

# Politique monétaire américaine et comportement des taux d'intérêt de long terme

Nicolas RAUTUREAU\*

Janvier 2001

(version provisoire)

## Résumé

La prévision des taux d'intérêt de long terme a souvent conduit par le passé au rejet de la théorie des anticipations rationnelles. Kozicki et Tinsley (1997, 1998, 2000) ont montré que ces résultats négatifs étaient en grande partie le fait des propriétés intrinsèques des modèles statistiques employés pour générer les anticipations du taux d'intérêt de court terme futur. Dans cette étude, nous commençons par apporter une illustration de ce phénomène. Puis, dans le cadre des Etats-Unis, nous construisons deux versions d'un modèle à anticipations rationnelles permettant d'une part, une meilleure prévision des taux d'intérêt et, d'autre part, la mise en évidence depuis 1986 de l'influence qu'exerce la Réserve Fédérale sur la dynamique des taux de long terme.

---

\*GRAPE CNRS UMR 5113, Université Montesquieu - Bordeaux IV, Avenue Léon Duguit, 33608 Pessac Cedex.  
Tél: 05. 56. 84. 29. 70. e-mail: Nicolas.Rautureau@montesquieu.u-bordeaux.fr

# 1 Introduction

L'explication des taux d'intérêt de long terme est une question importante en économie. Leur impact sur l'économie réelle en est une des raisons. Seulement, leur prévision, et plus encore, la formalisation de leur relation avec la politique monétaire se heurte à quelques difficultés. Aux Etats-Unis, Goodfriend (1993) a pourtant attribué une place importante aux interactions entre la politique monétaire et les taux d'intérêt de long terme. Mehra (1995) a quant à lui confirmé les résultats de l'approche narrative de Goodfriend, en utilisant une approche économétrique afin de construire une fonction de réaction des autorités monétaires. Cette approche a d'ailleurs été utilisée par Fuhrer (1996) afin d'expliquer la relation entre la politique monétaire et les taux longs.

Cependant, ce type d'analyse se heurte à deux types de problèmes, au-delà des questions inhérentes à la construction de toute fonction de réaction. Le premier tient au fait que les taux d'intérêt de court terme futurs sont inobservables. Les solutions apportées impliquent alors une modélisation d'un processus de production de ces derniers. L'emploi de l'hypothèse des anticipations rationnelles, combinée à l'utilisation d'un modèle univarié ou d'un vecteur autorégressif fournit une réponse qui pourrait être adaptée. Toutefois, en lien avec cette première difficulté, la validité empirique contestée de la théorie des anticipations rationnelles complexifie la démarche.

C'est par rapport à cette situation que les travaux de Kozicki et Tinsley (1997, 1998, 2000) prennent toute leur valeur. Dans un premier temps ils montrent l'importance de la modélisation du taux court. Dans le cadre univarié, que nous poursuivrons ici, les représentations stationnaire et non stationnaire souvent utilisées respectivement en finance et en macroéconomie, ne sont pas adaptées à la modélisation des anticipations de long terme. Ceci s'explique par les conditions terminales attachées à chaque modèle. Kozicki et Tinsley construisent alors un modèle permettant d'intégrer un point terminal variable dans le temps. Ils lient ce point terminal aux perceptions du marché concernant la cible d'inflation de long terme. Cette cible est calculée à partir d'un modèle d'apprentissage des agents basé sur l'observation du processus suivi par l'inflation. L'intuition derrière ce modèle est que l'inflation étant un phénomène monétaire il est possible de la relier à la politique monétaire. Ainsi Kozicki et Tinsley ne modélisent pas explicitement le point terminal suivi par l'inflation en lien avec un modèle représentatif du comportement des autorités monétaires. De plus, le passage du taux d'inflation terminal au taux d'intérêt nominal terminal s'effectue par la régression de ce dernier sur le premier.

