

Le Cycle d’Affaires et le Risque de Défaut

Hayette Gatfaoui*

François Radacal†

May 6, 2001

Abstract

L’objet de l’article est d’utiliser la relation existante entre le cycle économique et le risque de défaut pour déterminer des probabilités de détérioration de la situation financière des entreprises. Dans cette optique, nous tentons de caractériser l’influence des indicateurs macroéconomiques et/ou microéconomiques sur les obligations risquées émises par les entreprises privées. Pour notre étude, nous considérons les spreads de crédit d’obligations appartenant à trois secteurs économiques différents et pouvant appartenir à deux classes de rating. Nous modélisons la structure par terme des taux du Trésor américain par un processus de retour à la moyenne, ce qui nous permet d’obtenir des spreads de défaut. Ensuite, nous appliquons un modèle de choix binaire ou trinomial de type Probit aux variations mensuelles des spreads de défaut, ce qui nous permet alors d’estimer des probabilités de détérioration de la situation financière des entreprises d’un secteur économique donné, pour un rating et une maturité fixés.

1 Introduction

Communément appelé spread de crédit, le spread de taux sur obligation (ce spread pouvant être calculé soit relativement aux obligations du Trésor¹ - spread contre gouvernement, soit relativement aux taux de swap - spread contre swap) représente la rémunération exigée par les investisseurs en compensation du risque global encouru par la détention du titre considéré. Aussi, le spread de crédit ou encore la marge de crédit caractérise la perception du risque de crédit selon les investisseurs, ce qui explique son statut de mesure de risque de crédit. Dans le cadre d’un contrat, le risque de crédit peut se définir comme l’impossibilité

* et † doctorants au centre de recherche *TEAM Pôle Finance* (ESA 8059 du CNRS) de l’Université Paris I - Panthéon-Sorbonne : *Maison des Sciences Economiques*, 106-112, boulevard de l’Hôpital, 75013 Paris. [Emails](mailto:gatfaoui@univ-paris1.fr) : gatfaoui@univ-paris1.fr, radacal@hotmail.com .

¹L’Etat est considéré comme un émetteur ayant la caractéristique “zéro défaut”, il représente la sécurité de l’emprunt par excellence.

d'une contrepartie à satisfaire ses obligations contractuelles, engendrant par conséquent une perte financière pour le créancier. Le spread de crédit calculé dans ce contexte reflète alors une prime de risque sous la mesure de probabilité risque neutre, le risque de crédit étant un risque systématique (voir les études empiriques de Altman(1989), Litterman & Iben (1991), Fons(1994)).

L'évaluation des spreads de crédit rejoint essentiellement la branche de la littérature dite approche structurelle². L'objectif de cette approche est de déduire le prix du risque de défaut en modélisant la valeur des actifs d'une firme en relation avec ses dettes. Ce courant de recherche engendre des modèles dits *structurels*³ car ces derniers modélisent la structure du capital d'une firme. La plupart des modèles structurels se concentrent sur l'évaluation des obligations à risque de crédit ou titres assimilés, l'évaluation du risque de crédit se faisant par le calcul d'un spread de crédit à partir de données historiques associées au défaut. Les modèles structurels utilisent l'approche de Merton (1974) qui, à l'aide de la formule de pricing d'options proposée par Black & Scholes (1973), considère le risque de crédit comme un *put* de sous-jacent la valeur des actifs de la firme, de prix d'exercice la valeur de sa dette et d'échéance la date prévue pour le remboursement de la dette. Cependant, le cadre posé par le modèle de Merton est très restrictif car d'une part, le défaut ne peut avoir lieu qu'à la date d'échéance, et d'autre part, les taux d'intérêt sont constants par application des hypothèses de Black & Scholes. De plus, seules les obligations zéro coupon sont considérées par Merton. Aussi, Geske (1977) et Geske & Johnson (1984) étendent le modèle de Merton aux obligations risquées à coupons alors que Cox, Ingersoll & Ross (1980) appliquent la méthode d'évaluation de Merton à la dette risquée à taux variable pour déterminer les structures de paiement de coupon variable, qui diminuent voire éliminent le risque de taux d'intérêt.

Ensuite, Kim, Ramaswamy & Sundaresan (1993) et Shimko, Tejima & Van Deventer (1993) étendent le modèle de Merton en y considérant des taux d'intérêt stochastiques. Kim, Ramaswamy & Sundaresan étendent l'approche des modèles de premier temps de passage en supposant, à l'image de Longstaff & Schwartz (1995), une limite de défaut constante pour la valeur de la firme et en ayant recours à un processus racine carrée pour modéliser les taux d'intérêt. De manière analogue, Shimko, Tejima & Van Deventer déduisent des solutions analytiques pour les obligations zero coupon risquées en modélisant les taux d'intérêt par un processus de retour à la moyenne selon le modèle de Vasicek (1977). D'autres

²L'approche de l'évaluation du risque de crédit se décompose en deux catégories : une approche basée sur l'évolution de la valeur de la firme pour déterminer le défaut et le taux de recouvrement (modèles de *valeur de la firme*), et une approche dite de *forme réduite* spécifiant un processus de défaut exogène qui gouverne le déclenchement du défaut (modèles d'*intensité*). Le processus de défaut y est généralement représenté par un processus de Poisson et le taux de recouvrement est souvent une donnée exogène au modèle. Cette seconde voie de recherche est renseignée, entre autres, par Jarrow, Lando & Turnbull (1997); Duffie & Singleton (1995).

³Parmi les modèles structurels, se trouvent les modèles dits de *premier temps de passage*. Ces modèles utilisent le concept de la valeur de la firme pour déterminer l'instant de défaut (c'est le premier instant auquel la valeur de la firme franchit une valeur limite au-delà de laquelle la firme se retrouve dans une situation de défaillance pouvant se traduire par une illiquidité ou une insolvabilité suivant la définition du défaut adoptée).

modèles sont apparus, par la suite, de façon à incorporer à la fois des taux d'intérêt stochastiques ainsi qu'une limite de défaut endogène voire stochastique à l'évaluation du risque de défaut (*Saa-Requejo & Santa-Clara, 1999*). L'utilisation de taux d'intérêt stochastiques dans l'approche structurelle se justifie en effet par l'observation suivante : lorsque l'on calcule le spread contre gouvernement d'une obligation, le spread ainsi obtenu possède trois composantes correspondant à une prime de terme, une prime de liquidité et une prime de défaut. La prime de terme se déduit du spread ainsi construit en modélisant explicitement la structure par terme des taux du Trésor, ce qui permet d'endogénéiser le risque de taux d'intérêt dans l'évaluation du risque de crédit. Le spread de défaut considéré ne se compose alors plus que d'une caractéristique de liquidité et d'une caractéristique de défaut, caractéristiques encore indissociables à l'heure actuelle. Ainsi, lorsque la littérature mentionne le risque de défaut, il s'agit généralement de l'agrégation des rémunérations du risque de défaut et du risque de liquidité encourus par tout investisseur sur obligation.

En outre, s'il est connu que le cycle d'affaires a une influence sur le risque de défaut, peu de résultats sont proposés sur ce sujet dans la littérature. Aussi, nous proposons une petite étude économétrique afin d'explorer cette voie de recherche. A ce propos, M. Merli et H. Alexandre (2000) montrent que le rating affecté aux spreads de crédit n'incorpore pas toute l'information pertinente sur la qualité de crédit d'un émetteur, c'est-à-dire que le rating n'explique pas entièrement le niveau des spreads observés. En effet, la notation a pour objectif de caractériser la situation financière ou encore la solvabilité d'une entreprise, cette dernière étant définie par trois déterminants : la politique financière, l'adéquation des cash flows et la performance industrielle. Aussi, puisque la mesure du risque financier tient compte ex ante de la configuration comptable de l'entreprise, l'étude des auteurs précédemment cités suggère la recherche de l'information complémentaire non prise en compte dans le rating à travers les indicateurs économiques et boursiers qui influencent l'évolution des spreads.

Notre article se compose essentiellement de trois parties. La section 2 présente les données analysées, leurs propriétés ainsi que leur transformation en spreads de défaut. La section 3 décrit l'étude économétrique de type Probit entreprise pour le traitement de ces données ainsi que les résultats obtenus. Et enfin, la section 4 regroupe le résumé de la méthodologie utilisée ainsi que les remarques de conclusion. Une section supplémentaire regroupe, en annexe, les détails relatifs aux calculs économétriques et aux statistiques utilisées.

2 Les données

2.1 Description et propriétés

Nous considérons des taux du gouvernement américain et des taux obligataires sectoriels du marché américain, de fréquence mensuelle, issus de la base

Bloomberg, sur la période allant du mois d'Avril 1991 au mois de Novembre 2000, soit 116 observations par série de données. Ces taux obligataires à risque de crédit sont des taux dits *middle* (milieu entre le taux le plus haut et le taux le plus bas observés sur le mois considéré) et tous les taux pris en compte ici concernent les échéances suivantes : 1 an, 2 ans, 5 ans, 7 ans et 10 ans. Les secteurs d'activité américains pris en compte dans la base de données correspondent aux secteurs de l'industrie, des télécommunications et au secteur bancaire et financier. Les ratings associés à ces taux peuvent appartenir à deux classes seulement car nous disposons des ratings AAA et AA2 pour les secteurs de l'industrie et de la banque & finance, et des ratings A2 et A3 pour le secteur des télécommunications. Ces taux bénéficient de la notation dispensée par l'agence de notation *Moody's* pour laquelle la classe AAA représente les obligations de la meilleure qualité et de tout premier ordre (*gilt-edged* dont le risque est très faible), la classe AA représente les obligations de haute qualité appartenant aux classifications de premier plan (dont le risque est jugé faible), et la classe A représente les obligations de la catégorie supérieure des obligations de qualité moyenne (dont certains facteurs impliquent la possibilité d'une détérioration à l'avenir même si le risque est jugé faible). Les données analysées ici concernent donc les obligations dites *Investment grade*.

