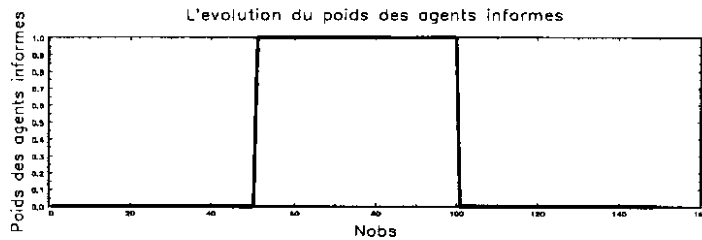
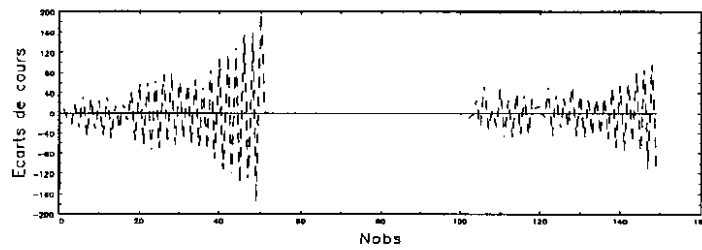
#### 3.1 Cas des agents homogènes : évolutions du poids des agents informés par seuils

En l'absence d'apprentissage, le poids des agents informés évolue par seuils, les phases au cours desquelles tous les agents sont soit informés, soit non informés, pouvant être longues. En effet, les agents ne se rendent compte que tardivement de l'absence de gain à s'informer. En particulier, les périodes où le poids des agents informés est nul peuvent être longues, et les écarts peuvent être importants entre le cours observé et le cours reflétant les fondamentaux (si l'hypothèse d'efficacité informationnelle est vérifiée) puisqu'au cours de ces phases, les agents n'intègrent pas d'information dans les prix (graphique 6) :



Graphique 6 : Cours observé et cours selon les fondamentaux

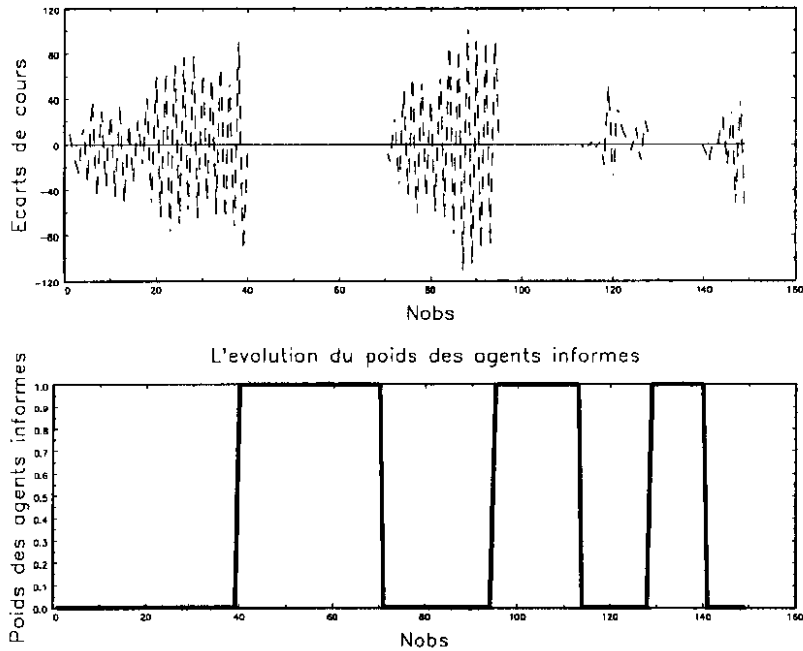
Ce résultat est corroboré par le graphique 7 d'évolution des écarts du cours au cours selon les fondamentaux :



Graphique 7 : Écarts de cours observé au cours selon les fondamentaux

Ainsi, le comportement de ces agents homogènes dicté par des incitations à s'informer ou à ne pas s'informer induit des déconnexions entre le cours observé et le cours selon les fondamentaux. Notons que ces déconnexions sont d'autant plus importantes que le délai de réaction des agents au manque d'information sur le marché est élevé.

Cependant, au fur et à mesure qu'ils interviennent sur le marché des actions, les agents peuvent acquérir une connaissance de plus en plus précise du marché et donc réagir de plus en plus vite face à l'évolution passée du poids des agents informés. Dès lors, les périodes au cours desquelles tous les intervenants sont non informés sont plus courtes :



Graphique 8 : Ecarts de cours dans le cas d'agents homogènes avec apprentissage

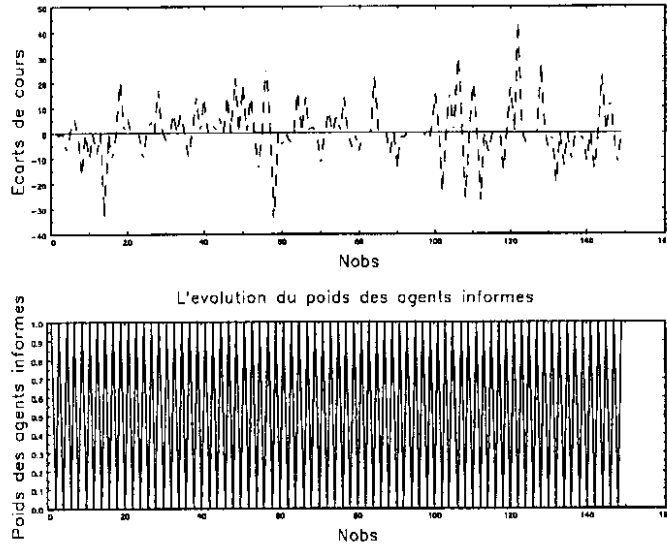
Notons cependant que la variabilité de l'écart entre le cours observé et le cours selon les fondamentaux ne dépend pas uniquement du poids des agents informés. C'est ce que l'on observe en comparant les deux premières phases au cours desquelles le poids des agents informés est nul (tableau 3.1).

Tableau 3.1 : Moyenne des chocs subis par les agents non informés

	Nobs					
	1 → 40	40 → 60	70 → 90	70 → 80	80 → 100	115 → 125
$\epsilon_{NI,t}$	0,33	-2,63	-0,94	-0,65	-0,19	-3,15

Le choc que subissent les agents non informés et qu'ils intègrent dans leur évaluation du prix ( $\epsilon_{NI,t}$ ) permet aussi d'expliquer la forte variabilité des écarts au cours selon les fondamentaux. En effet, sur les quarante premières observations, le choc est en moyenne de 0,33, alors qu'entre la 70ième et la 90ième observation, le choc est en moyenne de -0,94.

