

# **LA NON-EXPLICATION DE L'HISTORIQUE DU PRIX DES ACTIONS : UNE NOUVELLE ENIGME**

**Georges Prat**

Février 2002

\* Directeur de recherche au CNRS, MODEM, Université de Paris -X Nanterre, Bât G,  
200, avenue de la République, 92001 Nanterre Cédex 01  
tél : 01.40.97.59.68 – email : [prat@u-paris10.fr](mailto:prat@u-paris10.fr)

## **LA NON-EXPLICATION DE L'HISTORIQUE DU PRIX DES ACTIONS : UNE NOUVELLE ENIGME**

**Résumé** - Le modèle standard d'évaluation des actions admet que l'agent représentatif est muni de deux rationalités : Rationalité des Choix intertemporels {RC} et Rationalité des Anticipations {RA}. Les premiers travaux empiriques ont montré que ce modèle ne pouvait rendre compte des deux premiers moments des rentabilités, d'où l'émergence de deux "énigmes". Après de nombreux efforts, les travaux ultérieurs ont montré que l'introduction d'habitudes dans les comportements de consommation (l'hypothèse {RC} est revisitée) permet – au mieux – de résoudre ces énigmes. Mais ces résultats laissent en suspens l'explication de l'historique des rentabilités.

Les rentabilités théoriques étant *a priori* très sensibles à l'hypothèse faite sur la représentation des anticipations, cet article cherche à savoir s'il existe une hypothèse sur les anticipations permettant une explication de la chronique des rentabilités. Les vérifications empiriques effectuées sur le marché New-Yorkais des actions montrent qu'aucune des hypothèses envisagées sur la représentation des anticipations (rationalité, processus traditionnels, enquêtes) ne peut rendre compte des rentabilités. Ces résultats soulèvent une nouvelle "énigme", celle de la non-explication des rentabilités historiques par le modèle.

## **THE NON-EXPLANATION OF THE HISTORY OF STOCK PRICES : A NEW PUZZLE**

**Abstract** - The standard stock valuation model assumes two kinds of rationality for the representative agent: Rationality of Expectations {RE} and Rationality of intertemporel Choices {RC}. First empirical works have shown that this model could not explain the mean and variance of return and this led to two "puzzles". Further works have shown that introducing consumption habits (the hypothesis {RC} is revisited) allows – at best – to solve these puzzles. But the question of how the historical values of returns are determined remains unsolved.

The theoretical returns being *a priori* very sensitive to the hypothesis retained to represent expectations, this paper examines if an hypothesis about expectations allows an explanation of the time series of returns. The econometric investigation on the New York Stock Exchange shows that none hypothesis on expectations ({RE} is among them) allows to represent in a valuable manner the dynamics of stock returns. This is a new *puzzle*.

**JEL: D84 – E44 – G12**

**MOTS CLEFS: COURS DES ACTIONS – RATIONALITE – ANTICIPATIONS**

**KEY WORDS : STOCK PRICE – RATIONALITY – EXPECTATIONS**

# LA NON-EXPLICATION DE L'HISTORIQUE DU PRIX DES ACTIONS : UNE NOUVELLE ENIGME

Situé dans le paradigme de l'équilibre général, le modèle standard d'évaluation des actions (et de tout actif financier) suppose un "consommateur – investisseur" représentatif muni de deux types de rationalité. La première, de nature "instrumentale", est la Rationalité des Choix intertemporels {RC}; la seconde, de nature "cognitive", est la Rationalité des Anticipations {RA}<sup>1</sup>. Dans un monde caractérisé par ces deux rationalités et par un Marché financier Parfait (hypothèse {MP}), le prix des titres est efficient : il s'égalise à la valeur actualisée des cash-flows attendus sur l'horizon financier de l'agent représentatif. C'est le modèle {RC-RA-MP} de Lucas (1978).

Depuis les années 1980, les tentatives de validation empirique de ce modèle se sont focalisées sur le calibrage des deux premiers moments (espérance et variance) de la distribution des rentabilités (ou prix) des actions et du titre sans risque. Les premiers résultats ont montré que, pour des valeurs "raisonnables" de l'aversion au risque et du taux d'impatience, les deux premiers moments ne pouvaient être expliqués par le modèle. Après d'importants efforts, il semble aujourd'hui que l'introduction d'habitudes sur les comportements de consommation puisse rendre compte des deux premiers moments, avec des valeurs raisonnables pour les paramètres traduisant les préférences. Quoi qu'il en soit, la question de savoir comment sont déterminées à **chaque instant** les rentabilités reste totalement en suspens. Or, tant qu'il en sera ainsi, ce modèle ne pourra être considéré comme validé.

Les rentabilités théoriques étant *a priori* très sensibles à l'hypothèse faite sur la représentation des anticipations, cet article a pour objet d'explorer la question de savoir si, en conservant les hypothèses {RC} et {MP} mais en laissant libre l'hypothèse sur la représentation des anticipations, le modèle permet de générer des rentabilités théoriques pouvant expliquer l'historique des rentabilités observées. Dans ce but, la **Partie 1** rappelle brièvement les fondements théoriques du modèle {RC-RA-MP} ainsi que les principaux débats sur les résultats empiriques de la littérature. La **Partie 2** propose d'adopter un cadre d'équilibre temporaire laissant libre le mode de représentation des anticipations – autorisant ainsi de travailler sur le modèle {RC-?-MP} – et confronte aux données de l'observation différentes hypothèses sur la représentation des anticipations (indice *Standard and Poor's* des actions industrielles du NYSE).

## 1. - Fondements théoriques du modèle {RC-RA-MP} et tentatives de validation empirique : bref rappel des contributions scientifiques

Rappelons les hypothèses du modèle et leurs principales conséquences (§1.1) avant de résumer les débats relatifs aux nombreux résultats empiriques (§1.2).

---

<sup>1</sup> L'auteur exprime ses vifs remerciements à Alain Goergen, Antonio Mele et Auguste Mpacko-Priso pour leurs observations pertinentes sur une version liminaire de ce travail (présentée au Colloque du GDR T2M à Marseille, juin 1998). Il reste bien sûr responsable à part entière des lacunes ou erreurs qui y subsisteraient.

## 1.1. - L'équilibre général intertemporel de l'agent représentatif et l'expression du prix et de la rentabilité des actions

On considère un monde fonctionnant d'après les conditions suivantes :

**(i) Caractérisation de l'économie** : les agents sont situés dans une économie compétitive à choix séquentiels (temps discret) – la production est à rendements d'échelle constants (ce qui assure la séparation entre la décision de production et la décision d'investissement) – l'incertitude est gouvernée par un processus stationnaire (*i.e.* les variables du modèle ont des lois de distribution qui sont invariantes) – les marchés d'actifs sont parfaits : absence de coûts de transaction, informations symétriques, complétude (*i.e.* le menu d'actifs est suffisamment étendu suivant les maturités pour permettre de couvrir les risques individuels de consommation par des opérations à terme).

**(ii) Préférences et agrégation des comportements** : les agents sont averses au risque (fonctions d'utilité concaves croissant avec la consommation) – les préférences sont séparables dans le temps et indépendantes de l'état de la nature – on considère un "agent représentatif" dont la fonction d'utilité est la moyenne des préférences de tous les investisseurs sur le marché (les préférences individuelles sont additives).

**(iii) Rationalité des choix intertemporels** : le consommateur – investisseur choisit à l'instant ( $t$ ) un niveau de consommation  $C_{(t)}$  et investissement  $N_{(k,t)}$  (nombre de titres de l'actif  $k$  détenus par l'agent moyen,  $k$  : une action ou une obligation) qui maximisent l'espérance d'utilité de ses consommations actuelle et futures sous sa contrainte de budget – l'agent représentatif a un horizon infini<sup>2</sup> – il n'y a pas d'illusion monétaire : les variables sont exprimées en unités de comptes constantes.

**(iv) Rationalité des anticipations** : pour tout horizon, l'erreur de prévision est un bruit blanc<sup>3</sup>.

Dans un tel monde, Lucas (1978) a établi la valeur théorique du prix et de la rentabilité espérée de tous les actifs<sup>4</sup>. En effet, le programme de ce consommateur – investisseur ultra-rationnel peut être résolu (par la méthode de programmation dynamique) en posant les conditions du premier ordre dans une équation de Bellman maximisée par rapport à la consommation réelle par tête et au nombre de titres de l'actif  $k$  détenus par l'agent. La solution permet d'exprimer le prix d'équilibre de tout actif pour toute période de détention de cet actif. Par exemple, pour l'action de la société  $i$ , et pour une période égale à une unité de temps, on obtient classiquement "l'équation d'Euler stochastique" suivante :

---

<sup>2</sup> L'hypothèse d'un horizon infini peut être justifiée par le désir qu'ont les agents de transmettre leur patrimoine à leurs descendants (héritage).