Nous associons à ces données, sur la même période avec la même fréquence, les variables du marché et de l'économie américains suivantes issues de la base *Datastream* : le taux de chômage, les ventes aux détail, la production industrielle, le taux d'inflation, la capitalisation du marché boursier, des indicateurs sur le PER et le dividende du marché, l'indice boursier Standard & Poors 500 ainsi que les indices boursiers Standard & Poors portant sur les secteurs des services, de la finance, de l'industrie et de la banque. Ce sont des variables destinées à servir d'indicateurs de l'évolution des spreads de crédit.

Avant toute opération, nous nous sommes intéressés à la caractéristique de stationnarité des séries considérées. Pour cela, nous utilisons la statistique de test de Phillips & Perron (1988) car celle-ci est robuste à l'hétéroscédasticité. Nous concluons que les séries ne sont pas stationnaires, mais qu'elles sont intégrées à l'ordre 1 (i. e.: $I(1)$, c'est-à-dire que les différences premières des séries sont stationnaires). Les statistiques de test associées figurent en annexe (section 5.1).

2.2 Modélisation de la structure par terme

Nous voulons calculer un spread de crédit épuré du risque de taux aussi, plutôt que de retrancher simplement les taux du Trésor aux taux sur obligation, nous retranchons les taux d'intérêt obtenus suivant une modélisation choisie pour les taux du Trésor. En relation avec l'étude de Shimko, Tejima & Van Deventer (1993) et en relation avec le comportement empirique observé, nous choisissons un processus de retour à la moyenne pour modéliser les taux du

Trésor. Cette approche se justifie par l'action continue du gouvernement pour maintenir les taux à leur niveau via des politiques monétaires pertinentes. Ces interventions ayant pour but de stabiliser les taux d'intérêt à moyen ou long terme.

Nous introduisons les notations suivantes, soient :

- T l'horizon de temps (en années) associé au taux du Trésor considéré avec ici $T \in \{1, 2, 5, 7, 10\}$ an(s);
- $r(t, T)$ le taux du Trésor à la date courante t , pour l'horizon T ;
- la date courante est définie telle que $t \in \{1, \dots, 116\}$ où l'indice 1 correspond au mois d'avril 1991 et l'indice 116 correspond au mois de novembre 2000.

Nous stipulons la dynamique d'un processus d'Ornstein-Uhlenbeck pour ces taux d'obligations du Trésor américain : $\forall T$,

$$\begin{cases} dr(t, T) = a(T) [b(T) - r(t, T)] dt + \sigma(T) dW(t) \\ r(1, T) = r_1(T) \end{cases}$$

avec

a, b constantes dépendant de l'horizon de temps T considéré (pour un secteur donné);

$r_1(T)$ valeur initiale du taux associé à l'horizon T ;

$(W(t))$ mouvement brownien standard.

Cette spécification implique la relation suivante $\forall t \geq t'$:

$$r(t, T) - e^{-a(T)(t-t')} r(t', T) \sim N \left(b(T) \left[1 - e^{-a(T)(t-t')} \right], \sigma^2(T) \frac{1 - e^{-2a(T)(t-t')}}{2a(T)} \right)$$

où $N(x, y)$ représente la loi normale univariée de paramètres x et y .

La modélisation de cette dynamique relative à l'évolution des taux d'intérêt revient, pour un horizon de temps T fixé et pour un secteur d'activité donné, à

estimer les paramètres du modèles à savoir $\theta = \begin{bmatrix} a(T) \\ b(T) \\ \sigma(T) \end{bmatrix}$. Nous estimons ces

paramètres à l'aide de la méthode des moments généralisés, ce qui nous permet d'obtenir les résultats suivants pour un seuil de test de 5 % :

T	a(T)	b(T)	$\sigma(T)$
1	0.034402	5.176859	0.257053
2	0.065100	5.426553	0.291695
5	0.086543	5.883120	0.290905
7	0.081158	6.041431	0.276278
10	0.066900	6.115268	0.260239

Pour les détails statistiques relatifs aux paramètres θ , le lecteur est invité à consulter l'annexe (section 5.2).

La modélisation des taux du Trésor américain nous permet alors de calculer des spreads de défaut agrégés avec le risque de liquidité. En effet, nous savons que tout spread de crédit s'estime comme suit :

$$r_c(t, T) - r(t, T) = r_d(t, T) + r_l(t, T)$$

avec

$r_c(t, T)$: taux obligataire à risque de crédit considéré à la date t , pour l'horizon de temps T ;

$r_d(t, T)$: partie du spread de crédit caractéristique du risque de défaut à proprement parler;

$r_l(t, T)$: partie du spread de crédit caractéristique du risque de liquidité.

Sauf mention contraire, nous utilisons par la suite la notion de risque de défaut pour qualifier l'agrégation du risque de défaut et du risque de liquidité. La procédure précédente nous permet ainsi de calculer des spreads de défaut en isolant le risque de taux d'intérêt. Les spreads en question sont obtenus moyennant quelques ajustements. Plus précisément, nous calculons les spreads de défaut en retranchant les modélisations des taux du Trésor pour les horizons considérés (i. e. : les maturités considérées) aux taux des obligations risquées de même maturité. Les taux modélisés étant issus de simulations selon la méthode de Monte Carlo, les spreads obtenus sont parfois négatifs, ce qui est contradictoire avec leur définition propre. Aussi, pour remédier à cette incohérence, nous imposons à tous les spreads de défaut calculés qui sont négatifs, d'être nuls. Sur un nombre de 116 observations, le pourcentage de valeurs conservées après la modification mentionnée *supra* varie globalement entre 62% et 84% suivant les horizons, ratings et secteurs considérés. Les spreads de défaut ainsi calculés s'avèrent être des séries intégrées d'ordre 1 (dont les statistiques associées figurent en section 5.1 de l'annexe).

3 Méthodologie

Dans cette partie, nous considérons les spreads de crédit épurés du risque de taux, c'est-à-dire les spreads de défaut (risque de liquidité inclus).

3.1 Spreads de défaut et cycle d'affaires

Nous tentons ici de mettre en évidence l'influence du cycle économique sur l'évolution des spreads de défaut. Pour ce faire, nous recherchons les liens éventuels entre les dits spreads de taux et les variables macroéconomiques et microéconomiques en ayant recours à des méthodes économétriques ou statistiques.

Puisque notre intérêt se porte sur les variations mensuelles des niveaux de spreads suite aux évolutions mensuelles de l'économie et de la bourse américaines, nous considérons donc les différences premières des séries de données dont nous disposons. Cela nous permet par conséquent de faire une analyse en variation mensuelle. Nous optons pour une méthode d'analyse en composante principale (ACP) pour caractériser l'influence du cycle d'affaires sur l'évolution des spreads de défaut. L'ACP est une méthode statistique qui a pour but de déterminer les variables (microéconomiques et macroéconomiques) qui sont les plus proches, en termes de distance statistique⁴, des spreads de défaut. Cette méthode permet de sélectionner les variables pertinentes dont les variations influent sur l'évolution des spreads de défaut. La sélection des variables, dans le cadre de l'ACP, se fait relativement aux trois premiers axes factoriels dont le pourcentage d'inertie (pour les axes 1 et 2 ainsi que pour les axes 1 et 3) varie entre 53% et 57%. Cette caractéristique suggère la nécessité, si possible, d'ajouter d'autres indicateurs microéconomiques et macroéconomiques importants pour l'évolution des spreads de défaut afin d'améliorer la quantité d'information disponible. En particulier, nous constatons que les 3 premiers axes factoriels, qui sont sensés caractériser le mieux les spreads de défaut, ne représentent pas très bien les spreads de défaut suivants : SIN01YAA2, STL01YA2, STL02YA2, SIN05YAA2 et SBF10YAA2.

Cette méthode d'analyse factorielle permet de déduire les dépendances suivantes (en termes d'analyse des différences premières) :

⁴Cette méthode repose sur les concepts d'information et d'entropie. Elle consiste à rechercher les variables apportant une information complémentaire sur l'évolution des spreads de défaut. En fait, l'ACP s'apparente à une méthode de régression non linéaire.

Spread	Variable(s) influente(s)
SBF01YAA2	S_PTPUB, USCP_E
SBF02YAA2	S_PTFIN, USCP_E, USUNRATEE
SBF05YAA2	S_PTFIN, TOTMKUS, USINPRODG
SBF07YAA2	S_PTPUB, TOTMKUS_DY, USINPRODG
SBF10YAA2	TOTMKUS, USCP_E
SIN01YAA2	S_PTFIN, TOTMKUS_DY, USINPRODG
SIN02YAA2	TOTMKUS_PE, USRETTOTB, USUNRATEE
SIN05YAA2	S_PBANK, S_PTPUB
SIN07YAA2	S_PTPUB, TOTMKUS
SIN10YAA2	S_PTPUB, TOTMKUS_PE, USUNRATEE
STL01YA2	TOTMKUS_PE, USUNRATEE
STL02YA2	S_PTPUB, S_PTFIN
STL05YA2	S_PTPUB, TOTMKUS_PE, USRETTOTB, USCP_E
STL07YA2	S_PTPUB, TOTMKUS_PE, USRETTOTB
STL10YA2	S_PTPUB, TOTMKUS, USRETTOTB

Rappelons que les légendes relatives aux variables explicatives présentées dans ces tableaux se trouvent en annexe (section 5.1).