Enfin, en considérant le cas limite d'une réactivité immédiate à la valeur précédente du poids des agents informés, telle que si tous les agents sont informés à l'instant  $t$ , aucun ne s'informe en  $t + 1$  et inversement, on note que les écarts au cours selon les fondamentaux sont de relativement faible amplitude :



Graphique 9 : Evolution des écarts dans le cas d'agents homogènes et d'une réactivité immédiate

Ce résultat est corroboré par la comparaison des statistiques de moyenne du carré des écarts de cours au cours selon les fondamentaux et de variance de ces écarts de cours (tableau 3.2) en l'absence d'apprentissage (évolution du poids des agents informés représenté par le graphique 1), au cours du processus d'apprentissage (graphique 2), et en fin d'apprentissage (réactivité immédiate des agents à l'évolution du poids des agents informés observé à la période précédente) :

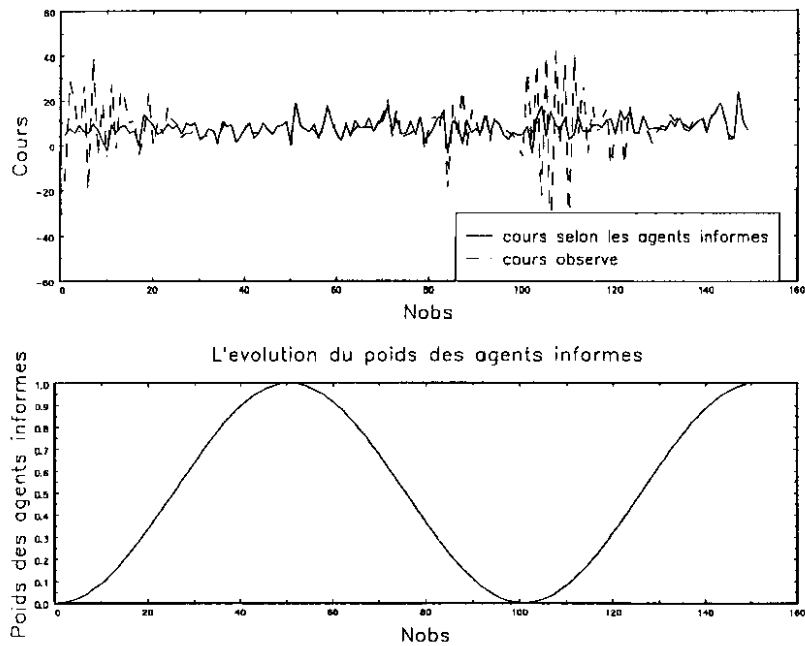
Tableau 3.2 : moyenne des carrés des écarts au cours selon les fondamentaux et variance des écarts au cours selon les fondamentaux dans le cas où les agents sont homogènes

	moyenne	variance
sans apprentissage	3226,63	3248,24
avec apprentissage	1785,61	1797,31
fin d'apprentissage	118,31	118,80

### 3.2 Cas des agents hétérogènes : évolutions du poids des agents informés par oscillations

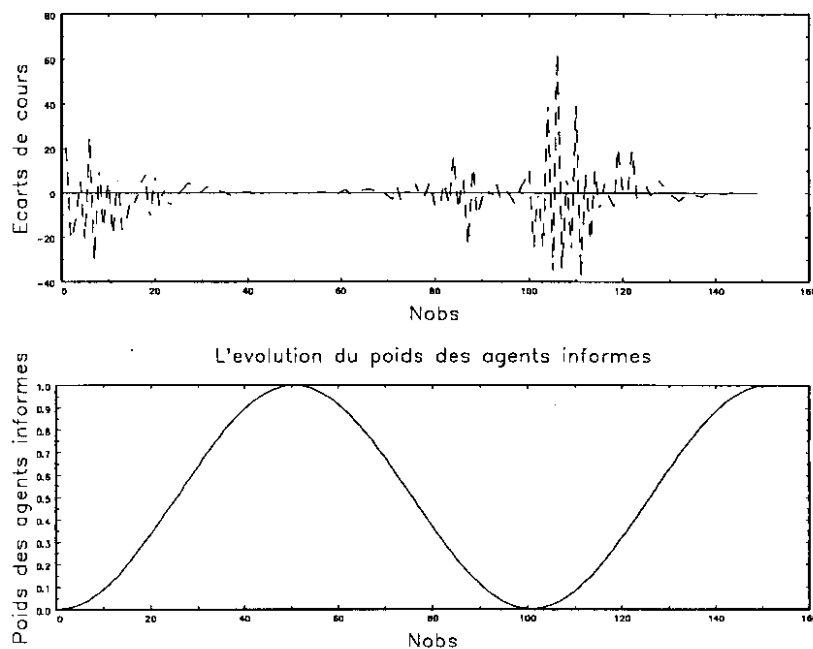
Les agents étant hétérogènes, le poids des agents informés peut suivre une évolution sous la forme d'oscillations.

Dans chaque phase de creusement du cycle d'évolution de la part des agents informés, le graphique 10 nous montre une déconnexion entre le cours intégrant uniquement les fondamentaux (si l'hypothèse d'efficacité informationnelle est vérifiée) et le cours observé :



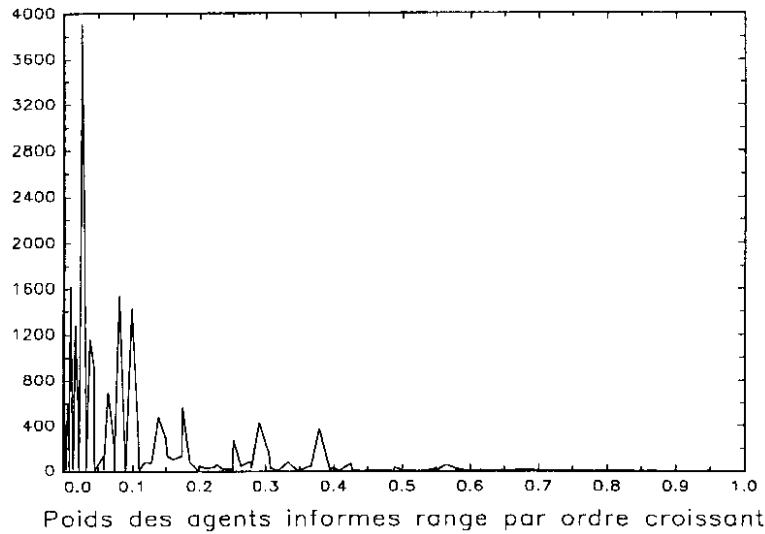
Graphique 10 : Evolutions des cours selon les fondamentaux et des cours observés dans le cas d'agents hétérogènes

Le graphique 11 des écarts entre le cours selon les fondamentaux et le cours observé en fonction du cycle d'évolution des pondérations des agents informés corrobore ce résultat :



Graphique 11 : Evolution des écarts de cours observé au cours selon les fondamentaux dans le cas d'agents hétérogènes