Dans cette étude, nous proposons alors un modèle de détermination du taux d'inflation terminal reposant directement sur une fonction de réaction représentant le comportement de la Réserve Fédérale. Nous essayons ensuite d'intégrer ces résultats dans le cadre plus général d'un modèle d'évaluation des actifs financiers. Le reste de ce papier s'organise comme suit. Dans une première partie nous illustrons la sensibilité des résultats obtenus pour la modélisation des taux longs au processus retenu pour décrire le comportement du taux d'intérêt de court terme. Puis dans un second temps, nous présentons deux modélisations différentes du taux d'intérêt nominal terminal. La dernière section apportera quelques éléments de conclusion.

## 2 De l'impact du processus retenu pour la modélisation des anticipations à long terme ...

La théorie des anticipations rationnelles définit le taux d'intérêt de long terme,  $R_t$ , comme une moyenne pondérée, à une prime de terme constante près  $\varphi$ , des taux d'intérêt de court terme présent ( $r_t$ ) et à venir pendant la durée de vie du titre long. A la suite des travaux de Shiller (1979) et de Shiller, Campbell et Schoenholtz (1983), ceci s'est traduit par l'équation suivante dans le cas de titres

délivrant des coupons:

$$R_t \equiv \frac{1-g}{1-g^n} \sum_{i=0}^{n-1} g^i E_t r_{t+i} + \varphi \quad (1)$$

avec  $g \equiv (1 + \bar{R})^{-1}$ , où  $\bar{R}$  représente le niveau moyen du taux long dans l'échantillon.  $\varphi$  est une prime de terme constante dans le temps et  $E_t r_{t+i}$  est la valeur anticipée en  $t$  du taux court à la date  $t+i$ . Les anticipations sont supposées rationnelles et nous avons  $E_t r_{t+i} = E(r_{t+i} | \Lambda_t)$  où  $\Lambda_t$  représente l'ensemble d'informations disponible en  $t$ .

L'estimation du taux long à l'aide de (1) s'est souvent effectuée en remplaçant les valeurs anticipées pour le taux court par les valeurs observées dans le futur. Dans ce cas, on observe généralement une sur-réaction du taux long aux velurs prédites par la théorie. Une alternative à cette démarche consiste à estimer les anticipations du taux court à partir d'un modèle autorégressif représentant sa dynamique. Comme Jondeau et Sédillot le soulignent (1999), cette seconde solution assouplit l'hypothèse des anticipations rationnelles puisqu'elle limite l'ensemble d'information des agents aux seules valeurs passées du taux court. Toutefois, cette approche alternative n'a pas permis d'expliquer le comportement des taux d'intérêt de long terme et comporte certains risques dans sa formulation.

Kozicki et Tinsley ont souligné l'importance du choix du modèle représentatif de la dynamique du taux d'intérêt de court terme, notamment pour les prévisions à long terme. En effet, les différences sont minimales lorsqu'il s'agit de prévoir des taux courts. Par contre, avec l'allongement de la maturité, les différences apparaissent croissantes étant donné que pour ces situations, les propriétés économétriques sous-jacentes de chaque modèle dominant les prévisions. Ainsi Kozicki et Tinsley (1997) utilisent un modèle général de la forme:

$$b(L)\Delta r_t = \alpha \left( r_{t-1} - r_I^{(\infty)} \right) r_{t-1} + e_t \quad (2)$$

où  $b(L)$  est un polynôme d'ordre  $(p-1)$ .  $I$  définit ici l'ensemble d'informations à partir duquel les agents forment leurs anticipations. Dans ce cas, le point terminal de cette représentation est défini par:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} E_I \{r_t\} = r_I^{(\infty)}$$

Ils montrent ainsi que, les variations opérées à partir de (2) se traduisent par une formulation différente du point terminal et ainsi, ont un impact direct sur les anticipations à long terme.