Spread	Variable(s) influente(s)
SBF01YAAA	S_PTPUB, USINPRODG, USRETTOTB
SBF02YAAA	S_PTFIN, TOTMKUS_DY, USUNRATEE
SBF05YAAA	S_PTPUB, USRETTOTB, USUNRATEE
SBF07YAAA	S_PTPUB, USRETTOTB, USUNRATEE
SBF10YAAA	S_PTFIN, USRETTOTB, USUNRATEE
SIN01YAAA	S_PTPUB, USINPRODG, USRETTOTB
SIN02YAAA	S_PINDS, TOTMKUS_DY, USUNRATEE
SIN05YAAA	S_PTPUB, USRETTOTB
SIN07YAAA	S_PTPUB, USRETTOTB, USUNRATEE
SIN10YAAA	S_PTFIN, USRETTOTB, USUNRATEE
STL01YA3	S_PTPUB, USINPRODG, USRETTOTB
STL02YA3	S_PBANK, TOTMKUS_DY, USRETTOTB
STL05YA3	S_PTPUB, USRETTOTB, USUNRATEE
STL07YA3	S_PTPUB, USRETTOTB, USUNRATEE
STL10YA3	S_PTPUB, TOTMKUS_PE, USRETTOTB, USUNRATEE

Maintenant que nous connaissons les variables influençant les évolutions de chacun des spreads de défaut, nous allons par la suite utiliser ces variables pour tenter de caractériser le risque associé aux spreads de défaut.

3.2 Modèle Probit

L'objectif est ici de traduire les spreads de défaut, à l'aide des facteurs influençant leur évolution, sous la forme d'une probabilité liée à la probabilité de défaut (qui caractérise la probabilité d'une détérioration irréversible de la situation de l'entreprise considérée). Pour ce faire, nous optons pour une modélisation de type Probit qui va nous permettre de caractériser une probabilité de détérioration de la situation financière associée à un secteur d'activité, un rating et un horizon donnés. Le risque financier va donc être caractérisé selon trois dimensions à l'aide des variables mises en évidence dans la section précédente.

Le modèle Probit fait partie de la famille des *modèles de choix binaire* qui sont une classe de modèles à variable dépendante binaire : la variable dépendante ne peut prendre que deux valeurs qui sont 0 ou 1. En général, cette variable représente l'occurrence d'un événement ou un choix entre deux alternatives. La finalité de la modélisation est la quantification de la relation existante entre la probabilité d'occurrence de l'événement ou du choix et un ensemble de facteurs donnés. Formellement, la probabilité d'occurrence d'un événement est une fonction des effets pertinents qui correspondent aux paramètres du modèle. De plus, le modèle binaire est motivé par la spécification de variables latentes, c'est-à-dire non observées.

Posons les concepts suivants : $\forall i \in \{2, \dots, 116\}$

$$\begin{aligned} Y_i &= 1 \text{ si la variation première du spread de défaut considéré est négative;} \\ Y_i &= 0 \text{ sinon.} \end{aligned}$$

Avec

$$\begin{aligned} P(Y_i = 1 \mid X_i, \beta) &= 1 - F(-\beta' X_i) \\ P(Y_i = 0 \mid X_i, \beta) &= F(-\beta' X_i) \end{aligned}$$

où

$F(\cdot)$: fonction de répartition qui détermine le type de modèle binaire;

X_i : vecteur des variables explicatives, en date i , qui influent sur l'occurrence de l'événement considéré;

β : vecteur des coefficients affectés aux variables explicatives.

Notons que, pour ce qui nous concerne, les variables explicatives sont les différences premières des variables économiques et boursières citées en section précédente, qui influencent l'évolution des (différences premières des) spreads de

défaut en fonction du secteur d'activité, de la maturité et du rating considérés. De plus, l'expression $P(Y_i = 0 | X_i, \beta)$ caractérise la probabilité de détérioration⁵ de la situation financière des entreprises d'un secteur économique donné et pour une maturité fixée. Etant donnée cette spécification, les paramètres de ce modèle sont généralement estimés par la méthode du maximum de vraisemblance et la variable latente Y_i^* associée, qui est supposée liée de façon linéaire à X_i , est définie comme suit :

$$Y_i^* = \beta' X_i + \varepsilon_i$$

où ε_i est une perturbation aléatoire. Alors, la variable dépendante observée est déterminée par le franchissement ou non d'un seuil donné pour Y_i^* soit:

$$Y_i = \begin{cases} 1 & \text{si } Y_i^* > 0 \\ 0 & \text{si } Y_i^* \leq 0 \end{cases}$$

Le seuil est ici posé à zéro, mais ce choix est sans importance dès lors qu'un terme constant est inclus dans la définition de X_i . Dans ce cas, nous avons :

$$\begin{aligned} P(Y_i = 1 | X_i, \beta) &= P(Y_i^* > 0) \\ &= P(\beta' X_i + \varepsilon_i > 0) \\ &= 1 - F(-\beta' X_i) \end{aligned}$$

où $F(\cdot)$ est la fonction de répartition de la loi suivie par la perturbation ε . C'est alors la spécification choisie pour la loi de la perturbation qui caractérise le modèle binaire. En effet, le modèle binaire est dit :

- Probit si $F(\cdot)$ est représentative d'une loi normale standard, soit :

$$P(Y_i = 1 | X_i, \beta) = 1 - N(-\beta' X_i) = N(\beta' X_i)$$

où $N(\cdot)$ est la fonction de répartition de la loi normale standard telle que

$$N(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{u^2}{2}} du.$$

- Logit si $F(\cdot)$ est représentative de la loi logistique, soit :

$$P(Y_i = 1 | X_i, \beta) = \Lambda(\beta' X_i) = \frac{e^{\beta' X_i}}{1 + e^{\beta' X_i}}$$

⁵Notons que le cas où $Y_i = 0$, sensé représenter une détérioration de la situation financière (la variation première du spread est supérieure ou égale à zéro), englobe aussi les scénarios économiques et financiers pour lesquels la situation financière reste stable (la variation première du spread est nulle). Nous renvoyons le lecteur à l'annexe (section 5.3.1) pour une discussion à ce propos. Lorsque le spread de défaut se creuse, cela signifie que le risque financier augmente. Donc, lorsque la différence première du spread est positive (strictement), la situation financière se détériore. Et, lorsque cette différence est négative, auquel cas le spread se resserre, la situation s'améliore.

où $\Lambda(\cdot)$ est la fonction de répartition de la loi logistique. La distribution logistique est semblable à la loi normale sauf au niveau de ses queues de distribution qui sont considérablement plus épaisses⁶.

- Gompit si $F(\cdot)$ est représentative d'une loi prenant en compte les valeurs extrêmes comme, par exemple, la loi de Weibull, soit :

$$P(Y_i = 1 | X_i, \beta) = \exp\left(-e^{-\beta' X_i}\right)$$

où $F(x) = 1 - \exp(-e^x)$. La loi de Weibull a une distribution asymétrique de façon à insister sur la probabilité d'occurrence de l'événement.

Enfin, notons que chacune des réponses binaires du modèle discret considéré représente l'occurrence d'un événement, ce qui nous permet d'écrire :

$$\begin{aligned} E(Y_i | X_i, \beta) &= 1 \times P(Y_i = 1 | X_i, \beta) + 0 \times P(Y_i = 0 | X_i, \beta) \\ &= P(Y_i = 1 | X_i, \beta) \end{aligned}$$

auquel cas

$$Y_i = 1 - F(\beta' X_i) + \tilde{\varepsilon}_i$$

où $\tilde{\varepsilon}_i$ représente la déviation de Y_i par rapport à sa moyenne conditionnelle. Alors, nous avons :

$$\begin{aligned} E(\tilde{\varepsilon}_i | X_i, \beta) &= 0 \\ \text{Var}(\tilde{\varepsilon}_i | X_i, \beta) &= F(-\beta' X_i) (1 - F(-\beta' X_i)) \end{aligned}$$

Pour évaluer la probabilité d'amélioration de la situation financière, nous allons appliquer un modèle binaire de type Probit aux spreads de défaut. Notons que la spécification choisie nous permet de calculer des probabilités empiriques d'amélioration et de détérioration de la situation financière des entreprises. Les calculs et commentaires sont présentés en annexe (section 5.3.1). Nous remarquons un comportement particulier en fonction de la maturité pour les spreads dont le rating est AA2 et A2. Sur la période considérée, la probabilité empirique moyenne de détérioration augmente jusqu'à une maturité de 2 ans où elle atteint un pic, puis diminue jusqu'à une maturité de 10 ans. Ce comportement est valable pour le secteur industriel et le secteur de la banque & finance. Pour le secteur des télécommunications, cette probabilité moyenne de détérioration évolue de la même façon en fonction de la maturité, excepté que le maximum est atteint pour une maturité de 5ans. Les évolutions sont différentes pour les spreads dont le rating est AAA et A3. Les probabilités empiriques moyennes de

⁶En fait, la loi logistique est assimilée à une loi de Student à 7 degrés de liberté tandis que la loi normale standard est assimilée à une loi de Student dont le nombre de degrés de liberté est infini. Pour plus de détails, le lecteur est invité à consulter l'ouvrage de Greene (1998).

détérioration du secteur de la banque & finance et du secteur des télécommunications augmentent jusqu'à une maturité de 5 ans pour atteindre un pic, puis diminuent jusqu'à une maturité de 10 ans. Le comportement de la probabilité moyenne de détérioration relative au secteur industriel est totalement différent puisque : elle diminue entre les maturités de 1 et 5 ans; elle augmente ensuite entre les maturités de 5 et 7 ans pour diminuer jusqu'à la maturité de 10 ans (en passant au-dessous de son niveau pour la maturité de 1 an).