Le graphique 12 nous montre que ces écarts sont d'autant plus importants que la proportion des agents informés est faible :

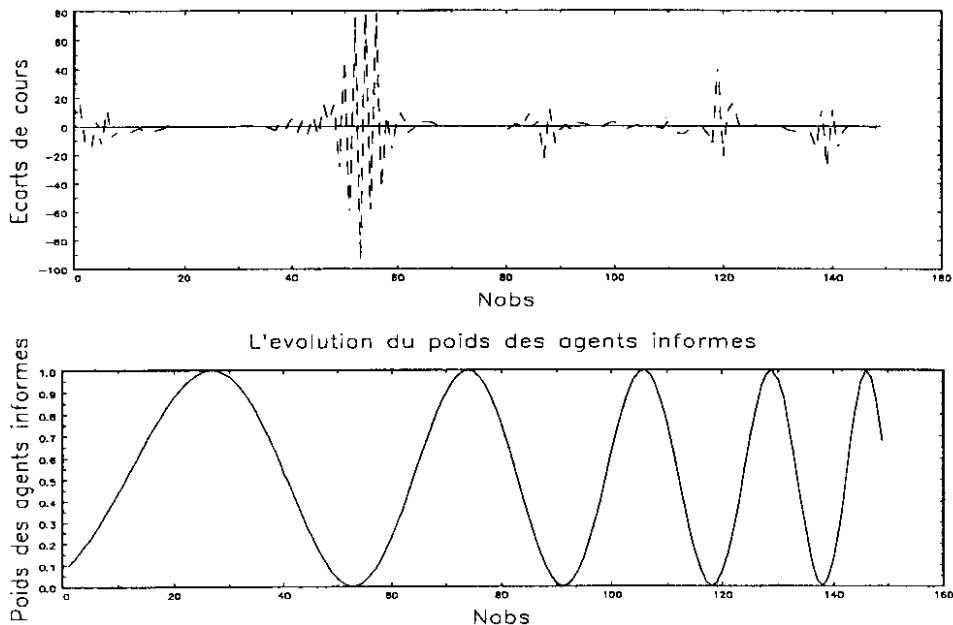


Graphique 12 : Carré des écarts de cours en fonction de l'évolution du poids des agents informés.

La volatilité du carré des écarts aux fondamentaux diminue donc avec l'augmentation du poids des agents informés. Ces résultats sont vérifiés quelle que soit la dynamique d'évolution des fondamentaux (cf. annexe).

D'après ces trois derniers graphiques, le comportement stratégique des agents hétérogènes intervenant sur le marché induit une déconnexion fréquente entre le cours observé et les fondamentaux. Cependant, les agents, au fur et à mesure qu'ils interviennent sur le marché, apprennent à connaître son fonctionnement. Nous envisageons ici deux formes d'apprentissage.

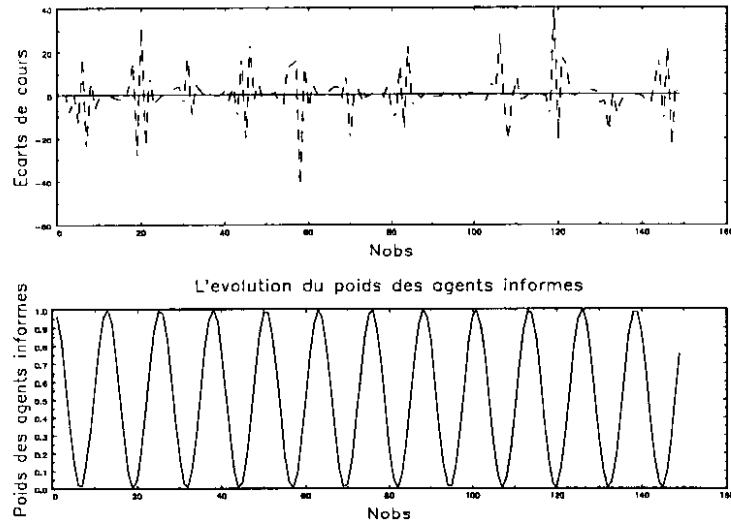
Selon la première forme d'apprentissage, les agents réagissent de plus en plus vite aux évolutions passées du poids des agents informés. Dès lors, on observe une diminution de la variabilité des écarts de cours au cours selon les fondamentaux (graphique 13) :



Graphique 13 : Evolution des écarts de cours au cours selon les fondamentaux dans le cas d'agents hétérogènes selon le premier processus d'apprentissage

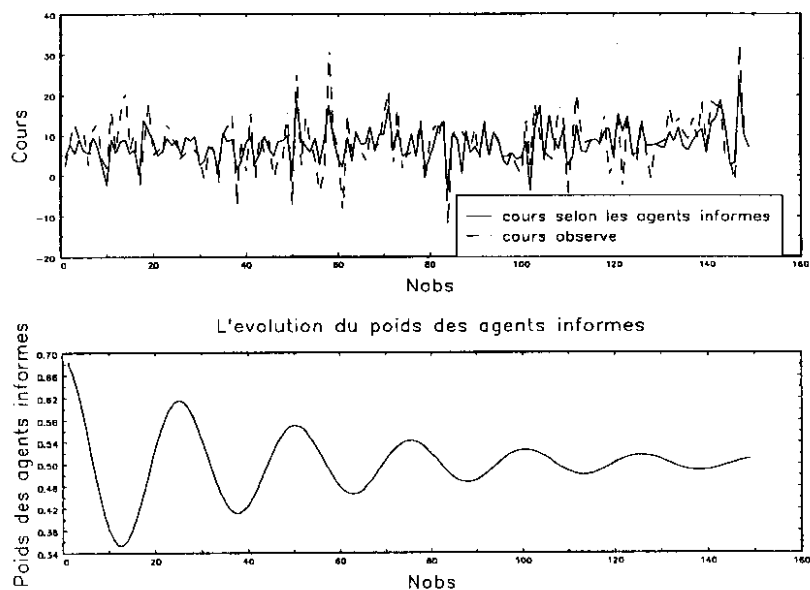
On observe une plus forte variabilité des écarts au cours selon les fondamentaux entre la 40ième et la 60ième observation qu'entre la 80ième et la 100ième observation. Ceci peut s'expliquer par le choc que les agents non informés intègrent dans leur évaluation du cours (tableau 3.1). En effet, en moyenne, sur la première période, ce choc a une valeur de -2,63, alors qu'il s'élève en moyenne à -0,19 au cours de la seconde période.