<sup>3</sup> Une vision stricte de l'équilibre général intertemporel avec marchés complets implique que tous les contrats sont déterminés à une "période initiale", de sorte qu'il n'existe aucune raison pouvant justifier l'ouverture d'un marché à une date ultérieure. Cependant, selon la vision considérée ici, le programme du consommateur reste compatible avec l'existence d'une suite de marchés au comptant dans le temps (ex. : la bourse, caractérisée par un déroulement séquentiel des transactions), à condition toutefois de supposer qu'à tout instant les agents *anticipent rationnellement* sur tous les horizons futurs (voir Grandmont, 1976, p.803).

<sup>4</sup> Voir également Breeden (1979) et Brock (1982). Notons en langue française la démonstration donnée par Echchihab et Jacquillat (1987).

$$U'(C_{(t)}) P_{(i,t)} = E_t \left\{ \frac{U'(C_{(t+1)}) [P_{(i,t+1)} + D_{(i,t+1)}]}{(1+r)} \right\} \quad (1)$$

*sacrifice (en terme de consommation) associé à l'achat en t d'une unité supplémentaire de l'action* = *utilité espérée (et actualisée) en t pour t+1 (en terme de consommation) des recettes futures associées à l'achat d'une action supplémentaire*

Toutes les variables sont exprimées en valeur réelle :

- .  $C_{(t)}$  : consommation de l'agent représentatif à l'instant  $t$  (consommation par tête)
- .  $U'(C_{(t)})$  : utilité marginale de  $C_{(t)}$
- .  $P_{(i,t)}$  : prix de l'action de la société  $i$  à l'instant  $t$
- .  $D_{(i,t)}$  : dividende associé à l'action de la société  $i$  détenue entre  $t-1$  et  $t$
- .  $r$  : taux d'impaticence (intensité de la préférence pour le présent en situation de risque neutre ( $r > 0$ ))
- .  $E_t\{\cdot\}$  : opérateur espérance conditionnelle à  $t$

En raison de la propriété d'additivité de l'opérateur espérance, la relation [1] reste applicable pour toute moyenne pondérée des cours de  $n$  actions, et donc en particulier pour un indice quelconque  $P_{(t)}$ , soit <sup>5</sup> :

$$U'(C_{(t)}) P_{(t)} = E_t \left\{ U'(C_{(t+1)}) [P_{(t+1)} + D_{(t+1)}] / (1+r) \right\} \quad [1]'$$

ou encore :

$$P_{(t)} = E_t \left\{ \frac{U'(C_{(t+1)})}{U'(C_{(t)})} \frac{P_{(t+1)} + D_{(t+1)}}{(1+r)} \right\} \quad [2]$$

En outre, sachant que l'espérance d'un produit de deux variables est égale au produit des espérances de ces deux variables augmenté de leur covariance, on obtient l'expression suivante de la rentabilité espérée de l'indice considéré :

$$E_t \{R_{(t+1)}\} = \left\{ \frac{U'(C_{(t)})(1+r)}{E_t \{U'(C_{(t+1)})\}} - 1 \right\} + \frac{Cov_t \{-U'(C_{(t+1)}); R_{(t+1)}\}}{E_t \{U'(C_{(t+1)})\}} \quad [3]$$

*rentabilité espérée de l'indice* = *taux d'actualisation commun à tous les titres (taux d'intérêt réel)* + *prime de risque variable propre aux actions (Cov = covariance)*

Ce modèle présente l'avantage de spécifier *a priori* tous les facteurs qui déterminent le prix des actions, y compris la prime de risque.<sup>6</sup> Il importe de remarquer que l'équation [1],

<sup>5</sup> L'intégration "forward" de [2] montre qu'une solution particulière appelée "valeur fondamentale" est la somme actualisée du flux des dividendes anticipés (horizon infini). Dans cet article, nous avons travaillé directement à partir de l'équation [2], ce qui évite toute difficulté liée à possibilité d'une "bulle".

issue de l'équilibre général intertemporel du consommateur, n'est déductible du programme de ce dernier que si les anticipations sont rationnelles<sup>7</sup>. Par ailleurs, on considère un "agent représentatif" dont la fonction d'utilité est la moyenne des préférences de tous les investisseurs sur le marché (les préférences individuelles sont additives). Les individus n'ayant évidemment pas les mêmes préférences et opportunités de consommation, le statut théorique de l'agent représentatif nécessite quelques précisions. En fait, Constantinides (1982) a montré que, même avec des individus hétérogènes (en préférences et niveaux de richesse), il est possible de trouver une fonction d'utilité de l'agent représentatif caractérisée par un coefficient d'aversion relative au risque (intervenant dans la formalisation de la fonction  $U$ ) compris entre le plus grand et le plus petit des coefficients individuels<sup>8</sup>. Ce modèle permet ainsi de rendre compte de l'existence d'agents dont la part optimale (désirée) de leur patrimoine en actions est nulle et d'autres agents pour lesquels cette part est positive<sup>9</sup>. Tous ces agents étant des consommateurs, l'agrégation des comportements doit en principe conduire à retenir la consommation globale, comprenant à la fois les détenteurs et non détenteurs d'actions. C'est effectivement ce que retiennent les travaux empiriques sur le sujet<sup>10</sup>.

## 1.2. - Tentatives de validation empirique : le nécessaire assouplissement des hypothèses

Depuis les années 1980, ce modèle a été confronté de nombreuses fois aux données de l'observation. Une première vague de contributions a montré, pour des valeurs considérées comme "raisonnables" du coefficient d'aversion au risque (caractérisant la fonction d'utilité) et du taux d'impatience, d'une part que la volatilité des prix (ou des rentabilités) observés sur le marché est exagérée par rapport à celle prédite par le modèle (*the stock market*

---

<sup>6</sup> La relation [3] montre que l'expression théorique de la prime de risque des actions (excès de rentabilité espérée par rapport au taux sans risque) est  $f_t = Cov_t \{-U'(C_{(t+1)}; R_{(t+1)})\} / E_t \{U'(C_{(t+1)})\}$ . On voit ici que le « *premium puzzle* » est attribuable au fait que la covariance entre l'utilité marginale de la consommation et la rentabilité des actions est en moyenne trop faible pour expliquer l'écart moyen observé entre la rentabilité des actions et le taux d'intérêt, pour des valeurs raisonnables de l'aversion au risque caractérisant la fonction d'utilité. C'est pourquoi ce *puzzle* est aussi appelé « *correlation puzzle* ». Notons bien ici que, même si cette covariance était en moyenne suffisamment élevée pour expliquer la prime moyenne observée, cela ne signifierait pas pour autant que le modèle explique la dynamique de la prime. En effet, pour qu'il en soit ainsi, il faudrait que la covariance entre la prime observée et la prime théorique  $f_t$  (laquelle est une covariance conditionnelle !) soit elle-même suffisamment élevée.

<sup>7</sup> "Le système est clos avec l'hypothèse d'anticipations rationnelles ..." (Lucas, 1978, p.1431).

<sup>8</sup> La complétude des marchés permettant à tout individu de se couvrir contre le risque de consommation, tous les agents deviennent marginalement homogènes (i.e. caractérisés par des allocations Pareto-optimales); ce résultat permet de donner du sens au concept d'individu représentatif (voir encore Huang (1987)). Lorsque les marchés sont incomplets, l'hypothèse d'agent représentatif ne peut plus se justifier en toute généralité (il devient impossible de donner un prix unique aux actifs). Cependant, dans ce cas l'introduction d'actifs dérivés (options) dans le modèle peut réhabiliter cette hypothèse (Mele, 1998).

<sup>9</sup> Suivant l'enquête du "Panel Study of Income Dynamics" de 1984, seulement environ un ménage américain sur quatre détenait des actions (voir Mankiw et Zeldes, 1991, p.99).

<sup>10</sup> Notons cependant que certains auteurs ont examiné la pertinence de distinguer le comportement des seuls détenteurs d'actions de celui des autres consommateurs. Ainsi, Attanasio, Banks et Tanner (1998) appliquent une approche probabiliste pour rendre compte de la répartition de la consommation entre les deux catégories d'agents, ce qui permet aux auteurs d'atténuer le *premium puzzle*. En fait, Whealey (1988), Breeden, Gibbons et Litzenberger (1989) ainsi que Mankiw et Zeldes (1991) avaient déjà attiré l'attention sur cette question.

*volatility puzzle*)<sup>11</sup>, et d'autre part que la valeur théorique de la prime de risque est en moyenne excessive par rapport à sa valeur observée (*the equity premium puzzle*)<sup>12</sup>.