3.3 Résultats économétriques

Nous estimons ici un modèle Probit relatif à la probabilité d'amélioration de la situation financière des entreprises pour un secteur économique, un rating et une maturité donnés, auquel cas la probabilité de détérioration financière sera égale à $P(Y_i = 0 | X_i, \beta) = 1 - P(Y_i = 1 | X_i, \beta) = N(\beta' X_i)$. Pour chaque étude de spread de défaut, les variables explicatives sont celles énoncées en section 3.1 et la méthode d'estimation correspond au maximum de vraisemblance.

Dans cette section, lorsque nous citons une variable ou un spread de défaut donnés, il s'agit de sa différence première. De plus, du fait de leur faible représentativité statistique signalée en section 3.1, nous ne traitons pas les variables suivantes : SIN01YAA2, STL01YA2, STL02YA2, SIN05YAA2 et SBF10YAA2. Les variables n'ayant aucune utilité dans l'estimation des probabilités d'amélioration de la situation financière sont exclues de la modélisation. Signalons que, lors de l'estimation des modèles probit associés à chaque spread de défaut, nous avons conservé à chaque fois la constante dans les paramètres explicatifs même si celle-ci ne semblait pas significative. Nous justifions cette attitude par le fait suivant : en l'absence de constante, il nous faut fixer un seuil particulier pour la variable latente. Or, il nous est difficile d'en fixer un de façon appropriée à moins de le faire de manière ad hoc, ce qui semble peu rigoureux.

Après estimation des modèles, nous obtenons donc les résultats suivants pour des seuils de tests égaux à 5 % :

LR : statistique du ratio de vraisemblance
z - stat : z-statistique

Ratings AA2 et A2 :

Spread	LR	Modèle		
		variable	β_i	z-stat
SBF01YAA2	5.586478	C	-0.558269	-2.299431
		S_PTPUB	0.038229	2.013210
		USCP_E	0.903310	1.521152
SBF02YAA2	4.413007	C	-0.307996	-2.526572
		USUNRATEE	1.993435	2.064657
SBF05YAA2	8.022919	C	-0.223030	-1.758216
		S_PTFIN	0.113485	2.457428
		TOMKUS	-0.020075	-2.424256
SBF07YAA2	4.328197	C	-0.294096	-2.385615
		S_PTPUB	0.037333	2.027075
SIN02YAA2	4.774640	C	-0.233792	-1.554288
		USRETTOTB	-0.000163	-1.789403
		USUNRATEE	1.265626	1.342982
SIN07YAA2	4.643399	C	-0.325790	-2.525369
		S_PTPUB	0.028940	1.612312
		TOMKUS	-0.006737	-1.390529
SIN10YAA2	7.016349	C	-0.324264	-2.541987
		S_PTPUB	0.028732	1.567674
		TOMKUS_PE	-0.229017	-1.402859
		USUNRATEE	1.575978	1.635322
STL05YA2	11.57837	C	-0.537889	-2.123509
		S_PTPUB	0.038501	1.968286
		USRETTOTB	-0.000238	-2.423398
		USCP_E	1.023554	1.672000
STL07YA2	6.702783	C	-0.126884	-0.822241
		S_PTPUB	0.023027	1.251018
		USRETTOTB	-0.000194	-2.086965
STL10YA2	8.739476	C	-0.008638	-0.055822
		S_PTPUB	0.020524	1.109815
		USRETTOTB	-0.000240	-2.555734

La modélisation Probit relative aux ratings AA2 et A2 présente les caractéristiques de performance suivantes (où % *Correct* est le pourcentage de bonnes classifications et % *Incorrect* son inverse, ceci pour un seuil de séparation de 50% pour les probabilités affectées à chaque événement) :

Spread	% Correct	% Incorrect
SBF01YAA2	60.87	39.13
SBF02YAA2	65.22	34.78
SBF05YAA2	64.35	35.65
SBF07YAA2	60.00	40.00
SIN02YAA2	67.83	32.17
SIN07YAA2	62.61	37.39
SIN10YAA2	63.48	36.52
STL05YA2	65.22	34.78
STL07YA2	62.61	37.39
STL10YA2	63.48	36.52

Ratings AAA et A3 :

Spread	LR	Modèle		
		variable	β_i	z-stat
SBF01YAAA	5.565825	C	-0.096587	-0.655933
		USRETTOTB	-0.000213	-2.319913
SBF02YAAA	10.95986	C	-0.0365029	-2.740657
		S_PTFIN	-0.061902	-1.879180
		TOTMKUS_DY	-8.7252248	-2.707553
		USUNRATEE	1.758095	1.781729
SBF05YAAA	8.534385	C	-0.210235	-1.350364
		S_PTPUB	0.032447	1.711583
		USRETTOTB	-0.000203	-2.132125
SBF07YAAA	10.18130	C	0.025715	0.368302
		USRETTOTB	-0.000251	-2.688154
		USUNRATEE	1.683252	1.743068
SBF10YAAA	14.30183	C	0.016754	0.408675
		USRETTOTB	-0.000246	-2.638232
		USUNRATEE	2.839760	2.750466

SIN01YAAA	4.296263	variable	β_i	z-stat
		C	-0.261839	-1.765205
		USRETTOTB	-0.000189	-2.043460
SIN02YAAA	4.095860	variable	β_i	z-stat
		C	-0.472039	-3.593202
		S_PINDS	-0.007621	-1.436745
		TOTMKUS_DY	-7.078016	-2.023675
SIN05YAAA	9.754239	variable	β_i	z-stat
		C	-0.188459	-1.205311
		S_PTPUB	0.032728	1.715840
		USRETTOTB	-0.000227	-2.361628
SIN07YAAA	10.31197	variable	β_i	z-stat
		C	-0.205573	-1.349976
		USRETTOTB	-0.000206	-2.192753
		USUNRATEE	2.416766	2.401920
SIN10YAAA	12.59564	variable	β_i	z-stat
		C	-0.115436	-0.755766
		USRETTOTB	-0.000246	-2.611637
		USUNRATEE	2.520176	2.476197
STL01YA3	10.49363	variable	β_i	z-stat
		C	-0.008447	-0.054920
		S_PTPUB	0.042963	2.262948
		USRETTOTB	-0.000190	-2.070798
STL02YA3	5.209686	variable	β_i	z-stat
		C	-0.095565	-0.617552
		S_PBANK	-0.013329	-1.500814
		TOTMKUS_DY	-4.680469	-1.602555
		USRETTOTB	-0.000158	-1.722662
STL05YA3	6.293138	variable	β_i	z-stat
		C	-0.377525	-3.022082
		S_PTPUB	0.045762	2.409682
STL07YA3	6.265839	variable	β_i	z-stat
		C	-0.139776	-0.906302
		S_PTPUB	0.028077	1.527249
		USRETTOTB	-0.000165	-1.793944
STL10YA3	7.022711	variable	β_i	z-stat
		C	0.466661	0.312497
		USRETTOTB	-0.000239	-2.585445

Les performances des modèles probit pour les ratings AAA et A3 sont les suivantes (toujours pour un seuil de séparation des probabilités de 50 %) :

Spread	% Correct	% Incorrect
SBF01YAAA	62.61	37.39
SBF02YAAA	66.09	33.91
SBF05YAAA	56.95	43.05
SBF07YAAA	66.96	33.04
SBF10YAAA	58.09	41.91
SIN01YAAA	66.09	33.91
SIN02YAAA	66.09	33.91
SIN05YAAA	57.43	42.57
SIN07YAAA	73.04	26.96
SIN10YAAA	70.43	29.57
STL01YA3	59.13	40.87
STL02YA3	61.74	38.26
STL05YA3	65.22	34.78
STL07YA3	61.74	38.26
STL10YA3	63.48	36.52