Si les agents ont acquis une connaissance pointue du fonctionnement du marché, ils peuvent réagir très rapidement aux évolutions passées du poids des agents informés, et les écarts de cours peuvent être peu importants (graphique 14) :



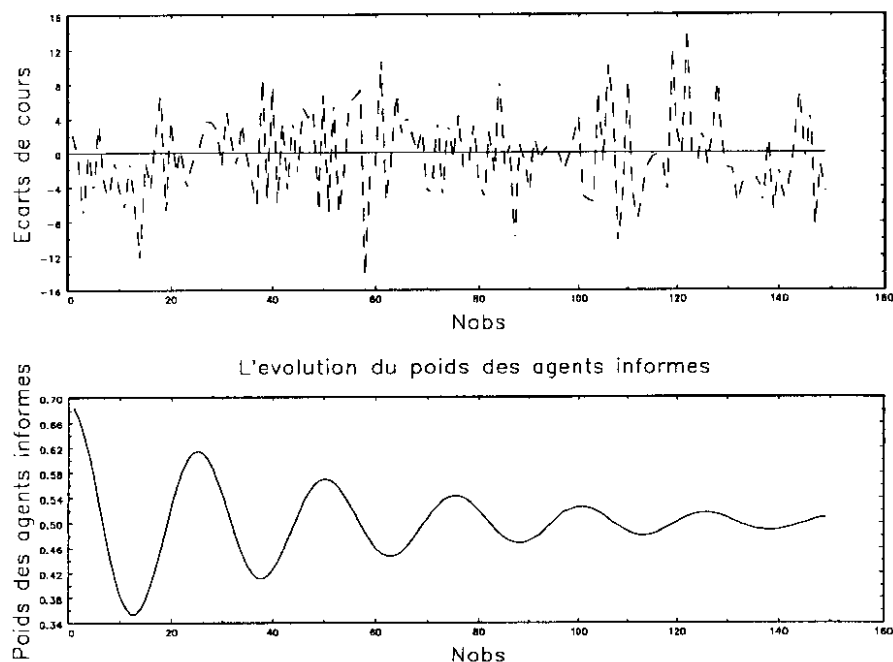
Graphique 14 : Evolution des écarts de cours dans le cas d'agents hétérogènes à la fin du premier processus d'apprentissage

Selon la seconde forme d'apprentissage, les agents acquièrent une connaissance plus fine à propos du fonctionnement du marché de sorte que la bande de fluctuation du poids des agents informés est de plus en plus faible. Dès lors, les cours observés sont plus proches des cours selon les fondamentaux (graphique 15) :



Graphique 15 : Evolution comparée des cours observés et des cours selon les fondamentaux dans le cas d'agents hétérogènes selon la seconde forme d'apprentissage

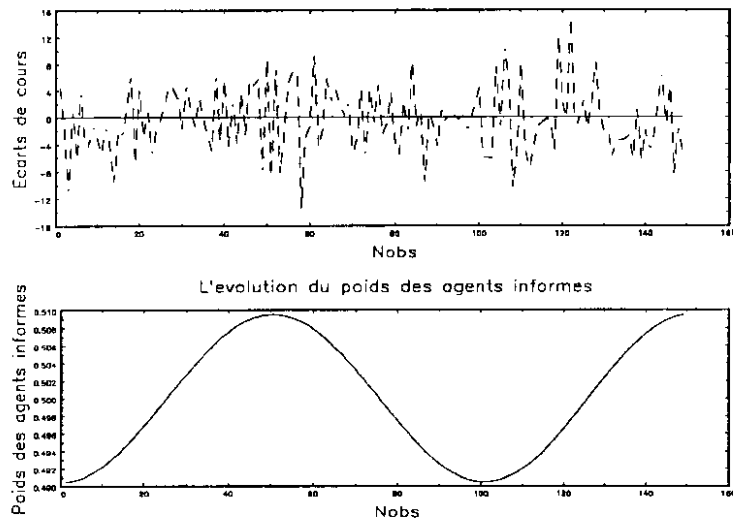
Les écarts au cours selon les fondamentaux sont plus faibles que dans le cas de la fin du premier processus d'apprentissage selon lequel le délai de réaction des agents aux évolutions passées du poids des agents informés est très faible (cf. graphique 14) :



Graphique 16 : Evolution des écarts de cours au cours selon les fondamentaux dans le cas d'agents hétérogènes et selon la seconde forme d'apprentissage

La forte volatilité des écarts entre la 115<sup>ème</sup> et la 125<sup>ème</sup> observation (par rapport aux écarts entre les observations 70 et 80) s'explique, une fois de plus, par des chocs plus importants subis par les agents non informés sur ces observations (ils sont en moyenne de -3,15 entre les observations 115 et 125 et de -0,65 entre les observations 70 et 80, tableau 3.1).

Au fur et à mesure qu'ils interviennent sur le marché, les agents se rapprochent de la proportion d'équilibre des agents informés, selon laquelle les agents non informés ne souhaitent pas s'informer et les agents informés ne souhaitent pas devenir des agents non informés. Si les intervenants du marché avaient une perception parfaite de cette proportion, alors la proportion d'intervenants informés sur le marché serait toujours déterminée "optimalement", la recette tirée de la recherche d'information du dernier agent s'informant étant strictement égale au coût d'accès à l'information. Toute chose égale par ailleurs, on pourrait aboutir à une situation d'équilibre où la proportion  $\lambda$  d'agents informés sur le marché serait une constante quel que soit le nouveau signal. Nous supposons ici que cette proportion d'équilibre est de 50%. On observe que, dans le cas où le poids des agents informés varie autour de son poids d'équilibre, la variabilité des écarts aux fondamentaux est moindre (graphique 17).



Graphique 17 : Evolution des écarts de cours dans le cas d'agents hétérogènes quand la proportion d'agents informés fluctue autour de l'équilibre

L'influence de la variabilité du poids des agents informés sur l'efficacité informationnelle, mesurée à travers les écarts au cours selon les fondamentaux, peut aussi être mise en évidence dans le calcul de la moyenne et de la variance du carré des écarts de cours. On peut distinguer plusieurs cas :

- l'absence d'apprentissage (graphique 3)
- l'apprentissage caractérisé par une réactivité plus importante (première forme d'apprentissage, graphique 4)
- le cas limite de cette première forme d'apprentissage selon lequel les agents réagissent très rapidement
- l'apprentissage caractérisé par des oscillations du poids des agents informés de plus en plus faibles (seconde forme d'apprentissage, graphique 5)
- le cas limite de cette seconde forme d'apprentissage selon lequel le poids des agents informés varie très peu.