Dans le but de résoudre ces deux énigmes<sup>13</sup>, une seconde vague de contributions a tenté d'assouplir les hypothèses sur la rationalité des choix {RC} et sur la perfection des marchés {MP}. Les directions suivies ont été nombreuses : (i) hypothèse qu'à tout instant un Krach peut survenir<sup>14</sup>, (ii) hypothèse de non-neutralité de la monnaie *via* l'incertitude sur l'inflation<sup>15</sup>, (iii) hypothèse d'un taux d'impatience pouvant prendre une valeur négative<sup>16</sup>, (iv) introduction des coûts de transaction sur les actifs risqués<sup>17</sup>, (v) hypothèse d'une fonction d'utilité récursive<sup>18</sup>, (vi) hypothèse de marchés incomplets<sup>19</sup>, (vii) hypothèses d'interdépendance et d'hétérogénéité entre les agents<sup>20</sup>, (viii) prise en compte explicite du comportement des firmes par une fonction de production<sup>21</sup>, enfin, (ix) hypothèse d'une nouvelle variable d'état : les habitudes de consommation<sup>22</sup>. Ces différents raffinements de la théorie vont souvent dans le sens d'une résolution – au moins partielle – du *premium puzzle*. Alors que les huit premières approches ne résolvent que très modérément le *puzzle*, Campbell et Cochrane (1999) ont montré qu'en formulant d'une manière nouvelle les habitudes de consommation<sup>23</sup>, il est possible d'expliquer

---

<sup>11</sup> Le premier auteur ayant attiré l'attention sur le *volatility puzzle* est Shiller (1981). Campbell (1996) donne une vue d'ensemble des travaux réalisés depuis sur ce sujet.

<sup>12</sup> Le premier travail soulevant le *premium puzzle* est celui de Mehra et Prescott (1985). Voir également Weil (1989). Kocherlakota (1966), Campbell (1996) et Cochrane (1997) fournissent une vue d'ensemble sur les travaux réalisés depuis.

<sup>13</sup> Les travaux récents ont été plus centrés sur le *premium puzzle* que sur le *volatility puzzle*. Par ailleurs, aux deux énigmes sus-visées, on peut ajouter les difficultés rencontrées par les chercheurs pour valider empiriquement le CAPM de consommation, lequel est déduit du modèle de Lucas, moyennant des hypothèses additionnelles sur les distributions des rentabilités et des consommations (voir notamment Mankiw et Shapiro (1986)).

<sup>14</sup> Voir Rietz (1988) ainsi que Goetzmann et Jorion (1999).

<sup>15</sup> Voir Labadie (1989).

<sup>16</sup> Voir Kocherlakota (1990).

<sup>17</sup> Voir Aiyagari et Mark (1991).

<sup>18</sup> Voir Epstein et Zin (1991), Cho et Dokka (1993) ainsi que Hansen, Sargent et Tallarine (1997). Pour une application en France, voir Epaulard et Pommeret (2001).

<sup>19</sup> Voir Mankiw et Zeldes (1991) ainsi que Heaton et Lucas (1996).

<sup>20</sup> Voir Abel (1990) qui suggère une hypothèse d'interdépendance des préférences individuelles (la fonction d'utilité intègre à la fois la consommation de l'individu et celle de l'ensemble des agents ; pour une application en France, voir Epaulard et Pommeret (2001). Le modèle de Heaton et Lucas (1995) avec agents hétérogènes ne rend compte que de la moitié de la moyenne de la prime de risque mais implique que les taux d'intérêt deviennent aussi volatiles que la rentabilité des actions ! (voir encore Cochrane, 1997, pp.22 et suiv.).

<sup>21</sup> Voir Cochrane (1997, pp.27 et suiv.) ainsi que Hansen, Sargent et Tallarini (1997).

<sup>22</sup> Voir Constantidines (1990), Heaton (1995) et Cochrane (1997) ; pour une application à la France, voir Epaulard et Pommeret (2001). Cette approche revient à relâcher l'hypothèse d'une fonction d'utilité séparable dans le temps (i.e. l'utilité de la consommation en  $t$  dépend de la consommation actuelle et passée).

<sup>23</sup> La fonction d'utilité (de type CRRA) ne fait plus intervenir  $C_{(t)}$  mais l'écart  $(C_{(t)} - X_{(t)})$  où  $X_{(t)}$  représente les habitudes de consommation, sorte de niveau de vie de référence déterminé d'une manière exogène au modèle;  $X_{(t)}$  est supposé s'ajuster progressivement à  $C_{(t)}$ . Les auteurs définissent un ratio de surplus de consommation (*surplus consumption ratio*)  $S_{(t)} = (C_{(t)} - X_{(t)}) / C_{(t)}$ . Lorsque  $S=0$ , l'état de l'économie est ressenti comme très défavorable (minimum d'une récession) alors que la condition  $S=1$  traduit un état jugé très favorable (maximum d'une expansion). La courbure de la fonction d'utilité est égale au rapport  $g/S_{(t)}$  ( $g$  est le coefficient d'aversion au risque) et devient donc variable au cours du temps. Suivant cette approche, la "crainte" (*fear*) liée à la détention d'actions résulte du fait que les actions ont de mauvaises performances en période de conjoncture défavorable ( $S_{(t)}$  proche de zéro), et non pas classiquement jusqu'ici du fait que les rentabilités sont corrélées avec une baisse de la consommation.

simultanément une part très significative du *premium puzzle* et du *volatility puzzle* aux Etats-Unis.<sup>24</sup>

Nonobstant ce dernier résultat, une troisième vague de travaux débute avec la contribution très récente de Cechetti, Lam et Mark (2000) qui relâchent pour la première fois l'hypothèse de rationalité cognitive : la distribution des variations de consommation sur laquelle les agents prennent leurs décisions n'est plus superposable à la distribution observée. Autrement dit, l'agent représentatif n'anticipe plus rationnellement puisqu'il déforme les probabilités d'occurrence des variations de consommation en sous (sur)-pondérant les états favorables et en sur (sous)-pondérant les états défavorables. En bref, l'agent peut être pessimiste (optimiste) dans sa représentation du futur. Dans le cadre d'un C-CAPM classique (directement déduit du modèle de Lucas), les auteurs trouvent, avec un modèle markovien à deux régimes décrivant la croissance de la consommation, que l'agent représentatif est pessimiste quel que soit l'état de la nature, puisqu'il sous-pondère les états favorables et sur-pondère les états défavorables. Les auteurs parviennent ainsi à rendre compte des deux premiers moments de la prime de risque (et du taux sans risque) tout en conservant des valeurs acceptables pour l'aversion au risque et le taux d'impatience. Abel (2001) confirme ce résultat en calibrant l'équation d'Euler pour un agent supposé pessimiste. Ces deux contributions montrent que l'existence d'un pessimisme structurel a pour effet d'augmenter la valeur exigée de la prime de risque par rapport à un monde à anticipations rationnelles où les agents se réfèrent aux vraies distributions, résultat qui semble très intuitif.

Cependant, ces deux dernières contributions présentent deux inconvénients importants. En premier lieu, puisque la résolution du programme de l'agent représentatif conduisant à l'équation d'Euler nécessite le recours à l'hypothèse d'anticipations rationnelles, il convient de justifier la non-rationalité des anticipations dans le cadre de ce modèle, ce que n'ont pas fait les auteurs. En second lieu, puisque les paramètres traduisant le pessimisme ont pour effet mécanique d'augmenter la différence entre la valeur théorique de la rentabilité espérée des actions et celle du taux sans risque, il n'est pas *a priori* étonnant que l'on puisse parvenir à gommer le *premium puzzle*; de même, l'asymétrie des coefficients de pessimisme suivant que l'état de la nature est favorable ou défavorable a pour effet mécanique de permettre une augmentation de la variance théorique des rentabilités, permettant *a priori* de résoudre le *volatility puzzle*. Par conséquent, tant qu'une explication économique n'est pas donnée pour justifier l'existence d'un pessimisme structurel, il est difficile de regarder ces résultats comme une résolution convaincante des *puzzles*. Or, les auteurs n'apportent pas de réponse à la question essentielle de savoir ce qui pourrait justifier

---

<sup>24</sup> On doit mentionner ici une approche transversale fondée sur l'idée que, pour tout modèle, le *premium puzzle* - résultant de la corrélation trop faible entre la rentabilité des actions et l'utilité marginale de la consommation (voir ci-dessus, note (6)) - pourrait résulter d'erreurs de spécification des préférences, d'erreurs de mesure sur la consommation, et de frictions diverses tels les coûts d'information et de transaction. Au total, on peut s'attendre à ce que ces erreurs perturbent la corrélation sus-visée d'une manière plus forte sur les composantes à hautes fréquences caractérisant la dynamique des deux variables sus-visées que sur leurs composantes à basse fréquence. Généralement, les analyses fondées sur une telle décomposition spectrale montrent que (Hansen et Jagannathan (1997); Cogley (2001) : (i) pour des valeurs « raisonnables » de l'aversion au risque (i.e. inférieures à 20), les modèles explorés donnent des résultats généralement assez voisins pour toutes les fréquences, de sorte que les *premium et volatility puzzles* restent également répartis sur le spectre, (ii) par contre, lorsque l'on dépasse cette valeur, les *puzzles* apparaissent effectivement d'autant moins sévères que les fréquences sont basses; (iii) le modèle de Campbell et Cochrane (1999, voir note précédente) domine largement les autres modèles car il explique une part significative des *puzzles* pour des cycles de plus de deux ans; (iv) cependant, le résultat essentiel reste que les *puzzles* ne peuvent être totalement expliqués pour aucune fréquence avec des valeurs raisonnables pour les paramètres traduisant les préférences.

un tel pessimisme<sup>25</sup>. Suivant cette hypothèse, l'agent ne réagit pas à ses erreurs de prévision, ce qui se traduit par une conséquence difficilement admissible : l'agent prend des décisions sur la base d'une espérance systématiquement plus petite que la vraie espérance, les prévisions étant donc toujours biaisées dans le même sens sans qu'aucune révision n'intervienne.