Les deux variations principales supposent soit un taux d'intérêt stationnaire en niveau, soit un taux stationnaire en différence première. Le premier cas correspond à la plupart des modèles théoriques en finance, comme Cox et al. (1985). La deuxième approche vient de l'observation empirique de la non stationnarité en niveau des taux d'intérêt (Campbell et Shiller, 1987 par exemple). Kozicki et Tinsley ont alors montré qu'aucune de ces spécifications n'étaient adaptées à la prévision des taux courts à long terme. Nous commençons par exposer leurs résultats avant d'étudier la solution qu'ils proposent. Nous allons alors reprendre les notations utilisées par Jondeau et Sédillot (1999) dans leur application de ce type de modèles aux données allemandes et françaises.

Les illustrations sont effectuées à partir des séries de taux américaines disponibles auprès du *Board of Governors of the Federal Reserve System*. Les données à trois et six mois sont des Bons du Trésor. Celles à un an, cinq ans et dix ans concernent les rendements d'Etat et sont de maturité constantes dans le temps.

## 2.1 La représentation stationnaire.

Dans le cas où le taux court est supposé stationnaire en niveau, le point terminal est remplacé par une constante  $r_0$  et l'équation (2) s'écrit comme suit:

$$b(L)\Delta r_t = \mu_1 + \alpha r_{t-1} + e_t \quad (3)$$

Dans ce cadre, nous avons  $\mu_1 \equiv \alpha r_0$ . A partir de (3), nous obtenons la forme réduite suivante:

$$z_t = Az_{t-1} + \mu + \nu_t \quad (4)$$

avec:

$$A = \begin{bmatrix} 1 + \alpha + b_1 & b_2 - b_1 & \dots & b_{p-1} - b_{p-2} & -b_{p-1} \\ 1 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$z_t = (r_t \quad r_{t-p+1})', \quad \mu = (\mu \quad 0 \dots 0)', \quad \nu_t = (e_t \quad 0 \dots 0)'$$

Cette représentation permet d'exprimer les prévisions à  $j$  périodes de la façon suivante:

$$E[z_{t+i}|I_{t-1}] = A^{i+1}z_{t-1} + (I_p - A^{i+1})(I_p - A)^{-1}\mu \quad (6)$$

ou, exprimé différemment:

$$\begin{aligned} E[r_{t+i}|I_{t-1}] &= h'_r A^{i+1} z_{t-1} + h'_r (I_p - A^{i+1})(I_p - A)^{-1} \mu \\ &= h'_r \rho + h'_r A^{i+1} [z_{t-1} - \rho] \end{aligned} \quad (7)$$

avec  $h'_r z_t = r_t$  et  $\rho = (I_p - A)^{-1} \mu$ . Le taux court converge alors à l'infini vers le niveau constant dans le temps:

$$\lim_{i \rightarrow \infty} E[r_{t+i}|I_{t-1}] = h'_r \rho = r^{(\infty)}$$

En terme de (3), ce niveau constant peut être écrit comme  $r_0 = (\mu_1/\alpha)$ . Pour des échantillons de taille importante, cette valeur correspond à la moyenne du taux court.

La prévision du taux long à une période en fonction de l'expression du taux court (7) et de la théorie des anticipations formulée par (1) est alors<sup>1</sup>:

$$\begin{aligned} R_{t/t-1} &= E[R_t|I_{t-1}] = \frac{1 - \beta}{1 - \beta^n} \sum_{i=0}^{n-1} \beta^i E[r_{t+i}|I_{t-1}] + \varphi \\ &= h'_r \rho + \frac{1 - \beta}{1 - \beta^n} h'_r (I_p - (\beta A)^n) (I_p - \beta A)^{-1} A [z_{t-1} - \rho] + \varphi \end{aligned}$$

ce qui peut se réduire à l'expression finale:

$$R_{t/t-1} = h'_r \rho + \theta' [z_{t-1} - \rho] + \varphi \quad (8)$$

---

<sup>1</sup>Etant donné que :

$$\sum_{k=0}^n A^k = (I - A^{n+1})(I - A)^{-1} = (I - A)^{-1}(I - A^{n+1})$$

avec:

$$\theta' = \frac{1-\beta}{1-\beta^n} h_r' (I_p - (\beta A)^n) (I_p - \beta A)^{-1} A$$

La prévision à  $j$  périodes pour le taux long s'écrit alors:

$$R_{t+k/t-1} = h_r' \rho + \theta' A^k [z_{t-1} - \rho] + \varphi \quad (9)$$

d'où, pour  $k \rightarrow \infty$ ,  $R_{t+k/t-1} = h_r' \rho = r^{(\infty)}$ .