Tableau 3.3 : moyenne des carrés des écarts au cours selon les fondamentaux et variance des écarts au cours selon les fondamentaux dans le cas où les agents sont hétérogènes

	moyenne	variance
sans apprentissage	141,76	142,32
1 <sup>o</sup> forme d'apprentissage	326,68	328,63
cas limite : réactions rapides	110,06	110,80
2 <sup>o</sup> forme d'apprentissage	24,71	24,69
cas limite : oscillations amorties	24,58	24,60

D'après le tableau 3.3, on note que la moyenne du carré des écarts du cours observé au cours selon les fondamentaux et la variance de ces écarts sans apprentissage sont inférieures à la moyenne du carré des écarts au cours selon les fondamentaux et à la variance de ces écarts quand les agents acquièrent des connaissances au fur et à mesure qu'ils interviennent sur le marché. Ceci s'explique par l'importance des chocs que les agents non informés intègrent dans leur évaluation du cours. En effet, en l'absence d'apprentissage, l'évolution du poids des agents informés est telle que leur poids est proche de un entre la 40<sup>ème</sup> et la 60<sup>ème</sup> observation. Dès lors, les chocs subis par les agents non

informés (qui n'ont aucun contenu en information) n'ont qu'un faible impact sur le cours observé. Dans le cas où les agents réagissent plus vite, on observe qu'entre la 40<sup>ième</sup> et la 60<sup>ième</sup> observation, le poids des agents informés est proche de zéro. Or, les chocs subis par les agents informés ont une très forte moyenne sur cette période (tableau 3.1). Dès lors, la moyenne du carré des écarts au cours selon les fondamentaux et la variance de ces écarts plus forte sur cette période dans le cas du premier apprentissage s'expliquent par l'importance des chocs subis par les agents non informés et leur poids élevé.

L'apprentissage permet de diminuer les écarts au cours selon les fondamentaux, en moyenne et en variance. La seconde forme d'apprentissage (selon laquelle la bande de fluctuation du poids des agents informés diminue) est plus efficace que la première forme d'apprentissage en ce qu'elle permet de diminuer considérablement le degré d'inefficience informationnelle. Les résultats du cas limite selon lequel toutes les oscillations du poids des agents informés sont amorties confirment ce résultat.

Enfin, il est intéressant de comparer les cas d'homogénéité et d'hétérogénéité des agents. Nous choisissons de comparer deux types d'évolution du poids des agents informés de même moyenne sur l'ensemble des observations. Nous considérons donc le cas où les agents homogènes ont terminé leur apprentissage (tableau 3.2) et le cas d'absence d'apprentissage en ce qui concerne le cas des agents hétérogènes (tableau 3.3).

Tableau 3.4 : Moyenne et variance du poids des agents informés dans le cas où les agents sont homogènes en fin d'apprentissage (troisième cas de l'apprentissage (tableau 3.2)) et dans le cas où les agents sont hétérogènes sans apprentissage (premier cas du tableau 3.3)

	moyenne	variance
agents homogènes	0,50	0,25
agents hétérogènes	0,50	0,12

D'après les tableaux 3.2 et 3.3, la moyenne des carrés des écarts au cours selon les fondamentaux et la variance de ces écarts sont supérieurs dans le cas d'agents hétérogènes par rapport au cas des agents homogènes. La situation selon laquelle les agents sont homogènes induit donc une inefficience plus faible, même si la variance du poids des agents informés est légèrement supérieure si les agents sont homogènes (tableau 3.4).

## Conclusion

Cette application numérique nous permet de montrer l'importance des comportements stratégiques de la part des agents intervenant sur le marché dans la vérification de l'hypothèse d'efficience informationnelle. Ces comportements s'expliquent par l'existence d'une relation forte entre l'incitation des agents à s'informer et le degré d'informations déjà contenu dans les prix.

L'existence de comportements stratégiques ne remet pas systématiquement en cause l'hypothèse d'efficience informationnelle, puisque, du fait des incitations, les agents informés sont périodiquement fortement majoritaires sur le marché, garantissant dès lors une intégration correcte de l'information dans les prix.

La vérification de l'hypothèse d'efficience informationnelle dépend aussi du degré de connaissance des agents stratégiques à propos du fonctionnement du marché. Plus les agents réagissent rapidement aux évolutions passées du poids des agents informés, plus les écarts au cours selon les fondamentaux sont faibles. En outre, plus les agents ont une connaissance précise du marché, et donc du degré d'information contenu dans les prix, moins la proportion d'agents informés varie, plus les écarts entre le cours observé et le cours selon les fondamentaux varie faiblement.

Enfin, en présence d'agents non informés d'essence chartiste, c'est-à-dire définissant leur évaluation du cours en fonction des cours passés, la survenance de chocs subis par les agents non informés peut, si ces chocs sont amples, être un déterminant important de l'écart entre le cours observé et le cours selon les fondamentaux (c'est-à-dire du degré d'inefficience informationnelle).

La présence d'agents ayant un comportement stratégique ne remet donc pas systématiquement en cause l'hypothèse d'efficience informationnelle. Tout dépend de leur incitation à s'informer et de leur connaissance du marché. Une amélioration de la connaissance du fonctionnement du marché et du degré d'information contenu dans les prix devrait permettre d'améliorer le degré d'efficience informationnelle.

## References

- [1] Brockman P. et D. Y. Chung (2000), "An empirical investigation of trading on asymmetric information and heterogeneous prior beliefs", *Journal of empirical finance*, vol. 7, n° 5, pp. 417-454.
- [2] De Grauwe P. (1999), *La monnaie internationale : théories et perspectives*, Ed. De Boeck université, Coll. ouvertures économiques, Série Balises.
- [3] Dewachter H. & P. De Grauwe (1990), "A chaotic monetary model of the exchange rate", *C.E.P.R. Discussion paper*, n° 466, pp. 1-33.
- [4] Fama E. F. (1970), "Efficient capital markets : a review of theory and empirical work", *Journal of finance*, vol. 25, pp. 383-417.
- [5] Frankel J. A. & K. Froot (1986a), "Understanding the dollar in the eighties : rates of return, risk premium, speculative bubbles, and chartists and fundamentalists" *Conférence sur les recherches récentes en finance internationale*, HEC-ISA.
- [6] Frankel J. A. & K. Froot (1986b), "The dollar as a speculative bubble : a tale of fundamentalists and chartists", *N.B.E.R. Working paper*, n° 1854, pp. 1-43.
- [7] Frenkel J. A. & M. L. Mussa (1980), "The efficiency of foreign exchange markets and measures of turbulence", *American economic review*, vol. 70, pp. 374-381.
- [8] Grossman S. J. (1976), "On the efficiency of competitive market where trades have diverse information", *Journal of finance*, vol. 31, pp. 573-585.
- [9] Grossman S. J. & J. E. Stiglitz (1980), "On the impossibility of informationally efficient markets", *American economic review*, vol. 70, pp. 393-408.
- [10] Kirman A. (1991), "Information, communication et coordination", *Economie appliquée*, vol. 44, n° 1, pp. 105-124.
- [11] Kyle A. S. (1985), "Continuous auctions and insider trading", *Econometrica*, vol. 53, pp. 1335-1355.
- [12] Laurent P. (1995), "Hétérogénéité et interactions des agents sur le marché des changes", *Revue française d'économie*, vol. 10, n° 1, pp. 87-113.
- [13] Mussa M. (1976), "The exchange rate, the balance of paiements, and monetary and fiscal policy under a regime of controlled floating", *Scandinavian journal of economics*, vol. 78, n° 2, pp. 229-248.
- [14] Walliser B. (2000), *Economie cognitive*, Ed. Odile Jacob.
- [15] Weisburg G. (2000), "Chapitre 4b", in *Marchés complexes*, version préliminaire d'un ouvrage collectif, [http ://www.lps.ens.fr/~weisburg/chap4b/chapac.html](http://www.lps.ens.fr/~weisburg/chap4b/chapac.html).