La remise en question de la rationalité cognitive reste pourtant une voie de recherche novatrice et a le mérite de vouloir rapprocher le paradigme théorique du monde concret. En effet, les *anticipations* peuvent ne pas être rationnelles alors même que les agents effectuent des *choix* rationnels. Tandis que l'hypothèse {RA} admet la capacité (exorbitante ?) de prévoir le futur sans biais, l'hypothèse {RC} "se limite" à traduire des choix intertemporels *ex-ante* cohérents, fondés aujourd'hui sur une représentation du futur qui est donnée, cette dernière pouvant être fautive car fondée sur une capacité cognitive limitée de l'agent, sur une information imparfaite (bruitée) et sur une analyse avantage – coût impliquant un renoncement rationnel dans l'utilisation de certaines informations. C'est en ce sens que l'hypothèse {RC} apparaît moins forte que l'hypothèse {RA}<sup>26</sup>.

En fait, trois conditions doivent être satisfaites pour introduire des anticipations non rationnelles dans le modèle de Lucas, c'est-à-dire pour admettre la possibilité du modèle {RC-?-MP}. La première condition est de justifier au plan théorique l'abandon de l'hypothèse d'anticipations rationnelles dans l'équation d'Euler. La seconde condition est que le processus anticipatif soit spécifié ; même si ce processus repose sur une information limitée, il ne doit pas imposer *a priori* des erreurs de prévision ayant toujours le même signe. La troisième condition est de ne pas adopter une méthode d'estimation fondée sur le calibrage des moyennes : le *premium puzzle* ne peut par principe être résolu en modifiant l'hypothèse faite sur les anticipations. Par contre, si on retient une méthode d'estimation classique – consistant à rechercher les valeurs des paramètres traduisant les préférences pour lesquelles la chronique des rentabilités théorique des actions s'ajuste au mieux à celle des rentabilités historiques – les résultats peuvent *a priori* être très sensibles à l'hypothèse faite sur la représentation des anticipations. Dans la mesure où les habitudes de consommation permettent de rendre compte d'une part très significative des *puzzles* sur les deux premiers moments, la représentation de l'historique des rentabilités  $R_{(t)}$  (ou encore des rendements  $P_{(t)}/D_{(t)}$  ou des prix  $P_{(t)}$ ) devient d'autant plus une question centrale qu'aucune contribution n'a montré à ce jour que le modèle permet d'apporter une réponse à cette question<sup>27</sup>.

C'est pourquoi, en respectant ces conditions, la seconde partie de cet article recherche la représentation des anticipations (rationnelles, naïves, extrapolatives, régressives, adaptatives, enquêtes d'opinion) permettant de valider au mieux le modèle de Lucas<sup>28</sup>. La

---

<sup>25</sup> Si on peut admettre l'existence d'agents pessimistes et d'agents optimistes, celle d'un agent représentatif toujours pessimiste est peu crédible.

<sup>26</sup> D'après Grandmont (1976, p.806), le problème posé par l'hypothèse {RA} est qu'"en pratique, les agents n'ont qu'une connaissance très imparfaite des lois régissant le système économique et leurs capacités de calcul ne leur permettent certainement pas de prévoir correctement les prix et taux d'intérêt futurs" (p.806).

<sup>27</sup> Par exemple, s'il peut rendre compte des deux premiers moments de la rentabilité des actions, le modèle proposé par Campbell et Cochrane (1999) fondé sur les habitudes de consommation ne peut décrire l'historique du rapport cours/dividendes : sur la période 1945-95, les valeurs observées restent sans corrélation avec les valeurs théoriques.

<sup>28</sup> Cette démarche rejoint une idée émise par Cochrane (1997) lorsqu'il conclut (p.22), que, "dans le contexte de marchés parfaits ... les seules candidates effectives pour introduire des nouvelles variables d'état sont les variables qui expliquent les variations des rentabilités anticipées".

version basique du modèle présentée ci-dessus sera utilisée car elle permet d'introduire facilement diverses hypothèses sur les anticipations. Ce choix semble d'autant plus raisonnable que des essais liminaires ont montré que les résultats sont – du point de vue de l'explication des rentabilités historiques – relativement peu sensibles à l'introduction d'habitudes de consommation, lorsque la représentation des anticipations est modifiée.

## 2. - Le modèle {RC-?-MP} permet-il d'expliquer l'historique de la rentabilité des actions ?

Après avoir montré que le paradigme de l'équilibre temporaire autorise de considérer le modèle {RC-?-MP} à anticipations quelconques (§2.1), on présentera les résultats empiriques auxquels ce modèle conduit suivant des hypothèses alternatives sur les anticipations (§2.2).

### 2.1. - Interprétation de l'équation d'Euler dans un cadre d'équilibre temporaire et pertinence d'une "fonction d'anticipation"

A condition de raisonner dans un cadre d'équilibre temporaire, l'équation [1] peut conserver sa pertinence sans pour autant nécessiter l'hypothèse restrictive d'anticipations rationnelles, les agents pouvant alors prendre leurs décisions aujourd'hui sur la base de l'idée qu'ils se font de l'état de la nature demain, même si cette représentation du futur est affectée par des erreurs qui ne sont pas des bruits blancs <sup>29</sup>.

Dans ce cadre d'analyse, la relation [1] peut être regardée comme traduisant une succession d'équilibres temporaires : les prix s'ajustent à chaque date pour équilibrer les offres et les demandes qui dépendent de l'opinion en  $t$  des agents sur l'état de la nature en  $t+1$ . Toujours muni d'une rationalité instrumentale intertemporelle, le consommateur-investisseur est ici caractérisé par un comportement marginaliste simple sur des marchés concurrentiels. Lorsque, par exemple, sa consommation, ses préférences, ses anticipations et le prix du marché sont tels que la désutilité (exprimée en termes de renoncement à la consommation immédiate) associée à l'acquisition du dernier titre est supérieure à l'espérance d'utilité de la recette future actualisée procurée par cette acquisition, soit

$$U'(C_{(t)}) P_{(i,t)} > E_t \{U'(C_{(t+1)}) [P_{(i,t+1)} + D_{(i,t+1)}] / (1+r)\},$$

les ventes induites de titres sur le marché conduisent à une baisse des prix  $P_{(i,t)}$ , et, simultanément, à une hausse de la consommation se traduisant par une baisse de son utilité marginale  $U'(C_{(i,t)})$ . Si les ajustements de prix sont instantanés, la relation [1] sera donc respectée à tout instant <sup>30</sup>. Grâce au marché financier, l'agent trouvera ainsi en permanence sa position optimale <sup>31</sup>.

<sup>29</sup> D'après Grandmont (1976), "Selon ce point de vue, à chaque date les agents doivent prendre des décisions en fonction de leurs anticipations sur leur environnement futur, qui dépendent de leur information sur l'état de l'économie dans les périodes courante et passées ... (p.806) un concept nouveau apparaît dans ces modèles (à équilibre temporaire) par rapport à la théorie traditionnelle de l'équilibre général, celui d'une 'fonction d'anticipations', qui décrit la dépendance des prévisions d'un agent par rapport à son information ..." (p.808).

<sup>30</sup> Une question importante est celle de l'existence d'un système de prix équilibrant l'offre et la demande sur le marché de chaque actif (Grandmont (1976, pp.812-13). Dans le cadre de l'équation [1], la réponse paraît évidente : s'il y a  $h$  actifs, le prix de chaque actif peut s'ajuster de manière à obtenir [1], certains prix

Il importe de souligner que l'écriture (en termes de consommation) du sacrifice et de l'espérance d'utilité des recettes futures peut être effectuée directement et sans ambiguïté : la relation [1] n'est plus la solution de la maximisation sous contrainte de l'espérance d'utilité de la consommation sur un horizon infini. Il en résulte que la relation [1] reste indépendant de l'hypothèse faite sur la nature des anticipations  $E_t\{\cdot\}$  : cette relation – et donc aussi les relations [1]', [2] et [3] – devient désormais compatible avec tout mode de représentation des anticipations, et autorise de ce fait l'existence d'erreurs non purement stochastiques dans les prévisions. En fait, l'équation [1] avec anticipations quelconques (*i.e.* le modèle {RC-?-MP}) peut être le résultat de seuls comportements rationnels de type avantage-coût. En effet, une fonction d'anticipation quelconque peut *a priori* être compatible avec l'hypothèse d'anticipations économiquement rationnelles (Feige et Pearce (1976)), d'après laquelle les agents n'utilisent une nouvelle information que si l'avantage qu'elle procure (*i.e.* l'utilité additionnelle due à la diminution de l'erreur de prévision qu'elle permet) est plus grand que son coût d'acquisition et de traitement <sup>32</sup>. Or, la rationalité instrumentale caractérisant les choix inter périodiques qui viennent d'être décrits reposent également sur une analyse marginaliste en termes d'avantage – coût associés à l'acquisition d'un titre. Autrement dit, les hypothèses sur la représentation des anticipations {?} et sur la rationalité des choix {RC} relèvent désormais d'une rationalité économique de même espèce.