Ceci explique alors qu'avec cette dynamique du taux court, le niveau du taux long estimé se rapproche du niveau de long terme du taux court, à une prime de risque près. La sur-réaction du taux long observé au comportement prédit par la théorie des anticipations rationnelles s'explique ainsi par les limites du modèle utilisé pour la modélisation des anticipations des agents.

Nous avons estimé le modèle (3). Les résultats sont reproduits dans le tableau 2. Nous pouvons remarquer que l'estimation pour  $\alpha$  est de -0.085, ce qui est cohérent avec l'hypothèse de retour à la moyenne du processus, qui implique une valeur pour  $\hat{\alpha}$  comprise entre 0 et -2. A partir de cette estimation et (8), nous avons représenté sur le graphique 1 les prévisions à une période obtenues pour le taux long. Clairement, l'impact du point terminal apparaît croissant avec l'allongement de la maturité du taux estimé. L'effet apparaît nul pour la prévision du taux à six mois, alors que la prévision du taux à dix ans se rapproche d'une valeur constante pour l'ensemble de l'échantillon. Cette impression visuelle est confirmée dans le tableau 3 qui mesure la qualité d'estimation obtenue à partir de la racine carrée de l'erreur moyenne au carrée (*RMSE*). Cette statistique passe ainsi de 0.482 pour la prévision du taux à six mois à 2.245 pour la prévision du taux à dix ans. Pour des raisons que nous verrons ultérieurement dans cette étude, les résultats des tableaux 2 et 3 sont obtenus à partir du quatrième trimestre de 1982 alors que les graphiques présentent l'évolution des taux d'intérêt de de leur prévision à partir de 1960.

## 2.2 La représentation non stationnaire.

Dans ce cadre, le taux court est supposé non stationnaire en niveau mais stationnaire en différence première. Par rapport au modèle (2), la contrainte  $\alpha = 0$  est imposée et le processus qui gouverne le taux court s'écrit:

$$b(L)\Delta r_t = \mu_1 + e_t \quad (10)$$

ce qui donne la forme réduite suivante:

$$\Delta z_t = A\Delta z_{t-1} + \mu + \nu_t$$

avec:

$$A = \begin{bmatrix} b_1 & b_2 & \dots & 0 & b_{p-1} \\ 1 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$z_t = (r_t \ r_{t-p+2})', \quad \mu = (\mu_1 \ 0 \dots 0)', \quad \nu_t = (e_t \ 0 \dots 0)'$$

Etant donné que nous avons:

$$E[\Delta r_{t+i}|I_{t-1}] = h_r' A^{i+1} \Delta z_{t-1} + h_r' (I_p - A^{i+1}) (I_p - A)^{-1} \mu \quad (12)$$

la prévision à  $i$  périodes pour le taux court s'écrit:

$$E[r_{t+i}|I_{t-1}] = r_{t-1} + \sum_{j=0}^i E[\Delta r_{t+j}|I_{t-1}]$$

ce qui équivaut aussi à:

$$E[r_{t+i}|I_{t-1}] = h'_r z_{t-1} + h'_r (I_p - A^{i+1}) (I_p - A)^{-1} A (\Delta z_{t-1} - \rho) + (i+1)h'_r \rho \quad (13)$$

avec  $h'_r z_t = r_t$ ,  $\rho = (I_p - A)^{-1} \mu$ , et  $\mu = 0$  d'où  $\rho = 0$ . Le taux court converge alors à l'infini vers le niveau:

$$\lim_{i \rightarrow \infty} E[r_{t+i}|I_{t-1}] = h'_r z_{t-1} + h'_r (I_p - A)^{-1} A \Delta z_{t-1} \equiv r_{t-1}^{(\infty)}$$