## 4 Annexe : l'analyse de sensibilité

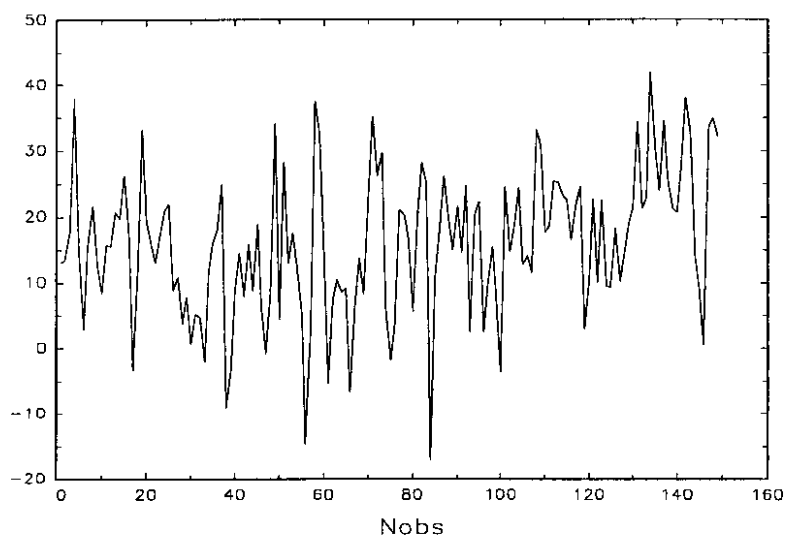
Afin de mener à bien notre application numérique, nous avons supposé des évolutions particulières des fondamentaux. Il nous semble intéressant d'étudier la sensibilité des résultats aux hypothèses que nous avons posées sur ces évolutions. En particulier, nous avons supposé des valeurs pour la constante et les coefficients des différentes composantes du signal et avons simulé la régression suivante :

$$\theta_t = 8 + 0,035t + 0,25\theta_{t-1} + 0,2\Delta\theta_{t-1} + \epsilon_{\theta,t} \quad (20)$$

avec

$$\epsilon_{\theta,t} \sim N(0, \sigma_\theta) \quad (21)$$

Le graphique A1.1 représente le signal pur ( $\theta_t$ ) dans le cas envisagé :



Graphique A1.1 : Evolution des fondamentaux selon le cas considéré dans l'application numérique

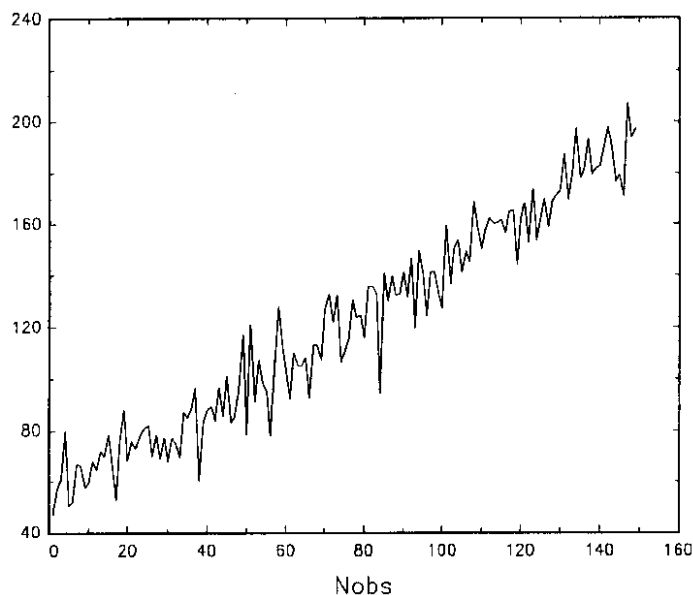
Pour mener une analyse de sensibilité et étudier l'impact sur nos résultats des hypothèses sur ces valeurs, nous distinguons trois cas limites. Dans le premier cas, nous supposons que la composante tendancielle est la plus importante. Dans le deuxième cas, nous supposons que les fondamentaux suivent une marche aléatoire. Dans le troisième cas, les fondamentaux sont stationnaires et déterminés exclusivement par leur variation passée.

### 4.1 Variante 1 : signal déterminé principalement par une composante tendancielle déterministe

La composante tendancielle déterministe est importante ici. Par conséquent, la régression s'écrit dans ce cas :

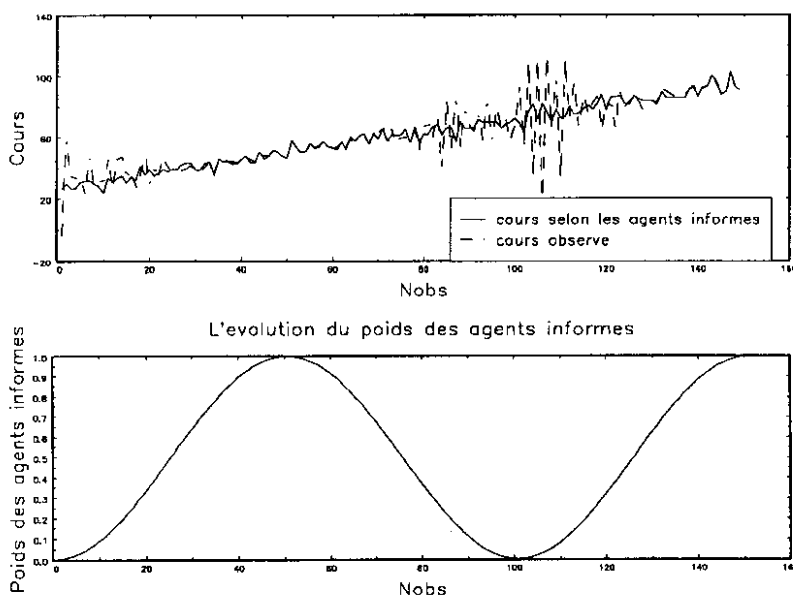
$$\theta_t = 8 + 0,9t + 0,01\theta_{t-1} + 0,01\Delta\theta_{t-1} + \epsilon_{\theta,t} \quad (22)$$

Le signal étant déterminé en majeure partie par une tendance déterministe, nous notons l'absence de rupture dans la tendance (graphique A1.2).