Moyennant ces caractéristiques et ces estimations, nous pouvons alors, sur la période de temps considérée, obtenir les estimations des probabilités moyennes d'amélioration, et par symétrie, de détérioration de la situation financière pour un secteur, un rating et une maturité donnés. Les résultats sont présentés ci-dessous :

p_a = probabilité d'amélioration de la situation financière

p_d = $1 - p_a$ = probabilité de détérioration de la situation financière

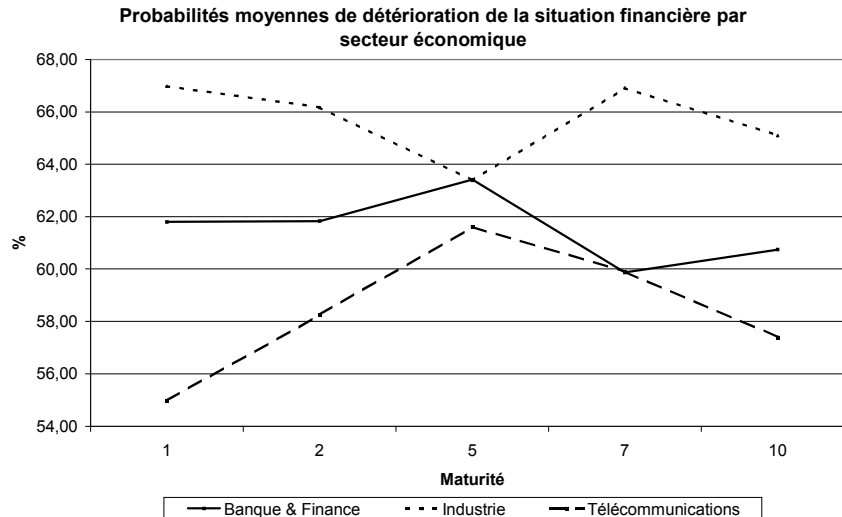
Spread	p_a (%)	p_d (%)
SBF01YAA2	42.60	57.40
SBF02YAA2	36.55	63.45
SBF05YAA2	40.22	59.78
SBF07YAA2	40.91	59.09
SIN02YAA2	33.94	66.06
SIN07YAA2	37.36	62.64
SIN10YAA2	37.40	62.60
STL05YA2	36.64	63.36
STL07YA2	39.23	60.77
STL10YA2	41.83	58.17

Pour les ratings AA2 et A2, les probabilités de détérioration associées aux spreads de défaut ont des comportements irréguliers en fonction de leur maturité.

Spread	p_a (%)	p_d (%)
SBF01YAAA	38.20	61.80
SBF02YAAA	38.17	61.83
SBF05YAAA	36.58	63.42
SBF07YAAA	40.13	59.87
SBF10YAAA	39.26	60.74
SIN01YAAA	33.03	66.97
SIN02YAAA	33.83	66.17
SIN05YAAA	36.62	63.38
SIN07YAAA	33.09	66.91
SIN10YAAA	34.90	65.10
STL01YA3	45.02	54.98
STL02YA3	41.75	58.25
STL05YA3	38.39	61.61
STL07YA3	40.09	59.91
STL10YA3	42.60	57.40

D'après les estimations de probabilités pour les ratings AAA et A3, nous constatons que les probabilités moyennes de détérioration associées aux spreads de défaut présentent une évolution en fonction de la maturité :

- pour le secteur banque & finance, la probabilité de détérioration augmente jusqu'à une maturité de 5 ans où elle atteint son maximum, puis diminue immédiatement pour la maturité de 7 ans où elle atteint un niveau minimum. Ensuite, la probabilité de détérioration de ce secteur croît à nouveau jusqu'à la maturité de 10 ans tout en restant inférieure à son niveau maximum.
- pour le secteur industriel, la probabilité de détérioration diminue pour atteindre un minimum à la maturité de 5 ans, puis augmente immédiatement pour la maturité de 7 ans. Ensuite, cette probabilité décroît pour la maturité longue de 10 ans tout en restant supérieure à son niveau minimum.
- pour le secteur des télécommunications, la probabilité de détérioration estimée augmente jusqu'à la maturité de 5 ans où elle atteint un maximum. Ensuite, elle se met à décroître continuellement.



Lorsque nous ordonnons les spreads de la probabilité de détérioration la plus faible vers la plus élevée, pour une maturité fixée, nous obtenons le classement suivant :

- STL01YA3, SBF01YAAA, SIN01YAAA;
- STL02YA3, SBF02YAAA, SIN02YAAA;
- STL05YA3, SIN05YAAA, SBF05YAAA;
- SBF07YAAA, STL07YA3, SIN07YAAA;
- STL10YA3, SBF10YAAA, SIN10YAAA.

Ainsi, pour les horizons de un, deux et dix ans, la probabilité moyenne de détérioration est la plus faible pour le secteur des télécommunications ; ensuite viennent le secteur de la banque & finance, et enfin le secteur industriel pour lequel la probabilité de détérioration est la plus élevée. Pour un horizon de cinq ans, le classement par ordre croissant des probabilités moyennes de détérioration fait intervenir le secteur des télécommunications, puis celui de l'industrie et enfin celui de la banque & finance. Quant à l'horizon de sept ans, le classement par ordre croissant de probabilité moyenne de détérioration est le suivant : le secteur banque & finance est en première position, puis le secteur des télécommunications se place en deuxième position, et enfin le secteur industriel se positionne à la troisième place.

Toutes maturités confondues, nous obtenons une probabilité moyenne de détérioration de la situation financière définie ci-dessous par la moyenne des probabilités effectuée sur toutes les maturités dont nous disposons :

Secteur économique	Probabilité de détérioration (%)
Banque & Finance	61.532
Industrie	65.706
Télécommunications	58.430

Le classement par ordre croissant de la probabilité moyenne de détérioration de la situation financière relative à chaque secteur d'activités considéré est le suivant : secteur des télécommunications, secteur de la banque & finance et secteur de l'industrie.

Compte tenu de la remarque effectuée dans la note n° 5 en page 10, nous réitérons l'analyse exposée *supra* et observons les résultats obtenus dans le cadre d'un modèle Probit à réponse trinomiale dans lequel trois événements distincts sont considérés : l'amélioration de la situation financière des entreprises, sa stabilité et sa détérioration éventuelle. Pour toute description de la méthodologie ainsi que pour l'exposé des calculs et du raisonnement, nous renvoyons le lecteur à la section 5.3.2 en annexe. D'après l'analyse comparative des résultats obtenus, notre conclusion est la suivante : selon les secteurs économiques, horizons et ratings considérés, un modèle probit binaire ou trinomial semble plus ou moins adapté. La procédure à suivre consiste donc à estimer, dans un premier temps, un modèle probit à réponse trinomiale, puis ensuite, si nécessaire, un modèle probit à réponse binomiale. Il faut par conséquent adopter une approche mixte pour évaluer, à partir des spreads de défaut construits ainsi que du contexte économique et financier, la probabilité de détérioration de la situation financière des entreprises en fonction du secteur, du rating et de la maturité considérés.

4 Conclusion

Dans notre article, nous effectuons une étude des spreads de défaut que nous calculons comme la différence entre le taux de l'obligation considérée et la modélisation des taux associée aux obligations du Trésor de caractéristiques similaires. Nous ajustons les spreads de taux ainsi obtenus en annulant les valeurs négatives afin de conserver la cohérence de la mesure de risque étudiée dans ce papier. Notre échantillon, composé de données de fréquence mensuelle, couvre la période allant du mois d'avril 1991 au mois de novembre 2000. Sur cet historique, nous déterminons, à l'aide d'une ACP, les indicateurs macroéconomiques et microéconomiques dont les variations mensuelles influencent les évolutions mensuelles des spreads de défaut. Ce procédé nous permet alors d'estimer des probabilités de détérioration de la situation financière des entreprises pour un secteur économique, un horizon et un rating donnés. Nous caractérisons le

risque financier en ayant recours à une modélisation de type Probit qui permet d'estimer les probabilités de détérioration. D'après notre analyse, nous constatons que, sur la période considérée, ces probabilités de détérioration de la situation financière varient, en moyenne, en fonction du secteur économique, du rating et de la maturité considérés. De plus, relativement aux ratings AA2 et A2, la modélisation des probabilités moyennes de détérioration de la solvabilité des entreprises fait intervenir, dans dix cas sur quinze, un modèle probit à réponse trinomiale, les cinq autres cas requérant un modèle probit à réponse binomiale. Inversement, en ce qui concerne les ratings AAA et A3, le recours à un modèle probit binomial intervient dans dix cas sur quinze tandis que la modélisation de type probit trinomial intervient dans les cinq autres cas (voir les résultats reportés en annexe).

Les résultats sont à interpréter avec prudence d'autant plus que l'information apportée peut être complétée en ajoutant des indicateurs économiques et boursiers pertinents dont notamment un indice sur valeurs technologiques ou certains indicateurs économiques avancés. En ce qui concerne le type de modélisation retenu pour chaque classe de rating, la prédominance d'une modélisation Probit trinomiale pour les ratings AA2 et A2 peut indiquer l'influence éventuelle de la modification imposée aux spreads de défaut "simulés" en section 2.2 . En revanche, la tendance générale à une modélisation Probit binaire observée pour les ratings AAA et A3 semble indiquer l'absence de toute influence de la modification effectuée suite à la "simulation" des spreads de défaut.

Cette étude, qui est loin d'être exhaustive, sert à observer les caractéristiques du défaut à travers l'évolution du cycle économique. L'idéal serait, sous réserve de posséder une base suffisamment renseignée, de faire cette analyse sur un nombre de secteurs plus important, et sur le maximum de classes de rating possibles ("speculative grade" et "investment grade"). Ceci permettrait de faire une comparaison entre secteurs économiques et entre classes de ratings pour une maturité fixée (notamment avec la distinction entre secteur public et secteur privé). En plus de cela, il faudrait observer les niveaux de spreads de défaut obtenus lorsque les taux à risque de crédit considérés sont des taux de transaction et non des taux *middle*. Cette différence pourrait peut-être améliorer le pourcentage de données sur spreads de défaut non modifiées, c'est-à-dire que, après simulation des taux du Trésor et après calcul des spreads de défaut, le nombre de valeurs négatives observées pour ces spreads pourrait s'en trouver diminué.