## 2.2 - Quelle représentation des anticipations ? Application sur le NYSE

Le travail empirique qui suit s'interroge sur la question de savoir s'il existe une hypothèse sur la représentation des anticipations {?} fournissant, dans le cadre du modèle {RC-?-MP}, une description acceptable de la dynamique du prix (rendements, rentabilités) des actions.

Les relations [2] et [3] montrent que pour spécifier l'indice du prix des actions et la rentabilité espérée qui lui est associée, on doit formuler des hypothèses sur la forme de la fonction d'utilité de l'agent et sur la représentation des anticipations. Concernant la fonction d'utilité, la fonction CRRA (*Constant Relative Risk Aversion*) suivante a été retenue :

$$U(C_{(t)}) = \frac{C_{(t)}^{1-g}}{1-g} ; U'(C_{(t)}) = \frac{dU}{dC}(t) = \frac{1}{C_{(t)}^g} \quad [4]$$

---

pouvant augmenter et d'autres baisser, la variation de consommation soldant l'offre globale et la demande globale de titres.

<sup>31</sup> Dans le cas où l'inégalité est de sens inverse, les achats nets d'actions induiront une hausse de  $U'(C_{(t)}) \cdot P_{(i,t)}$ . La contrainte de liquidité ne se pose pas ici car les achats d'actions sont financés par un renoncement à une partie de  $C_{(t)}$  (*i.e.* hausse de l'épargne). On admet donc seulement que  $C_{(t)}$  est suffisamment au dessus de sa valeur incompressible, condition naturellement remplie pour les détenteurs d'actions dans une économie développée.

<sup>32</sup> Rappelons que Grosman (1976) a montré que sur un marché efficient, l'équilibre à anticipation rationnel est caractérisé par l'égalité entre le prix anticipé et le prix du marché (martingale). Il en résulte un paradoxe : dans une telle situation, le prix véhicule toute l'information disponible de sorte que les agents ne vont plus collecter de l'information sur les fondamentaux, ce qui implique que le prix ne peut être efficient ... Grossman et Stiglitz (1980) montrent que si l'information est imparfaite (bruitée) et coûteuse, le prix d'équilibre du titre ne capture pas toute l'information disponible : le paradoxe disparaît mais les anticipations ne sont plus rationnelles.

En reportant la fonction d'utilité [4] dans les relations [2] et [3], on obtient respectivement les expressions suivantes du prix et de la rentabilité espérée des actions <sup>33</sup> :

$$P_{(t)} = E_t \left\{ \left[ \frac{C_{(t)}^g}{C_{(t+1)}^g} \right] \frac{P_{(t+1)} + D_{(t+1)}}{(1+r)} \right\} \quad [2]'$$

$$E_t \{R_{(t+1)}\} = \left\{ \frac{E_t \{C_{(t+1)}^g\} (1+r)}{C_{(t)}^g} - 1 \right\} + \text{Cov}_t \left\{ -1/C_{(t+1)}^g ; R_{(t+1)} \right\} E_t \{C_{(t+1)}^g\} \quad [3]'$$

Concernant la représentation des anticipations, deux approches seront suivies dans ce travail. La première consiste à formuler des hypothèses *a priori* : on recherche ainsi le processus anticipatif conduisant à la représentation des cours observés (ou des rendements ou rentabilités) qui soit la plus satisfaisante possible. On considèrera ainsi alternativement l'hypothèse d'anticipations rationnelles et les hypothèses d'anticipations naïves, extrapolatives (ou régressives) et adaptatives. La seconde approche consiste à exploiter les anticipations révélées par des enquêtes d'opinion, lesquelles permettent de s'affranchir des hypothèses arbitraires sur les processus anticipatifs <sup>34</sup>.

### 2.2.1. – Hypothèse d'anticipations rationnelles

D'après la relation [1], les achats de ventes d'actions – et donc leur prix de marché – résultent directement de la confrontation, en terme de consommation, entre la désutilité actuelle de l'achat d'un titre et l'utilité (espérée) des recettes futures associées à cet achat. C'est pourquoi nous admettrons que les anticipations correspondent directement à l'espérance d'utilité des recettes futures : cette hypothèse permet d'importantes simplifications formelles.

L'espérance d'utilité en  $t$  de la recette future actualisée de  $t+1$  sera désormais appelée "gain anticipé" et noté  $E_t \{G_{(t+1)}\}$  (ce dernier correspond à la partie droite de l'équation [1]). L'hypothèse d'anticipations rationnelles se traduit alors en égalisant (à un bruit blanc près) le gain anticipé en  $t$  pour  $t+1$  à sa valeur observée en  $t+1$ , soit  $G_{(t+1)}$ . Le modèle s'écrit :

$$\left\{ \begin{array}{l} P_{(t)} = C_{(t)}^g E_t \{G_{(t+1)}\} \\ E_t \{G_{(t+1)}\} = G_{(t+1)} (1+j_{(t)}) = \frac{P_{(t+1)} + D_{(t+1)}}{C_{(t+1)}^g (1+r)} (1+j_{(t)}) \end{array} \right. \quad [5]$$

$j_{(t)}$  = erreur d'anticipation (bruit blanc)

En reportant la seconde équation dans la première, et moyennant des approximations raisonnables <sup>35</sup>, on obtient la relation suivante pouvant être estimée, dans laquelle la variable endogène correspond à une valeur approchée de la rentabilité :

<sup>33</sup> On remarque que l'équation [3]' autorise un signe positif ou négatif pour la rentabilité espérée.

<sup>34</sup> Les séries de rentabilité et de taux de croissance de la consommation (en termes réels) étant stationnaires, les processus retenus n'impliquent donc pas des anticipations biaisées toujours dans le même sens. Quant aux enquêtes, les erreurs de prévisions changent bien de signe.

<sup>35</sup> On admet les égalités  $\ln(1+r) = r$  et  $\ln(1+j_{(t)}) = j_{(t)}$ , ce qui est très acceptable compte-tenu des domaines de variation de  $r$  et  $j_{(t)}$ .

$$1n \frac{R_{(t+1)} + D_{(t+1)}}{P_{(t)}} = r + \underset{>0}{g} 1n \frac{C_{(t+1)}}{C_{(t)}} + h_{(t)} \quad [5]'$$

où l'erreur  $h_{(t)}$  capture à la fois l'erreur du modèle et l'erreur d'anticipation  $j_{(t)}$ . La question est de savoir si les valeurs estimées du taux d'impatience  $r$  et du coefficient d'aversion au risque  $\gamma$  sont "raisonnables" et si l'erreur  $h_{(t)}$  est bien un bruit blanc. Les séries statistiques utilisées dans ce travail sont les suivantes :

$P_{(t)}$  : Indice Standard and Poor's des actions industrielles cotées au NYSE, déflaté par l'indice des prix à la consommation

$D_{(t)}$  : Dividendes associés à l'indice  $P_{(t)}$  distribués au cours de la dernière année, déflatés par l'indice des prix à la consommation

$C_{(t)}$  : Consommation globale par tête déflatée par l'indice général des prix à la consommation.

Afin de pouvoir comparer les résultats avec ceux obtenus en utilisant directement les anticipations révélées par les enquêtes semestrielles de Livingston (voir ci-après, §2.2.4), les données sont semestrielles (01 = juin et 02 = décembre). Les estimations portent sur la période 1956.02-89.02, tous les taux étant exprimés en % par an (Nobs = 71). Les résultats obtenus sont les suivants <sup>36</sup> :

*Anticipations rationnelles – relation [5]'*

$$\hat{r} = 2.88\% \text{ an } (0.79) ; \hat{g} = 3.50 (2.90) ; \bar{R}^2 = 0.096 ; \overline{SE} = 22.28\% \text{ DW} = 2.40$$

Note : les valeurs entre parenthèse sont les "t" de Student

Il est intéressant de constater que la valeur estimée du coefficient d'aversion  $\gamma = 3.5$  est économiquement raisonnable et significative au seuil de 5%. Cependant, malgré ce résultat qui en lui-même est satisfaisant, il est difficile d'admettre la validité du modèle. En premier lieu, la valeur estimée du taux d'impatience  $r$  n'est pas significativement différent de zéro, ce qui contredit l'hypothèse d'une préférence pour le présent. En outre, la partie de la variance expliquée de la rentabilité reste inférieure à 10 % <sup>37</sup> et les résidus  $h_{(t)}$  ne sont pas des bruits blancs : la valeur de la statistique DW indique qu'ils sont significativement autocorrélés (négativement). On peut donc se demander si ces résultats <sup>38</sup> traduisent autre

<sup>36</sup> Précisons qu'au regard du test de racine unitaire ADF, à la fois la variable endogène et la (les) variables exogènes sont intégrées d'ordre zéro et cointégrées entre-elles (au seuil de 1 %).