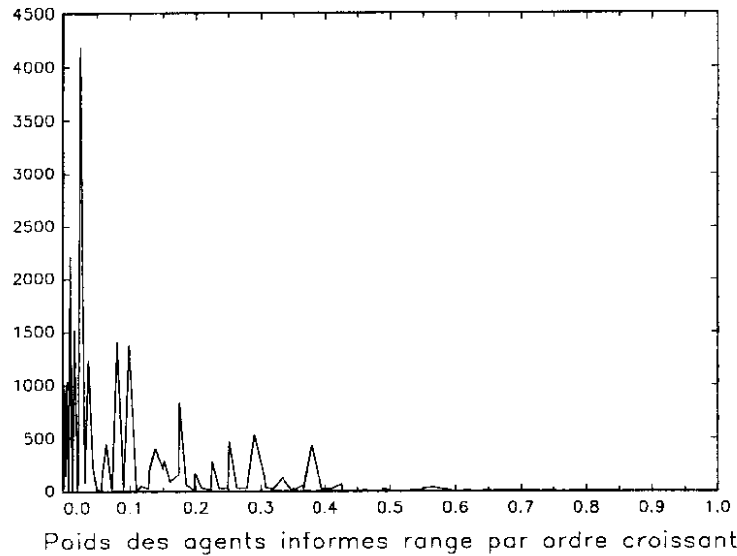
Graphique A1.2 : Evolution des fondamentaux selon la variante 1.

D'après le graphique A1.2, la composante tendancielle déterministe est la principale composante du cours selon les fondamentaux. Par ailleurs, bien que les fondamentaux soient déterminés principalement en fonction du temps, on note des écarts plus importants du signal au cours observé quand la proportion d'agents informés est plus faible. En effet, dans ces cas, les agents non informés interviennent en plus grand nombre sur le marché et le cours observé est principalement déterminé par le cours passé.



Graphique A1.3 : Evolution du cours observé et du cours selon les fondamentaux.

En calculant le carré des écarts du cours selon les fondamentaux au cours observé, on note, comme dans notre application numérique, une relation négative entre le poids des agents informés et le carré des écarts au cours selon les fondamentaux (graphique A1.4).



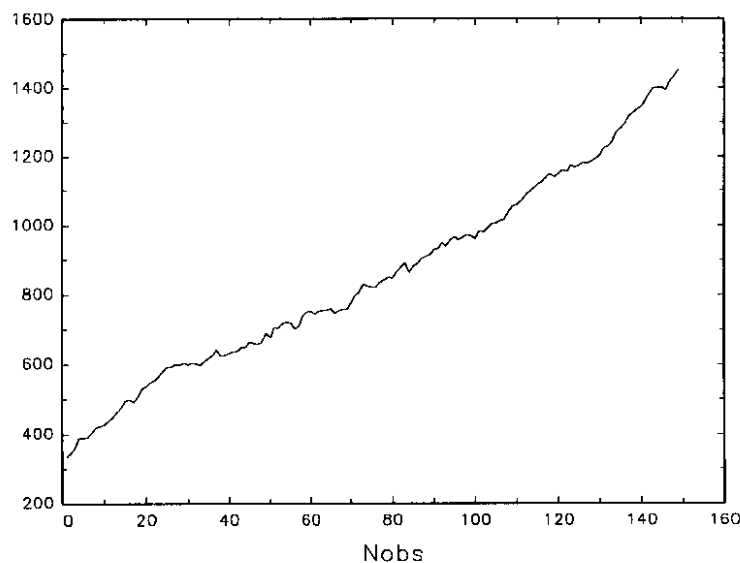
Graphique A1.4 : Carré des écarts de cours en fonction de l'évolution du poids des agents informés.

#### 4.2 Variante 2 : signal suivant une marche aléatoire

Dans le second cas, nous supposons que le signal suit une marche aléatoire :

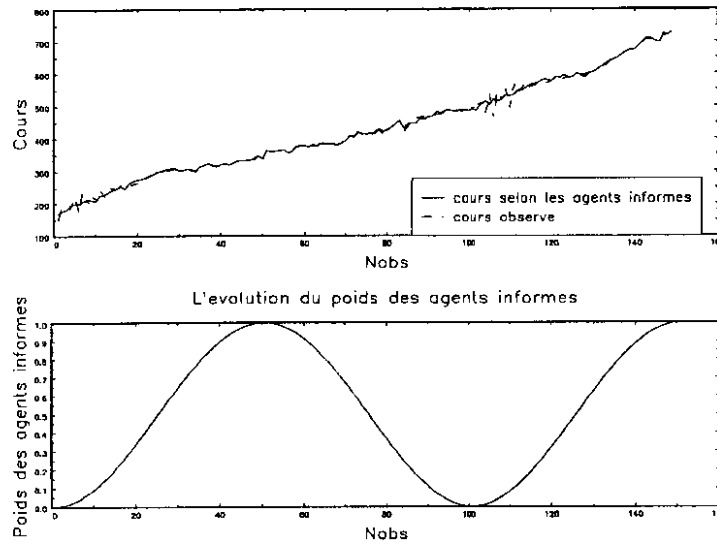
$$\theta_t = 8 + \theta_{t-1} + \epsilon_{\theta,t} \quad (23)$$

Le graphique A1.5 nous montre l'évolution des fondamentaux dans le cas où ils suivent une marche aléatoire :



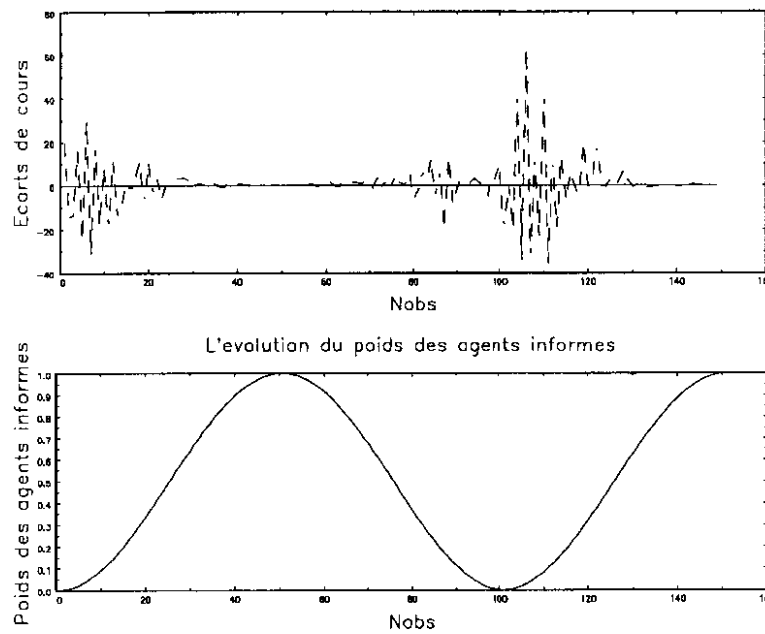
Graphique A1.5 : Evolutions des fondamentaux selon la variante 2.