5 Annexe

5.1 Description des séries

Statistiques de stationnarité⁷ des variables économiques et boursières:

Variable	Statistique de Phillips Perron	Type de modèle	Statistique de Durbin Watson
USUNRATEE	-13.55849	2	2.022551
USRETTOTB	-9.929772	2	1.968661
USINPRODG	-11.49465	2	1.974780
USCP_E	-10.50310	2	1.998665
TOTMKUS_PE	-8.791978	3	1.979332
TOTMKUS_DY	-9.272133	2	1.970008
TOTMKUS	-9.083832	2	1.967368
S_PTPUB	-8.330650	2	1.949713
S_PTFIN	-9.329573	2	1.947519
S_PINDS	-8.762724	2	1.972911
S_PCOMP	-9.156817	2	1.967806
S_PBANK	-9.595467	1	1.971251

avec

Variable	Description
USUNRATEE	taux de chômage
USRETTOTB	ventes au détail
USINPRODG	production industrielle
USCP_E	taux d'inflation
TOTMKUS_PE	PER du marché
TOTMKUS_DY	Dividende du marché
TOTMKUS	Capitalisation du marché
S_PTPUB	indice Standard & Poors du secteur des services
S_PTFIN	indice Standard & Poors du secteur financier
S_PINDS	indice Standard & Poors du secteur industriel
S_PCOMP	indice Standard & Poors 500
S_PBANK	indice Standard & Poors du secteur bancaire

⁷ Avec le type de modèle défini comme suit :

- 1 : test de Phillips Perron sans trend, ni constante;
- 2 : test de Phillips Perron avec constante mais sans trend;
- 3 : test de Phillips Perron avec trend et avec constante.

Nous constatons que la statistique de Phillips Perron indique un comportement stationnaire pour chaque série, et ce au seuil de 5 % voire de 1 %.

Valeurs critiques de la statistique de Phillips Perron :

Nous rappelons que nous avons ici un nombre d'observations de 115.

Modèle	Valeur critique au seuil de 1%	Valeur critique au seuil de 5%
Type 1	-2.5838	-1.9428
Type 2	-3.4885	-2.8868
Type 3	-4.0407	-3.4494

Statistiques de stationnarité des spreads de défaut :

Variable	Statistique de Phillips Perron	Type de modèle	Statistique de Durbin Watson
SBF01YAA2	-9.094322	1	1.962399
SBF02YAA2	-9.655962	1	1.948805
SBF05YAA2	-10.79739	1	1.953710
SBF07YAA2	-10.66967	1	1.949243
SBF10YAA2	-10.95673	1	1.961529
SIN01YAA2	-9.800802	1	1.983058
SIN02YAA2	-10.15225	1	1.954836
SIN05YAA2	-10.62536	1	1.963924
SIN07YAA2	-10.27309	1	1.963654
SIN10YAA2	-10.42801	1	1.966757
STL01YA2	-10.14827	1	1.989163
STL02YA2	-9.398897	1	1.936221
STL05YA2	-10.90366	1	1.949034
STL07YA2	-10.79101	1	1.946744
STL10YA2	-10.90394	1	1.946002

avec, par exemple, "SXX05YAA2" qui définit le spread de défaut (d'où le *S*) du secteur *XX* pour une maturité de 5 ans (*05Y*) et pour un rating *AA2*. Notons que les secteurs d'activité sont indicés par :

XX = BF : secteur banque et finance;

XX = IN : secteur de l'industrie;

XX = TL : secteur des télécommunications.

Variable	Statistique de Phillips Perron	Type de modèle	Statistique de Durbin Watson
SBF01YAAA	-9.913621	1	1.967378
SBF02YAAA	-10.14606	1	1.949358
SBF05YAAA	-11.15395	1	1.946122
SBF07YAAA	-10.73637	1	1.944148
SBF10YAAA	-10.85827	1	1.946217
SIN01YAAA	-9.582871	1	1.980945
SIN02YAAA	-10.16281	1	1.938985
SIN05YAAA	-10.83212	1	1.969174
SIN07YAAA	-10.56124	1	1.951370
SIN10YAAA	-10.58316	1	1.934175
STL01YA3	-10.02281	1	1.989279
STL02YA3	-9.316092	1	1.943563
STL05YA3	-10.84222	1	1.956124
STL07YA3	-10.75347	1	1.952553
STL10YA3	-10.78071	1	1.956189

5.2 Statistiques relatives à la modélisation de la structure par terme des taux du Trésor US

Nous présentons dans cette partie les estimations des paramètres des processus de retour à la moyenne caractéristiques de la dynamique des taux d'intérêt relatifs aux obligations émises par le gouvernement américain.

Pour le taux à un an :

Paramètres	Estimation	Ecart type	t-statistique	p-value
a	0.034402	0.025598	1.343897	0.181698
b	5.176859	0.703866	7.354891	0.000000
σ	0.257053	0.018424	13.951758	0.000000

Pour le taux à 2 ans :

Paramètres	Estimation	Ecart type	t-statistique	p-value
a	0.065100	0.034996	1.860193	0.065482
b	5.426553	0.433551	12.516539	0.000000
σ	0.291695	0.018231	16.000155	0.000000

Pour le taux à 5 ans :

Paramètres	Estimation	Ecart type	t-statistique	p-value
a	0.086543	0.035934	2.408363	0.017656
b	5.883120	0.329953	17.830191	0.000000
σ	0.290905	0.019187	15.161695	0.000000

Pour le taux à 7 ans :

Paramètres	Estimation	Ecart type	t-statistique	p-value
a	0.081158	0.035403	2.292417	0.023750
b	6.041431	0.342565	17.635887	0.000000
σ	0.276278	0.019024	14.522311	0.000000

Pour le taux à 10 ans :

Paramètres	Estimation	Ecart type	t-statistique	p-value
a	0.066900	0.029201	2.291059	0.023831
b	6.115268	0.382890	15.971329	0.000000
σ	0.260239	0.019415	13.404206	0.000000

5.3 Remarque sur le modèle Probit

5.3.1 Le problème

Nous revenons ici sur un problème énoncé lors de la spécification du modèle Probit. Nous avons posé que lorsque le spread diminue d'un mois sur l'autre, la situation financière des entreprises s'améliore auquel cas $Y = 1$. Par conséquent, la détérioration est assimilée au cas $Y = 0$. Nous avons opté pour cette typologie suite à l'ajustement effectué sur les spreads de défaut en section 2.2. Cette définition nous permet alors de définir, sur la période d'observation considérée, des probabilités empiriques d'amélioration de la situation financière. Cependant, en plus de la détérioration de la solvabilité générale pour un secteur, un rating et une maturité donnés, le cas $Y = 0$ incorpore aussi le cas où la situation financière reste stable. Nous avons calculé les probabilités empiriques sur un mode de réponse trinomial afin d'observer l'impact d'un troisième scénario de stabilité de la situation financière. Nous posons pour cela :

- p_s = probabilité de stabilité de la situation financière.
- p_d = probabilité de détérioration de la situation financière.
- p_a = probabilité d'amélioration de la situation financière.

avec

$$1 = p_s + p_d + p_a$$

Les probabilités sont obtenues de la manière suivante :

$Y_i = 0$ si la variation première du spread de défaut considéré est positive, auquel cas le risque financier s'accroît puisque le spread se creuse;

$Y_i = 1$ si la variation première du spread de défaut considéré est nulle, auquel cas le risque financier est invariant puisque le spread est stable;

$Y_i = 2$ si la variation première du spread de défaut considéré est négative, auquel cas le risque financier diminue puisque le spread se resserre.

auquel cas

$$P(Y_i = 0) = p_d$$

$$P(Y_i = 1) = p_s$$

$$P(Y_i = 2) = p_a$$

Le calcul des probabilités empiriques est tel que, pour chaque situation considérée, on comptabilise le nombre de cas favorables que l'on divise par le nombre total d'observations.

Alors, nous avons les estimations suivantes⁸ :

⁸Si les probabilités sont les mêmes avec deux décimales, elles ne le sont pas dès que l'on effectue une opération d'arrondi à 3 voire 4 décimales.

- Probabilités d'amélioration :

Variable	p_a (%)	Variable	p_a (%)
SIN01YAA2	36.52	SIN01YAAA	33.13
STL01YA2	42.61	STL01YA3	45.22
SBF01YAA2	42.61	SBF01YAAA	38.26
SIN02YAA2	33.92	SIN02YAAA	33.91
STL02YA2	39.13	STL02YA3	41.74
SBF02YAA2	36.52	SBF02YAAA	38.27
SIN05YAA2	34.78	SIN05YAAA	36.52
STL05YA2	36.52	STL05YA3	38.26
SBF05YAA2	40.00	SBF05YAAA	36.52
SIN07YAA2	37.39	SIN07YAAA	33.04
STL07YA2	39.13	STL07YA3	40.00
SBF07YAA2	40.87	SBF07YAAA	40.00
SIN10YAA2	37.39	SIN10YAAA	34.79
STL10YA2	41.74	STL10YA3	42.60
SBF10YAA2	41.74	SBF10YAAA	39.13

- Probabilités de détérioration :