Kozicki et Tinsley (1997) montrent alors que ce point terminal est égal à une moyenne mobile d'ordre  $p$  des dernières valeurs du taux court. De façon similaire à la représentation stationnaire, nous pouvons écrire l'expression du taux long en fonction de la dynamique du taux court et de la théorie des anticipations comme suit:

$$\begin{aligned} R_{t/t-1} &= E[R_t|I_{t-1}] = \frac{1-\beta}{1-\beta^n} \sum_{i=0}^{n-1} \beta^i E[r_{t+i}|I_{t-1}] + \varphi \\ &= h'_r z_{t-1}^{(\infty)} + \frac{1-\beta}{1-\beta^n} h'_r (I_p - (\beta A)^n) (I_p - \beta A)^{-1} [z_{t-1} - z_{t-1}^{(\infty)}] + \varphi \end{aligned}$$

Cette expression se réduit à la formulation suivante pour la prévision à une période:

$$R_{t/t-1} = h'_r z_{t-1}^{(\infty)} + \theta' [z_{t-1} - z_{t-1}^{(\infty)}] + \varphi \quad (14)$$

avec:

$$\theta' = \frac{1-\beta}{1-\beta^n} h'_r (I_p - (\beta A)^n) (I_p - \beta A)^{-1}$$

A partir de (14), la prévision à  $j$  périodes pour le taux long:

$$R_{t+k/t-1} = h'_r z_{t-1}^{(\infty)} + \theta' A^k [z_{t-1} - z_{t-1}^{(\infty)}] + \varphi \quad (15)$$

d'où, pour  $k \rightarrow \infty$ ,  $R_{t+k/t-1} = h'_r z_{t-1}^{(\infty)} = r_{t-1}^{(\infty)}$ .

Les résultats de l'estimation de (10) sont reportés dans le tableau 2. La contrainte imposée sur  $\alpha$  ne semble pas excessive, d'une part par rapport à l'estimation obtenue pour ce paramètre pour le modèle stationnaire et au regard de la statistique RMSE dans le tableau 3. Une nouvelle fois, la dégradation de la prévision du taux long apparaît croissante avec la maturité. Le graphique 2 illustre d'une part cette dégradation et, d'autre part, la volatilité excessive de la prévision pour le taux à dix ans, amplifiant les fluctuations du taux observé.

### 2.3 La représentation avec point terminal variable.

Les deux modèles utilisés traditionnellement apparaissent ainsi non adaptés à la modélisation des anticipations à long terme. C'est la raison pour laquelle, Kozicki et Tinsley sont partis du modèle général (2) pour construire un modèle à deux facteurs. Le résultat donne la formulation suivante:

$$b(L)\Delta r_t = \mu_1 + \alpha (r_{t-1} - \hat{r}_{t-1}^{(\infty)}) + e_t \quad (16)$$

avec:

$$E\left(\widehat{r}_t^{(\infty)}|I_{t-1}\right) = \widehat{r}_{t-1}^{(\infty)} \quad (17)$$

Sous cette forme, le point terminal est cette fois-ci variable dans le temps et dépend de l'ensemble d'information disponible  $I_t$ . Comme Jondeau et Sédillot le remarque, l'équation (16) se comporte comme un modèle à correction d'erreur où le terme  $\left(r_{t-1} - \widehat{r}_{t-1}^{(\infty)}\right)$  joue le rôle de force de rappel. La différence par rapport aux modèles financiers traditionnels à deux facteurs tient à l'introduction d'une dimension temporelle en plus de l'aspect transversal qui existe déjà par l'introduction d'un taux long par exemple. L'équation (17) indique que ce point terminal est constant d'une période à l'autre. De façon similaire à la représentation stationnaire, nous avons alors:

$$z_t = Az_{t-1} + \mu + \nu_t$$

avec:

$$\begin{aligned} z_t &= (r_t \quad r_{t-p+1})', \quad E(\mu_t|I_{t-1}) = \left(\mu_1 - \alpha\widehat{r}_{t-1}^{(\infty)} \quad 0 \dots 0\right)' = \mu_t^{(t-1)} \\ \nu_t &= (e_t, 0, \dots, 0), \quad A \text{ représentée par (5)} \end{aligned}$$