Le graphique A1.6 nous montre une relation plus forte que dans les cas précédents entre le cours observé et le cours selon les fondamentaux, qui s'explique par le fait que les fondamentaux suivent une marche aléatoire :



Graphique A1.6 : Evolution du cours observé et du cours selon les fondamentaux.

D'après le graphique A1.7, nous observons que la relation entre le poids des agents informés et les écarts de cours au cours selon les fondamentaux reste forte :



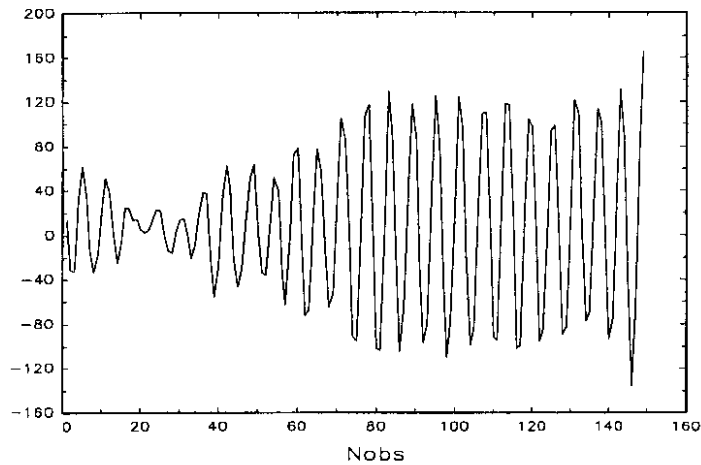
Graphique A1.7 : Evolution des écarts de cours.

### 4.3 Variante 3 : signal déterminé par sa variation passée

Dans ce dernier cas, le niveau du signal est déterminé exclusivement par sa variation passée. La régression s'écrit alors :

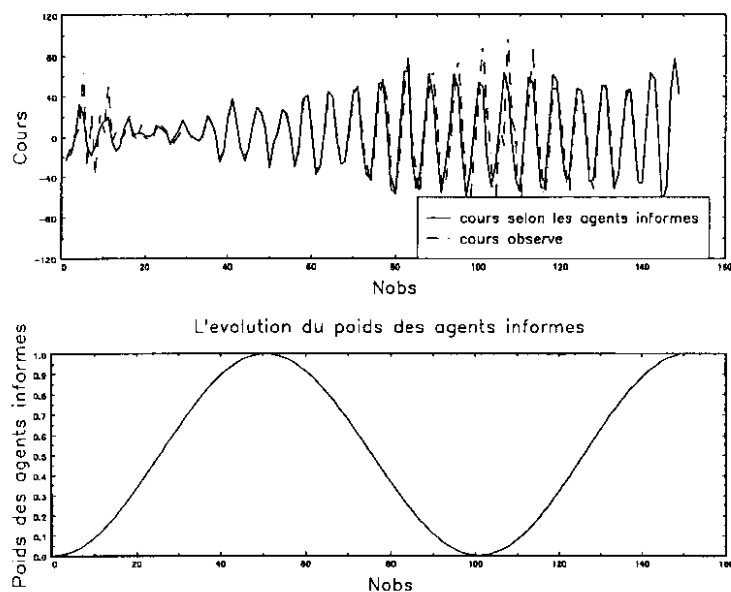
$$\theta_t = \delta + \Delta\theta_{t-1} + \epsilon_{\theta,t} \quad (24)$$

La série des fondamentaux est stationnaire, avec de fortes variations (graphique A1.8).



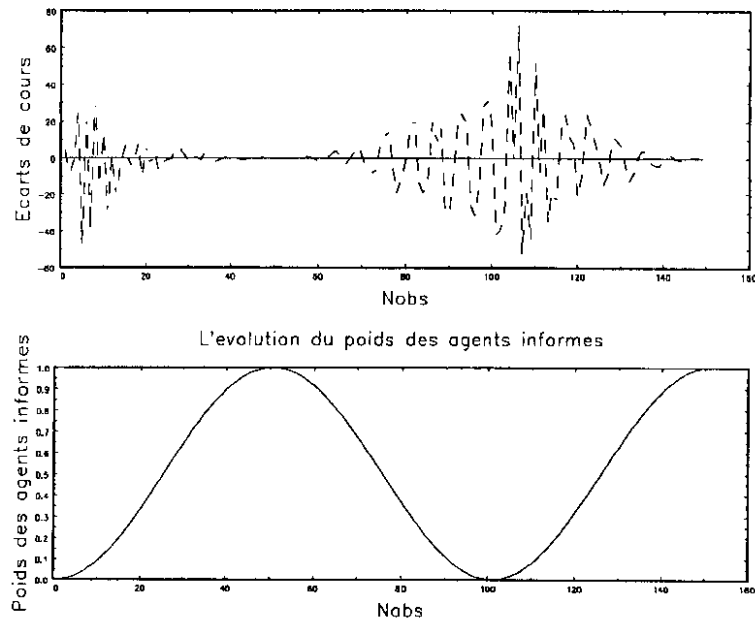
Graphique A1.8 : Evolution des fondamentaux selon la variante 3.

Les écarts entre le cours observé et le cours selon les fondamentaux sont faibles au regard de la variation des fondamentaux. Les évolutions du cours observé semblent être, dans une large mesure, expliquées par le cours selon les fondamentaux, et donc indirectement par les évolutions des fondamentaux (graphique A1.9) :



Graphique A1.9 : Evolution du cours observé et du cours selon les fondamentaux.

Les écarts de cours sont ici aussi expliqués par les évolutions du poids des agents informés. En effet, on note une relation négative entre les écarts de cours observés au cours selon les fondamentaux et les évolutions du poids des agents informés :



Graphique A1.10 : Evolution des écarts de cours.

D'après le tableau A1.1, la moyenne des carrés des écarts entre le cours observé et les fondamentaux et la variance de ces écarts sont plus faibles si les fondamentaux sont déterminés par une marche aléatoire (variante 2), que s'ils le sont par une tendance déterministe (variante 1) ou par ses propres variations passées (variante 3) :

Tableau A1.1 : Ecarts du cours observé au cours selon les fondamentaux

	variante 1	variante 2	variante 3
moyenne	153,60	139,21	313,41
variance	154,40	140,03	315,14

Nous avons calculé la moyenne des carrés des écarts du cours au cours selon les fondamentaux et la variance des écarts du cours au cours selon les fondamentaux.

Néanmoins, les écarts plus élevés entre le cours selon les fondamentaux et le cours observé perdurent quels que soient les modèles que suivent les fondamentaux. Dès lors, les différentes hypothèses d'évolution des fondamentaux n'ont un impact que sur l'amplitude des écarts de cours au cours selon les fondamentaux.