<sup>37</sup> Puisque la variance de l'erreur de prévision  $j_{(t)}$  reste indéterminée, la faible corrélation peut bien sûr techniquement s'expliquer par une valeur élevée de cette variance par rapport à celle de la rentabilité. Cependant, une telle interprétation reste peu crédible : si on admet que les agents sont capables d'anticiper rationnellement, il semble naturel d'admettre aussi que la variance de l'erreur de prévision – que les agents sont supposés minimiser en utilisant le "bon" modèle – reste petite par rapport à celle de la rentabilité.

<sup>38</sup> Nous avons obtenu des résultats analogues sur la période 1889-1984 (données annuelles) correspondant aux travaux de Shiller 1989).

chose que la corrélation bien connue entre la rentabilité des actions et les variations de l'activité économique <sup>39</sup>, dont la consommation réelle totale fournit un *proxy*.

### 2.2.2. – Hypothèse d'anticipations naïves

L'hypothèse d'anticipations naïves se traduit par l'égalité entre le gain anticipé en  $t$ , soit  $E_t \{G_{(t+1)}\}$ , et sa valeur observée à ce même instant, soit  $G_t$ . La relation [2] devient donc :

$$\begin{cases} P_t = C_{(t)}^g E_t \{G_{(t+1)}\} & \text{avec} \\ E_t \{G_{(t+1)}\} = G_t = \frac{P_t + D_t}{C_{(t)}^g (1+r)} \end{cases} \quad [6]$$

On en déduit immédiatement l'égalité suivante :

$$\frac{D_t}{P_t} = r \quad [6]'$$

Cette dernière relation signifie que le rendement des actions (*dividend yields*) est constant. Elle ne saurait traduire la réalité dans la mesure où nous savons que le rendement est non seulement variable, mais encore caractérisé par une structure autorégressive et des corrélations significatives avec des variables économiques observables <sup>40</sup>. On peut donc conclure, en se basant sur ces évidences empiriques déjà largement établies dans la littérature, que l'hypothèse d'anticipations naïves ne permet pas de valider le modèle {RC-?-MP}.

### 2.2.3. – Hypothèse d'un processus anticipatif fondé sur une information limitée aux valeurs passées de la variable prévue <sup>41</sup>

#### 2.2.3.1. – Anticipations extrapolatives ou régressives

Soit  $g_t$  le taux de variation de  $G_t$  entre  $t$  et  $t-1$ . Le taux de variation anticipé  $E_t \{g_{(t+1)}\}$  est supposé dépendre des valeurs passées de  $g_t$  suivant un processus dans lequel aucune contrainte ne pèse sur les paramètres. Selon les valeurs des paramètres, ce processus peut être regardé comme traduisant un processus extrapolatif (les paramètres  $\lambda(j)$  définis ci-après sont positifs) ou un processus régressif naïf (les paramètres  $\lambda(j)$  sont négatifs). Le modèle s'écrit ainsi :

$$\begin{cases} P_t = C_{(t)}^g E_t \{G_{(t+1)}\} \\ E_t \{G_{(t+1)}\} = G_t (1 + E_t \{g_{(t+1)}\}) \end{cases} \quad [7]$$

<sup>39</sup> Voir notamment Fama (1990) et Schwert (1993).

<sup>40</sup> Voir notamment Prat (1982, 1992).

<sup>41</sup> Les relations présentées ci-après sont des approximations du même type que celles déjà présentées (voir note (33)), mais elles seront écrites comme des égalités strictes pour des raisons de simplicité.

$$\text{avec } \begin{cases} G_{(t)} = (P_{(t)} + D_{(t)}) / C_{(t)}^g (1+r) \\ g_{(t)} = \ln(G_{(t)} / G_{(t-1)}) \\ E_t \{g_{(t+1)}\} = \sum_{j=0}^n I_{(j)} g_{(t-j)} \end{cases}$$

La relation [7] conduit à l'équation suivante du rendement des actions pouvant être estimée <sup>42</sup> :

$$\frac{D_{(t)}}{P_{(t)}} = r - \sum_{j=0}^n I_{(j)} \Pi_{(t-j)} + \sum_{j=0}^n g I_{(j)} \ln \frac{C_{(t-j)}}{C_{(t-j-1)}} + h_{(t)} \quad [7]'$$

$$\text{avec } \Pi_{(t)} = \ln \frac{P_{(t)} + D_{(t)}}{P_{(t-1)} + D_{(t-1)}}$$

Sur la période 1956.02-1989.02 (N=68), les résultats obtenus sont peu sensibles à la valeur du retard n. Par exemple, pour n=2, on obtient :

*Anticipations extrapolatives ou régressives – relations [7]'*

$\hat{r} = 3.97 \% \text{ an } (27.4);$	$\hat{I}_{(0)} = 0.041 (1.3)$	$g \hat{I}_{(0)} = -0.11 (2.5)$
$\overline{R}_2^2 = 0.12$	$\overline{SE} = 0.71\%$	$\hat{I}_{(1)} = -0.091 (0.7)$
$DW = 0.36$	$\hat{I}_{(2)} = 0.009 (0.3)$	$g \hat{I}_{(2)} = -0.04 (0.9)$

Note : les valeurs entre parenthèses sont les "t" de Student

On constate que le taux d'impatience a une valeur très significative et réaliste. Par contre, si, en dépit de la faible significativité de la valeur estimée de  $\lambda_{(0)}$  (coefficient du taux  $\Pi_{(t)}$ ), on admet la valeur 0.041, on peut, avec la valeur estimée  $-0.11$  du produit  $\gamma \lambda_{(0)}$ , estimer à  $-2.7$  la valeur implicite de l'aversion au risque  $\gamma$ , ce qui est naturellement absurde. En outre, le modèle n'explique que 12 % du rendement et les résidus sont fortement positivement autocorrélés. Par conséquent, l'hypothèse d'anticipations extrapolatives ou régressives ne permet pas de valider le modèle {RC-?-MP} <sup>43</sup>.

### 2.2.3.2. – Hypothèse d'un processus adaptatif

Dans le cas où le taux de variation anticipé  $E_t \{g_{(t+1)}\}$  est généré par un processus adaptatif, le modèle s'écrit :

$$\begin{cases} R_{(t)} = C_{(t)}^g \cdot E_t \{G_{(t+1)}\} \\ E_t \{G_{(t+1)}\} = G_{(t)} (1 + E_t \{g_{(t+1)}\}) \end{cases} \quad [8]$$

avec

$$G_{(t)} = (P_{(t)} + D_{(t)}) / C_{(t)}^g (1+r)$$

<sup>42</sup> Au regard du test ADF, le rendement des actions (variable endogène) n'est intégré d'ordre zéro qu'au seuil de 10 %. En outre, cette variable n'est cointégrée avec la (les) variable(s) exogène(s) des ajustements qui vont être présentés qu'au seuil de 15 %. Les conditions de départ ne sont donc guère très favorables à l'hypothèse jointe qui est testée !

<sup>43</sup> Une analyse menée sur la période 1889-1984 (données annuelles) conduit à des résultats analogues.

$$g^{(t)} = 1n(G^{(t)}/G^{(t-1)})$$

$$E_t\{g^{(t+1)}\} = (1-b)E_{t-1}\{g^{(t)}\} + bg^{(t)}$$

$$0 \leq b \leq 1$$

Le système [10] conduit à la relation réduite suivante du rendement:

$$\frac{D^{(t)}}{P^{(t)}} = b.r - b.\Pi^{(t)} + gb1n\frac{C^{(t)}}{C^{(t-1)}} + (1-b)\frac{D^{(t-1)}}{P^{(t-1)}} + h^{(t)} \quad [8]'$$

avec  $\Pi^{(t)} = 1n\frac{P^{(t)} + D^{(t)}}{P^{(t-1)} + D^{(t-1)}}$

Deux types d'ajustements ont été réalisés. Le premier laisse libre tous les paramètres afin de savoir si la contrainte théorique pesant sur les paramètres est vérifiée. Le second consiste à imposer la contrainte théorique  $\hat{b} = 1 - \left(1 - \hat{b}\right)$  afin de savoir si une représentation acceptable du rendement reste possible sous cette condition. Les résultats obtenus sont les suivants :

*Anticipations adaptatives – relation [8]'*

<p><u>estimation libre :</u></p> <p><math>b . r = 2.02 (9.6) ; \hat{b} = 0.015 (5.8) ; \underline{g} . b = -0.07 (2.5) ; (1 - b) = 0.47</math></p> <p style="text-align: center;"><math>\overline{R}^2 = 0.625 \quad \overline{SE} = 0.46\% \text{ an}</math></p> <p><u>estimation sous contrainte :</u></p> <p><math>\hat{r} = 4.72 (1.0) ; \hat{b} = 0.023 (5.9) ; \underline{g} . b = 0.035 (0.8)</math></p> <p style="text-align: center;"><math>\overline{R}^2 = 0.093 \quad \overline{SE} = 0.72\% \text{ an}</math></p>
--

Note : les valeurs entre parenthèses sont les "t" de Student

L'estimation libre montre que la contrainte n'est pas satisfaite puisque l'égalité  $\hat{b} = 1 - \left(1 - \hat{b}\right)$  est loin d'être vérifiée (i.e.  $0.015 \neq 0.53$ ) ; en outre, la valeur estimée du coefficient composite  $gb$  est significativement négative, alors que sa valeur théorique attendue est positive puisque  $g$  et  $b$  ont des valeurs théoriques positives. L'estimation contrainte montre que la consommation n'est plus significative (mais conserve un signe négatif), et il en est de même que le taux d'impatience. En outre, le coefficient de détermination reste très faible.