Variable	p_d (%)	Variable	p_d (%)
SIN01YAA2	36.52	SIN01YAAA	32.17
STL01YA2	38.26	STL01YA3	40.00
SBF01YAA2	36.52	SBF01YAAA	35.65
SIN02YAA2	34.78	SIN02YAAA	34.78
STL02YA2	38.26	STL02YA3	40.00
SBF02YAA2	36.52	SBF02YAAA	30.43
SIN05YAA2	40.00	SIN05YAAA	38.26
STL05YA2	45.22	STL05YA3	46.96
SBF05YAA2	41.74	SBF05YAAA	41.74
SIN07YAA2	39.13	SIN07YAAA	37.39
STL07YA2	45.22	STL07YA3	46.96
SBF07YAA2	43.48	SBF07YAAA	40.87
SIN10YAA2	38.26	SIN10YAAA	33.91
STL10YA2	43.48	STL10YA3	47.83
SBF10YAA2	44.35	SBF10YAAA	40.00

- *Probabilités de stabilité :*

Variable	p_s (%)	Variable	p_s (%)
SIN01YAA2	26,96	SIN01YAAA	34,78
STL01YA2	19,13	STL01YA3	14,78
SBF01YAA2	20,87	SBF01YAAA	26,09
SIN02YAA2	31,30	SIN02YAAA	31,30
STL02YA2	22,61	STL02YA3	18,26
SBF02YAA2	26,96	SBF02YAAA	31,30
SIN05YAA2	25,22	SIN05YAAA	25,22
STL05YA2	18,26	STL05YA3	14,78
SBF05YAA2	18,26	SBF05YAAA	21,74
SIN07YAA2	23,48	SIN07YAAA	29,57
STL07YA2	15,65	STL07YA3	13,04
SBF07YAA2	15,65	SBF07YAAA	19,13
SIN10YAA2	24,35	SIN10YAAA	31,30
STL10YA2	14,78	STL10YA3	9,57
SBF10YAA2	13,91	SBF10YAAA	20,87

Or, dans ce papier nous posons $p_d = 1 - p_a$ ce qui pourrait engendrer une erreur d'estimation car, dans ce cas, nous avons :

Variable	p_d (%)	Variable	p_d (%)
SIN01YAA2	63.48	SIN01YAAA	66.96
STL01YA2	57.39	STL01YA3	54.78
SBF01YAA2	57.39	SBF01YAAA	61.74
SIN02YAA2	66.09	SIN02YAAA	66.09
STL02YA2	60.87	STL02YA3	58.26
SBF02YAA2	63.48	SBF02YAAA	61.74
SIN05YAA2	65.22	SIN05YAAA	63.48
STL05YA2	63.48	STL05YA3	61.74
SBF05YAA2	60.00	SBF05YAAA	63.48
SIN07YAA2	62.61	SIN07YAAA	66.96
STL07YA2	60.87	STL07YA3	60.00
SBF07YAA2	59.13	SBF07YAAA	60.00
SIN10YAA2	37.39	SIN10YAAA	34.78
STL10YA2	41.74	STL10YA3	42.61
SBF10YAA2	41.74	SBF10YAAA	39.13

Si nous comparons ce tableau à son analogue ci-dessus, nous constatons une surestimation des probabilités de détérioration de la situation financière. Mais, le problème vient du fait que nous ne connaissons pas l'effet de l'ajustement effectué sur les spreads de défaut en section 3.1 sur le scénario de stabilité financière. Il est possible que cet ajustement amplifie voire favorise la probabilité de stabilité de la situation financière des entreprises.

5.3.2 Analyse complémentaire

Pensant qu'il serait plus adapté de considérer un modèle de choix discret à réponse multinomiale et en particulier, un modèle de choix trinomial, nous effectuons *infra* cette analyse et comparons les résultats obtenus avec le cadre des modèles de choix de type binomial.

Dans les modèles dits à variable dépendante ordonnée (*Ordered Dependent Variable Models*), la variable Y caractérise des événements ou des catégories de choix sujets à un classement. De manière analogue au modèle à variable dépendante binaire, nous pouvons modéliser la variable observée (ici, le spread de défaut) en considérant une variable latente Y_i^* qui dépend linéairement des variables explicatives X_i , soit : $Y_i^* = \beta' X_i + \varepsilon_i$ où ε_i est une variable aléatoire. La catégorie de réponse observée pour Y_i dépend de Y_i^* de la façon suivante :

$$Y_i = \begin{cases} 0 & \text{si } Y_i^* \leq \gamma_1 \\ 1 & \text{si } \gamma_1 < Y_i^* \leq \gamma_2 \\ 2 & \text{si } \gamma_2 < Y_i^* \end{cases}$$

où Y_i est définie en page 25.

Alors, les probabilités, liées à l'évolution de la situation financière des entreprises, observées pour chaque valeur de Y_i sont données par :

$$\begin{aligned} p_d &= P(Y_i = 0 \mid X_i, \beta, \gamma) = F(\gamma_1 - \beta' X_i) \\ p_s &= P(Y_i = 1 \mid X_i, \beta, \gamma) = F(\gamma_2 - \beta' X_i) - F(\gamma_1 - \beta' X_i) \\ p_a &= P(Y_i = 2 \mid X_i, \beta, \gamma) = 1 - F(\gamma_2 - \beta' X_i) \end{aligned}$$

où $F(\cdot)$ représente toujours la fonction de répartition associée à la loi suivie par les (ε_i) .

Dans le prolongement de la section 3.2, nous considérons un modèle probit ordonné (*Ordered Probit*), auquel cas $F(\cdot)$ correspond à la fonction de répartition de la loi normale standard univariée. Nous obtenons les estimations des valeurs des coefficients de régression β ainsi que les valeurs des seuils γ_1 et γ_2 par application de la méthode du maximum de vraisemblance (qui consiste à maximiser en les paramètres β , γ_1 et γ_2 la fonction de log-vraisemblance relative à la loi de Y_i).

Du fait de leur faible représentativité statistique signalée en section 3.1, nous ne traitons pas les variables correspondant aux spreads de défaut suivants : SIN01YAA2, STL01YA2, STL02YA2, SIN05YAA2 et SBF10YAA2. Pour les ratings AA2 et A2, sur la période considérée (allant du mois de mai 1991 au mois de novembre 2000), les valeurs moyennes des probabilités d'évolution de la

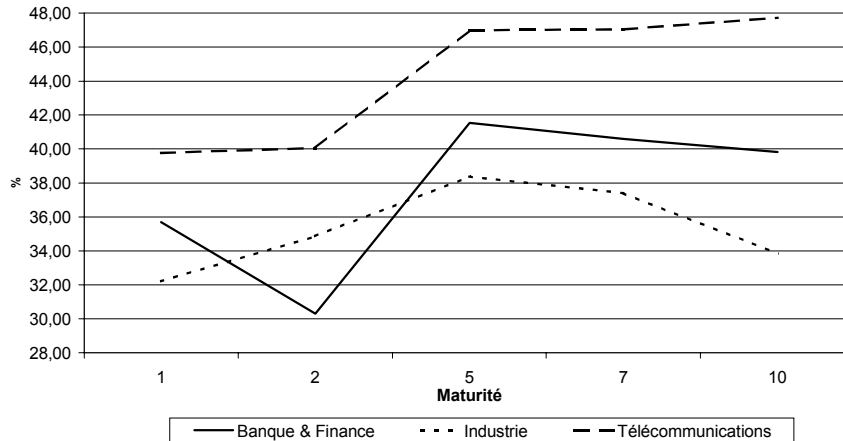
situation financière issues de l'estimation obtenue par le modèle probit ordonné sont les suivantes :

Spread	p_d (%)	p_s (%)	p_a (%)
SBF01YAA2	36,52	20,88	42,60
SBF02YAA2	36,47	26,94	36,59
SBF05YAA2	41,57	18,19	40,24
SBF07YAA2	43,61	15,61	40,78
SIN02YAA2	34,85	31,32	33,83
SIN07YAA2	39,07	23,47	37,46
SIN10YAA2	38,30	24,27	37,43
STL05YA2	45,02	18,21	36,77
STL07YA2	45,08	15,60	39,32
STL10YA2	43,38	14,70	41,92

Pour ce qui est des ratings AAA et A3, les probabilités moyennes estimées à partir du modèle probit ordonné pour l'évolution de la situation financière des entreprises sont les suivantes :

Spread	p_d (%)	p_s (%)	p_a (%)
SBF01YAAA	35,71	26,03	38,26
SBF02YAAA	30,31	31,54	38,15
SBF05YAAA	41,54	21,70	36,76
SBF07YAAA	40,59	19,04	40,37
SBF10YAAA	39,81	20,80	39,39
SIN01YAAA	32,21	34,72	33,07
SIN02YAAA	34,87	31,36	33,77
SIN05YAAA	38,39	25,22	36,39
SIN07YAAA	37,40	29,27	33,33
SIN10YAAA	33,85	31,13	35,02
STL01YA3	39,77	14,79	45,44
STL02YA3	40,06	18,27	41,67
STL05YA3	46,99	14,73	38,28
STL07YA3	47,05	13,03	39,92
STL10YA3	47,72	9,53	42,75

Probabilités moyennes de détérioration de la situation financière par secteur d'activités



Lorsque nous ordonnons les spreads de la probabilité de détérioration la plus faible vers la plus élevée, pour une maturité fixée, nous obtenons le classement suivant :

- SIN01YAAA, SBF01YAAA, STL01YA3;
- SBF02YAAA, SIN02YAAA, STL02YA3;
- SIN05YAAA, SBF05YAAA, STL05YA3;
- SIN07YAAA, SBF07YAAA, STL07YA3;
- SIN10YAAA, SBF10YAAA, STL10YA3.