La prévision à  $j$  périodes du taux court s'écrit alors:

$$\begin{aligned} E[r_{t+i}|I_{t-1}] &= h'_r (I_p - A)^{-1} \mu_t^{(t-1)} + h'_r A^{i+1} \left(z_{t-1} - (I_p - A)^{-1} \mu_t^{(t-1)}\right) \\ &= h'_r \widehat{z}_{t-1}^{(\infty)} + h'_r A^{i+1} \left(z_{t-1} - \widehat{z}_{t-1}^{(\infty)}\right) \end{aligned} \quad (18)$$

avec  $h'_r z_t = r_t$  et le taux court converge à l'infini vers:

$$\lim_{i \rightarrow \infty} E[r_{t+i}|I_{t-1}] = h'_r \widehat{z}_{t-1}^{(\infty)} \equiv \widehat{r}_{t-1}^{(\infty)}$$

L'expression du taux long en fonction de l'expression du taux court et de la théorie des anticipations est alors:

$$\begin{aligned} R_{t/t-1} &= E[R_t|I_{t-1}] = \frac{1-\beta}{1-\beta^n} \sum_{i=0}^{n-1} \beta^i E[r_{t+i}|I_{t-1}] + \varphi \\ &= h'_r \widehat{z}_{t-1}^{(\infty)} + \frac{1-\beta}{1-\beta^n} h'_r (I_p - (\beta A)^n) (I_p - \beta A)^{-1} A \left[z_{t-1} - \widehat{z}_{t-1}^{(\infty)}\right] + \varphi \end{aligned}$$

ce qui se réduit pour la prévision à une période à:

$$R_{t/t-1} = h'_r \widehat{z}_{t-1}^{(\infty)} + \theta' \left[z_{t-1} - \widehat{z}_{t-1}^{(\infty)}\right] + \varphi \quad (19)$$

avec:

$$\theta' = \frac{1-\beta}{1-\beta^n} h'_r (I_p - (\beta A)^n) (I_p - \beta A)^{-1} A$$

De façon similaire au cas stationnaire, la prévision à  $j$  périodes du taux long s'écrit:

$$R_{t+k/t-1} = h'_r \widehat{z}_{t-1}^{(\infty)} + \theta' A^k \left[z_{t-1} - \widehat{z}_{t-1}^{(\infty)}\right] + \varphi \quad (20)$$

Afin d'estimer l'équation (19), il est nécessaire de spécifier la façon dont est fixé  $\widehat{r}_{t-1}^{(\infty)}$ . La solution utilisée par Kozicki et Tinsley puis par Jondeau et Sédillot a été d'utiliser un taux à terme à une

période pour un horizon éloigné. Ainsi, Jondeau et Sédillot utilisent le taux à terme à 3 mois dans dix ans calculé à partir d’une courbe des taux zéro-coupon. Kozicki et Tinsley (1997) qui disposent des données zéro coupon de McCulloch et Kwon (1993) ont calculé ce taux terminal comme la moyenne des taux courts anticipés entre  $t+n$  et  $t+n'$  avec  $n' > n$  (entre cinq et dix ans dans leur étude). Etant donné que les données de McCulloch et Kwon se terminent en 1991 et que nous ne disposons pas de courbe des taux interpolées pour les Etats-Unis, nous construisons un taux à terme implicite tel que:

$$\hat{r}_t^{(\infty)} = \frac{D_{n'} R_t^{n'} - D_n R_t^n}{D_{n'} - D_n} \quad (21)$$

avec  $D_n$  et  $D_{n'}$  la duration des titres à cinq et dix ans<sup>2</sup>.