L'hypothèse d'anticipations adaptatives, qui a pourtant été souvent validée dans de nombreux modèles macroéconométriques, ne permet donc pas de valider le modèle {RC-?-MP}.<sup>44</sup>

<sup>44</sup> Une analyse sur la période 1889-1984 (données annuelles) conduit également au rejet du processus adaptatif.

## 2.2.4. – Anticipations "effectives" révélées par les enquêtes d'opinion

Nous exploitons ici les enquêtes semestrielles menées par J. Livingston dont le but est de révéler l'opinion d'une cinquantaine de "spécialistes de l'économie" (universitaires, banquiers, journalistes,...) quant à l'évolution future d'un certain nombre de variables macroéconomiques. Les anticipations révélées par ces enquêtes pouvant *a priori* inclure ou exclure tout type d'informations, leur utilisation évite d'admettre une hypothèse *ad-hoc* sur le processus anticipatif<sup>45</sup>; on admet néanmoins que les anticipations des experts qui répondent aux enquêtes sont un *proxy* acceptable des anticipations de l'ensemble du marché. Ces enquêtes fournissent la valeur anticipée de l'indice du cours des actions industrielles cotées au NYSE, ainsi que la valeur anticipée de l'indice des prix à la consommation. A partir du "consensus" des réponses, il devient donc possible de calculer une valeur exogène du taux de variation anticipé du cours réel des actions à un horizon d'un semestre (6 mois), mais non de la valeur anticipée de la grandeur  $G_{(t)}$ .<sup>46</sup> C'est pourquoi les tests empiriques ont été conduits ici en considérant directement la rentabilité espérée des actions, cette dernière restant bien sûr, comme précédemment, déduite de la relation théorique fondamentale [1]. La démarche suivant en trois étapes a été suivie :

(i) Les cours et dividendes observés sont déflatés par l'indice des prix à la consommation (comme précédemment) tandis que leurs valeurs anticipées sont déflatées par l'indice anticipé des prix à la consommation donné par les mêmes enquêtes. Les enquêtes peuvent permettre ainsi de calculer la rentabilité réelle espérée

$$E_t\{R_{(t+1)}\} = \frac{E_t\{P_{(t+1)}\} - P_{(t)}}{P_{(t)}} + \frac{E_t\{D_{(t+1)}\}}{P_{(t)}} \quad [9]$$

à condition d'admettre une hypothèse sur la représentation des dividendes réels anticipés  $E_t\{D_{(t+1)}\}$ . Ces derniers ont été approximés par le processus extrapolatif simple  $D_{(t)}(1+d_{(t)})$ , où  $d_{(t)}$  représente le taux de variation des dividendes au cours du dernier semestre. En fait, bien qu'arbitraire, cette hypothèse n'est guère gênante car la valeur de la rentabilité espérée est très peu sensible à l'hypothèse retenue pour déterminer  $E_t\{D_{(t+1)}\}$ , les variations attendues de cours étant l'élément dominant.

(ii) dans le cadre du modèle {RC-?-MP} sous l'hypothèse d'une fonction d'utilité CRRA, la valeur théorique de la rentabilité espérée peut s'écrire (équation [3])<sup>47</sup>:

$$E_t\{R_{(t)}\} = r + g \ln \frac{E_t\{C_{(t+1)}\}}{C_{(t)}} + Z(g,t) \quad [10]$$

<sup>45</sup> Cependant, il faut relever ici que les tests d'absence de biais menés sur les anticipations boursières révélées par des enquêtes de Livingston concluent au rejet de l'hypothèse d'anticipations rationnelles des répondants (voir notamment Abou et Prat, 1997).

<sup>46</sup> Ceci tient au fait que l'on a

$$E_t\{G_{(t+1)}\} = E_t\left\{ \frac{P_{(t+1)} + D_{(t+1)}}{C_{(t+1)}^{g(1+r)}} \right\} \# \frac{E_t\{P_{(t+1)}\} + E_t\{D_{(t+1)}\}}{E_t\{C_{(t+1)}^{g(1+r)}\}}$$

<sup>47</sup> Notons bien ici que si [10] fournissait une explication acceptable de la rentabilité espérée  $E_t\{R_{(t)}\}$ , la relation [9] permettrait d'en déduire la valeur théorique du prix  $P_{(t)}$ .

$$\text{avec } Z(\mathbf{g}t) = \text{Cov}_t\{-1/C_{(t+1)}^g, R_{(t+1)}\} E_t\{C_{(t+1)}^g\}$$

Rappelons ici que les enquêtes de Livingston révèlent également pour les mêmes agents les anticipations du PNB nominal  $Y_{(t)}$ . Or, il existe une relation linéaire très étroite entre le taux de variation observé de la consommation nominale totale et celui du PNB. En admettant qu'une telle relation prévaut également pour les taux de variation anticipés des deux variables, le taux de variation anticipé du PIB peut fournir (à un scalaire près) un indicateur du taux de variation anticipé la consommation nominale totale, permettant l'estimation d'un *proxy* du taux de variation anticipé de la consommation réelle totale par habitant, soit  $1n(E_t\{C_{(t+1)}\}/C_{(t)}) = \alpha 1n(E_t\{Y_{(t+1)}\}/Y_{(t)})$ ; le taux de croissance anticipé de la consommation a été ainsi estimé pour différentes valeurs de  $\alpha$  comprises entre 0.7 et 1 par pas de 0.05. Quant à la variable  $Z(\mathbf{g}t)$ , elle a été estimée pour différentes valeurs du coefficient d'aversion  $\mathbf{g}$  comprises entre 0 et 20 avec un pas de 1 : pour chaque valeur de  $\mathbf{g}$ , les enquêtes permettent d'estimer le terme  $E_t\{C_{(t+1)}^g\}$  tandis que le terme  $\text{Cov}_t$  a été estimé par la covariance entre  $1/C_{(t)}^g$  et  $R_{(t)}$  sur les 4 derniers semestres (grandeur qui est donc en principe perceptible par les investisseurs à l'instant  $t^{48}$ ).

(iii) Pour une valeur donnée de  $\alpha$ , on a donc une chronique  $1n(E_t\{C_{(t+1)}\}/C_{(t)})$ , et pour une valeur donnée de  $\gamma$ , on a une chronique  $Z(\mathbf{g}t)$ . Pour un couple  $(\alpha, \gamma)$  donné, on peut donc estimer le taux d'impatience  $r$  d'après la relation suivante

$$E_t\{R_{(t+1)}\} - Z(\mathbf{g}t) - \mathbf{g} \ln \frac{E_t\{C_{(t+1)}\}}{C_{(t)}} = r + \mathbf{x}_{(t)} \quad [10]'$$

où  $E_t\{R_{(t+1)}\}$  est donné par [9] et où  $\mathbf{x}_{(t)}$  traduit à la fois les erreurs de mesure sur les anticipations de consommation et l'erreur du modèle. Pour des valeurs données de  $\alpha$  et  $\gamma$ , l'équation [10]' permet d'estimer la valeur du taux d'impatience  $r$  tel que la moyenne des  $\mathbf{x}_{(t)}$  est nulle sur l'ensemble de la période. Pour un triplet  $(\alpha, \gamma, r)$  donné, l'équation [10] permet de générer une valeur calculée de la rentabilité espérée des actions que l'on peut confronter à la valeur observée donnée par [9]. L'algorithme consiste à rechercher les valeurs de  $\alpha, \gamma$  et  $r$  minimisant la variance du résidu  $\mathbf{x}_{(t)}$ . On a constaté qu'il n'existe aucun triplet de valeurs  $\alpha, \gamma, r$  permettant d'établir une corrélation significative entre les valeurs observées et calculées de la rentabilité espérée, au point que la recherche d'un minimum ne semble présenter aucun sens statistique. D'autres tentatives "hybrides" ont été menées en conservant la même mesure pour la rentabilité espérée (enquêtes), mais en reprenant les représentations précédentes des anticipations en ce qui concerne la consommation. Ces hypothèses ont été à nouveau drastiquement invalidées.

## Conclusion

---

<sup>48</sup> Concernant  $\text{Cov}_t$ , il faut noter que la variable  $1/C_{(t+1)}^g$  est principalement caractérisée par un trend décroissant, alors que la rentabilité réelle  $R_{(t+1)}$  est une grandeur stationnaire. Ce constat implique que, bien que fluctuant au cours du temps, la covariance ne peut avoir qu'une moyenne proche à zéro; mais cela ne signifie pas a priori qu'elle ne puisse connaître des fluctuations d'amplitudes significatives.

Les résultats présentés dans cet article montrent que nous n'avons pu (encore ?) trouver une représentation des anticipations – allant de la naïveté à la rationalité – permettant de valider le modèle d'évaluation des actions {RC-?-MP} fondé sur l'hypothèse jointe d'une rationalité des choix intertemporels {RC} de l'agent représentatif et de marchés parfaits {MP}. En fait, « tout se passe comme si » l'information contenue dans la chronique de consommation était trop pauvre pour pouvoir représenter la dynamique des rentabilités boursières.