Le classement s'avère grandement changé relativement à celui présenté en section 3.3 . Nous observons, d'après le graphique ci-dessus, que seule la probabilité moyenne de détérioration de la situation financière des entreprises du secteur des télécommunications est une fonction monotone croissante de la maturité.

Toutes maturités confondues, nous obtenons une probabilité moyenne de détérioration de la situation financière définie ci-dessous par la moyenne des probabilités effectuée sur toutes les maturités dont nous disposons :

Secteur économique	Probabilité de détérioration (%)
Banque & Finance	37,59
Industrie	35,34
Télécommunications	44,32

Le classement par ordre croissant de la probabilité moyenne de détérioration de la situation financière relative à chaque secteur d'activités considéré est le suivant : secteur de l'industrie, secteur de la banque & finance et secteur des télécommunications. En moyenne, les résultats obtenus ici sont 1,5 fois plus petits que ceux exposés en section 3.3 et le secteur industriel échange sa position, en termes d'importance du risque financier, avec celle du secteur des télécommunications.

Statistiques et estimations relatives au modèle Probit ordonné obtenu :

- Pour les ratings AA2 et A2 :

Seuils associés à la variable latente et pertinence du modèle probit à réponse trinomiale :

Spread	LR	γ_1	$z - stat$	γ_2	$z - stat$
SBF01YAA2	6.382268	0.049307	0.219375	0.600288	2.620827
SBF02YAA2	4.642790	-0.398134	-3.236062	0.309091	2.537113
SBF05YAA2	8.814232	-0.261005	-2.074610	0.224296	1.783334
SBF07YAA2	6.583515	-0.100553	-0.826011	0.310011	2.513733
SIN02YAA2	4.300498	-0.470675	-3.199437	0.354837	2.446911
SIN07YAA2	3.768221	-0.273386	-2.159081	0.336911	2.643464
SIN10YAA2	6.592036	0.028761	1.748413	1.620782	1.850222
STL05YA2	7.476761	0.037769	2.152674	-0.000119	-1.421465
STL07YA2	5.957409	0.028661	1.668959	-0.000138	-1.625021
STL10YA2	8.232845	0.030365	1.740910	-0.000184	-2.121950

Performance du modèle probit en termes de pourcentages de classifications incorrectes relatifs à chaque catégorie de réponse (pour un seuil de séparation de 50 %) :

Spread	p_d (%)	p_s (%)	p_a (%)
SBF01YAA2	0	20.87	20.87
SBF02YAA2	5.22	26.96	21.74
SBF05YAA2	10.43	18.26	7.83
SBF07YAA2	13.04	15.65	2.61
SIN02YAA2	16.52	31.30	14.78
SIN07YAA2	15.65	23.48	7.83
SIN10YAA2	15.65	24.35	8.70
STL05YA2	23.48	18.26	5.22
STL07YA2	20.00	15.65	4.35
STL10YA2	11.30	14.78	3.48

Globalement, les modèles probit à réponse trinomiale considérés sont bien spécifiés comme l'indique la statistique du ratio de vraisemblance pour un seuil de test de 5 %. Toutefois, la significativité des seuils associés à la variable latente (pour un niveau de test de 5 %) indique qu'un modèle probit binaire semble plus adapté pour les spreads de défaut suivants : SBF01YAA2, SBF07YAA2, STL05YA2, STL07YA2 et STL10YA2.

- Pour les ratings AAA et A3 :

Seuils associés à la variable latente et pertinence du modèle probit à réponse trinomiale :

Spread	LR	γ_1	$z - stat$	γ_2	$z - stat$
SBF01YAAA	8.281988	-0.740147	-4.124125	-0.042537	-0.247776
SBF02YAAA	13.84922	-0.515769	-3.899799	0.362763	2.788730
SBF05YAAA	6.217623	-0.297964	-1.974173	0.275059	1.821764
SBF07YAAA	7.598580	-0.469252	-3.058868	0.036089	0.239934
SBF10YAAA	14.69990	-0.574820	-3.691598	0.001533	0.010196
SIN01YAAA	4.467037	-0.628242	-4.131846	0.194510	1.149588
SIN02YAAA	4.729908	-0.320280	-2.545541	0.507832	3.937429
SIN05YAAA	6.020396	-0.244396	-1.996658	0.421139	3.375494
SIN07YAAA	14.00388	-0.533858	-3.435201	0.284077	1.858156
SIN10YAAA	13.10902	-0.734973	-4.698320	0.129586	0.875479
STL01YA3	8.303041	-0.419460	-2.612218	-0.026773	-0.169621
STL02YA3	7.018957	-0.347303	-2.272259	0.134392	0.892023
STL05YA3	8.713983	-0.002752	-0.022599	0.392080	3.140427
STL07YA3	3.959760	-0.024056	-0.198687	0.313522	2.548541
STL10YA3	8.259934	-0.201227	-1.305345	0.052303	0.340513

Performance du modèle probit en termes de pourcentages de classifications incorrectes relatifs à chaque catégorie de réponse (pour un seuil de séparation de 50 %) :

Spread	p_d (%)	p_s (%)	p_a (%)
SBF01YAAA	13.04	26.09	13.04
SBF02YAAA	3.48	21.74	18.26
SBF05YAAA	23.48	21.74	1.74
SBF07YAAA	16.52	19.13	2.61
SBF10YAAA	16.52	20.87	4.35
SIN01YAAA	0.87	1.74	0.87
SIN02YAAA	23.48	31.30	7.83
SIN05YAAA	16.52	25.22	8.70
SIN07YAAA	24.35	29.57	5.22
SIN10YAAA	21.74	30.43	8.70
STL01YA3	4.35	14.78	10.43
STL02YA3	7.83	18.26	10.43
STL05YA3	23.48	14.78	8.70
STL07YA3	27.83	13.04	14.78
STL10YA3	12.17	9.57	2.61

Les modèles probit à réponse trinomiale considérés ici sont bien spécifiés comme l'indique la statistique du ratio de vraisemblance pour un seuil de test de 5 %. Toutefois, pour un niveau de test de 5 %, la significativité des seuils associés à la variable latente (i. e. : les z-statistiques) indique qu'un modèle probit trinomial semble seulement adapté pour les spreads de défaut suivants : SBF02YAAA, SBF05YAAA, SIN02YAAA, SIN05YAAA et SIN07YAAA ; les autres spreads se voyant attribuer une modélisation suivant un modèle probit binomial.

Bibliographie

Altman E. I., 1989, *Measuring Corporate Bond Mortality and Performance*, Journal of Finance, vol. 44, n° 4, p. 909 - 921.

Cox J.-C., Ingersoll J.-E. & S. A. Ross, 1980, *An Analysis of Variable Rate Loan Contracts*, Journal of Finance, vol. 35, p. 389 - 403.

Duffee G. R., 1999, *Estimating the Price of Default Risk*, Review of Financial Studies, vol. 12, p. 197 - 226.

Duffie D. & K. J. Singleton, first draft in 1997, *Modeling Term Structures of Defaultable Bonds*, Graduate School of Business Working Paper, Stanford University (published later in the Review of Financial Studies in 1999, vol. 12, p. 687 - 720).

Fons J. S., 1994, *Using Default Rates to Model the Term Structure of Credit Risk*, Financial Analyst Journal, Septembre-Octobre, p. 25 - 32.

Geske R., 1977, *The Valuation of Corporate Liabilities as Compound Options*, Journal of Financial and Quantitative Analysis, vol. 12, n°4, p. 541 - 552.

Geske R. & H. E. Johnson, 1984, *The Valuation of Corporate Liabilities as Compound Options : A Correction*, Journal of Financial and Quantitative Analysis, vol. 19, n°2, p. 231 - 232.

Greene W. H., 1998, *Econometric Analysis*, Prentice Hall (4th Edition).

Jarrow R. A., Lando D. & S. M. Turnbull, 1997, *A Markov Model for The Term Structure of Credit Risk Spreads*, Review of Financial Studies, vol. 10, p. 481 - 523.

Kim E. J., K. Ramaswamy & S. Sundaresan, 1993, *Does Default Risk in Coupons Affect the Valuation of Corporate Bonds ? : A Contingent Claims Model*, Financial Management, Autumn, p. 117 - 131.

Litterman R. & T. Iben, 1991, *Corporate Bond Valuation and the term Structure of Credit Spreads*, Journal of Portfolio Management, vol. 17, p. 52 - 64.

Longstaff F. A. & E. S. Schwartz, 1995b, *Valuing Credit Derivatives*, Journal of Fixed Income, vol. 5, p. 6 - 12.

Longstaff F. A. & E. S. Schwartz, 1995a, *Valuing Risky Debt : A New Approach*, Journal of Finance, vol. 50, p. 789 - 819.

Merli M. & H. Alexandre, 2000, *Le Lien Notation - Spread de Taux : Etude du Marché Français de 1995 à 1997*, 15^e Journées Nationales des IAE.

Merton R. C., 1974, *On the Pricing of Corporate Debt : The Risk Structure of Interest Rates*, Journal of Finance, vol. 29, p. 449 - 470.

Phillips P.C.B. & P. Perron, 1988, *Testing for a Unit Root in Time Series Regression*, Biometrika, 75, 335 - 346.

Saa-Requejo J. & P. Santa-Clara, 1999, *Bond Pricing with Default Risk*, UCLA University Working Paper.

Shimko D. C., Tejima N. & D. R. Van Deventer, 1993, *The Pricing of Risky Debt When Interest Rates are Stochastic*, Journal of Fixed income, vol. 3, n°2, p. 58 - 65.

*
* *