Par conséquent, une nouvelle énigme (*puzzle*) émerge, celle de la non-explication par le modèle de l'histoire des rentabilités boursières. Une voie de recherche serait de relâcher aussi l'hypothèse d'indépendance entre les préférences de l'agent représentatif et l'état de la nature. Le coefficient d'aversion au risque  $\gamma$  (et/ou coefficient d'aversion à la substituabilité dans une forme plus générale de la fonction d'utilité) et le taux d'impatience  $r$  pourraient ainsi être conditionnés par rapport à des variables autres que la consommation. Mais suivant quelles variables? Une autre possibilité serait bien sûr d'admettre que la rationalité instrumentale {RC} résumée par l'équation d'Euler est elle-même trop restrictive pour traduire la réalité, et donc d'envisager une notion de rationalité dans laquelle les interactions entre les agents ne seraient plus neutralisées par l'agent représentatif.

## REFERENCES

- Abel (A.B.)**, An exploration of the effects of pessimism and doubt on asset return, NBER WP N°8132, 2001.
- Abou (A.) et Prat (G.)**, A propos de la rationalité des anticipations boursières: quel niveau d'agrégation des opinions?", *Revue d'Economie Politique*, (5), 647-69, 1997.
- Aiyagari (S.R.) et Mark (G.)**, Asset returns with transactions costs and undiversifiable individual risk, *Journal of Monetary Economics*, Vol. 27, N°3, Juin 1991, pp.311-31.
- Attanasio (O.), Banks (J.) et Tanner (S.)**, Asset holding and consumption volatility, *NBER Working Paper Series*, N°6567, Mai 1998, 30 p.
- Breeden (D.T.)**, An intertemporal asset pricing model with stochastic consumption and investment opportunities, *Journal of Financial Economics*, Vol.7, Sept. 1979, pp.265-96.
- Breeden (D.T.), Gibbons (M.R.) et Litzenberger (R.H.)**, Empirical tests of the consumption-oriented CAPM", *Journal of Finance*, Juin 1989, pp.231-62.
- Brock (W.A.)**, *Asset prices in a production economy*, in JJ. Mc Call ed, "The economics of information and uncertainty, University of Chicago Press, 1982.
- Campbell (J.Y.)**, Consumption and the stock market: interpreting international experience, *NBER Working Paper*, N°5610, Juin 1996, 40 p + annexes.
- Campbell (J.Y.) et Cochrane (J.H.)**, By force of habit: a consumption-based explanation of aggregate stock market behavior, *Journal of Political Economy*, 1999, Vol. 107 N°21, 205-51.
- Cechetti (S.G.), Lam (P.S.) et Mark (N.C.)**, Asset pricing with distorted beliefs: are equity returns too good to be true?, *American Economic Review*, 80, 787-805, 2000.

- Cho (J.) et Dokko (Y.),** Risk aversion in the expected and the non-expected utility functions, *Review of Quantitative Finance and Accounting*, 3, Décembre 1993, pp.421-27.
- Cochrane (J.H.),** Where is the market going? Uncertain facts and novel theories, *Economic Perspectives, A Review of the Federal Reserve Bank of Chicago*, Nov-Déc. 1997, pp.3-37.
- Cogley (T.),** A frequency decomposition of approximation errors in stochastic discount factor models, *International Economic Review*, May 2001, vol. 42, no. 2, pp. 473-503.
- Constantinides (G.M.),** Intertemporal asset pricing with heterogeneous consumers and without demand aggregation, *Journal of Business*, 55(2), 1982, pp.253-67.
- Constantinides (G.M.),** Habit formation: a resolution of the equity premium puzzle, *Journal of political Economy*, Vol.98, Juin 1990, pp.519-43.
- Echchihab (S.) et Jacquillat (B.),** Consommation, aversion au risque et rendement des actions: théorie et tests, *Finance*, Vol 8 1/1987, pp.105-124.
- Epaulard (A.) et Pommeret (A.),** L'énigme de la prime de risque: une application aux données françaises, *Revue d'Economie politique*, 111 (4), 2001, 611-37v.
- Epstein (L.G.) et Zin (S.E.),** Substitution, Risk aversion and the behavior of consumption and asset returns: a theoretical framework, *Econometrica*, 57, 1989, pp.937-69.
- Fama (E.),** Stock returns, expected return and real activity, *Journal of Finance*, Septembre 1990, 1089-1108.
- Feige (E.L.) et Pearce (D.K.),** Economically rational expectation: are innovations in the rate of inflation independant of innovations in measures of monetary and fiscal policy? *Journal of Political Economy*, Juin 1976, pp.499-522.
- Goetzman (W.) et Jorion (P.),** Global stock markets in the twentieth century, *Journal of Finance*, 54 (3), pp.953-80, 1999.
- Grandmont (J.M.),** Théorie de l'équilibre temporaire général, *Revue Economique*, Vol. 27, N°5, sept. 1976, pp.805-43.
- Grossman (S.J.),** On the efficiency of competitive stock markets where trades have diverse information, *Journal of Finance*, Vol.XXXI, N°2, 1976, 573-85.
- Grossman (S.J.) et Stiglitz (J.E.),** On the impossibility of informationally efficient markets, *Journal of Economic Theory*, Vol. 70, N°3, 1980, 393-408.
- Hansen (L.P.) et Jagannathan (R.),** Assesing specification errors in stochastic discount factor models, *Journal of Finance*, 52, 1997, 557-90.
- Hansen (L.P.), Sargent (T.J.) et Tallarini (T.D.),** Robust permanent income and pricing, University of Chicago, manuscrit, 1997.
- Heaton (J.H.),** An empirical investigation of asset pricing with temporally dependant preference specifications, *Econometrica*, Vol.63, Mai 1995, pp.681-717.
- Heaton (J.H.) et Lucas (D.J.),** The importance of investor heterogeneity and financial market imperfections for the behavior of asset prices, *Carnegie-Rochester, Serie Public Policy*, 1995.
- Heaton (J.H.) et Lucas (D.J.),** Evaluating the effects of incomplete markets on risk sharing and asset pricing, *Journal of Political Economy*, Vol.104, Juin 1996, pp.443-87.
- Huang (C.),** An Intertemporal General Equilibrium Asset Pricing Model: the case of a diffusion Information, *Econometrica*, 55, 1, pp.117-42.

- Goetzmann (W.) et Jorion (P.),** Global stock markets in the twentieth century, *Journal of Finance*, Vol. 54, N°3, 953-80.
- Kocherlakota (N.R.),** On tests of representative consumer asset pricing models, *Journal of Monetary Economics*, 26, 1990, pp.285-304.
- Kocherlakota (N.R.),** The equity premium: It's still a puzzle, *Journal of Economic Literature*, Vol 34, Mars 1996, pp.42-71.
- Labadie (P.),** Stochastic inflation and the equity premium, *Journal of Monetary Economics*, 24, 1989, pp.277-98.
- Lucas (R.E.),** Asset prices in an exchange economy, *Econometrica*, Novembre 1978, 46, pp.1429-45.
- Mele (A.),** *Dynamiques non linéaires, volatilité et équilibre*, Economica, Paris, 1998.
- Mankiw (G.N.) and Shapiro (M.D.),** Risk and returns: consumption beta versus market beta, *Review of Economics and Statistics*, 48, 1986, pp.452-59.
- Mankiw (N.G.) et Zeldes (S.P.),** The consumption of stockholders and non-stockholders, *Journal of Financial Economics*, 29, 1991, pp.97-112.
- Mehra (R.) et Prescott (E.),** The equity premium: a puzzle, *Journal of Monetary Economics*, 15, 1985, pp.145-61.
- Prat (G.),** *La bourse et la conjoncture économique*, Economica, Paris, 1982, 315 p.
- Prat (G.),** *Anticipations et évaluation des actions*, in "Monnaie, taux d'intérêt et anticipations", H. Kempf et W. Marois éd., Economica, Paris, 1992.
- Prat (G.),** Le modèle d'évaluation des actions confronté aux anticipations des agents informés, *Revue Economique*, N°1 1996, pp.85-110.
- Rietz (T.A.),** The equity risk premium: a solution, *Journal of Monetary Economics*, Juillet 1988, 22(1), pp.117-31.
- Schwert (G.W.),** Stock return and real activity: a century of evidence, *Journal of Finance*, Septembre 1990, 1237-57.
- Shiller (R.J.),** Do stock prices move too much to be justified by subsequent changes in dividends? *American Economic Review*, (71), 1981, pp.421-36.
- Shiller (R.J.),** *Market Volatility*, The MIT Press, N-Y, 1989, 464 p.
- Weil (P.),** The equity premium puzzle and the risk-free rate puzzle, *Journal of Monetary Economics*, Vol.24, Nov. 1989, pp.401-21.
- Whealey (S.),** Some tests of the consumption-based asset pricing model, *Journal of Monetary Economics*, 22, pp.193-215.