Les résultats de l’estimation de (16) sont donnés dans le tableau 2 sous le nom “Variable”. Les gains quant aux estimations du taux long n’apparaissent pas visuellement sur le graphique 3 au niveau de la prévision des taux à 6 mois et un an. Par contre, la qualité d’approximation obtenue pour les taux à cinq et dix ans paraît satisfaisante. Cela se traduit dans le tableau 3 par une statistique RMSE beaucoup plus faible. La hiérarchie de ces modèles apparaît ainsi dessinée plus nettement grâce à la statistique de Theil. La relative proximité des trois modèles pour les prévisions des taux à trois et six mois est traduite par une valeur proche de l’unité. L’introduction du point terminal variable procure même une dégradation des prévisions du taux à six mois. Par contre, l’apport du modèle à point terminal variable se traduit pleinement pour la prévision des taux à cinq et dix ans.

### 3 ... à la construction d’un point terminal théorique

Le modèle à point terminal variable exposé dans la section précédente améliore nettement la qualité des prévisions des taux à cinq et dix ans. L’introduction de cette variable permet donc d’expliquer une majorité des changements survenus au niveau de l’évolution des taux longs. Etant donné le gain de performance obtenu, il paraît souhaitable d’examiner de plus près le point terminal construit et notamment, d’essayer d’établir un lien avec la théorie économique.

Kozicki et Tinsley ont d’ailleurs entrepris une telle démarche. Ils ont ainsi construit un point terminal à partir de la relation de Fisher et d’un modèle d’apprentissage avec agents hétérogènes, s’appliquant aux changements anticipés pour l’inflation. Cette approche repose sur l’idée suivant laquelle les agents pensent que l’inflation à long terme se stabilise au niveau de l’objectif d’inflation désiré par les autorités monétaires. La perception de la part du public de changements quant à l’objectif d’inflation poursuivi par la Réserve Fédérale apparaît alors comme la principale cause de non stationnarité des taux nominaux<sup>3</sup>.

Kozicki et Tinsley (1997, 2000) représentent deux types de modèles d’apprentissage pour le niveau terminal de l’inflation,  $\pi_t^{(\infty)}$ . Le point nominal terminal,  $r_t^{(\infty)}$ , est alors calculé à partir de la régression de ce dernier sur la valeur estimée pour  $\pi_t^{(\infty)}$ . L’exactitude de cette approche repose sur la validité de la relation de Fisher. Evans et Lewis (1995) et Crowder et Hoffman (1996) ont montré que l’hypothèse d’unicité des fluctuations du taux nominal par rapport au taux d’inflation ne pouvait être rejetée aux Etats-Unis, à condition d’incorporer à la relation de Fisher un taux de taxation  $\tau$ . La seule différence entre ces deux études tient au fait qu’Evans et Lewis ont dû introduire des changements épisodiques dans le processus suivi par l’inflation à l’aide d’un modèle à chaîne de Markov pour arriver à ce résultat. Dans ce cadre d’analyse, nous arrivons alors à la relation de Fisher suivante:

$$(1 - \tau) r_t^{(\infty)} = r_t^{(\infty)} + \pi_t^{(\infty)} \quad (22)$$

<sup>2</sup>voir par exemple Shiller, Campbell et Schoenholtz (1983). La duration est exprimée comme  $D_i = (1 - g^i) / (1 - g)$ ,  $i \geq 0$ .

<sup>3</sup>L’autre cause possible de non stationnarité des taux nominaux proviendrait du taux d’intérêt réel. Cette explication n’apparaît pas plausible comme le démontrent Kozicki et Tinsley (1997).

où  $r_t^{(\infty)}$ ,  $rr_t^{(\infty)}$  et  $\pi_t^{(\infty)}$  sont les points terminaux anticipés respectivement pour le taux nominal, le taux réel et le taux d'inflation. Quant au taux marginal de taxe, les différentes estimations économétriques de Kozicki et Tinsley (1997), Evans et Lewis (1995) ou Crowder et Hoffman (1996) le situent entre 0.20 et 0.30%. Il semble de plus que ce taux ait baissé depuis la fin des années 1980.

Afin de définir le point terminal pour le taux nominal  $r_t^{(\infty)}$ , il nous faut mesurer les anticipations des agents concernant le point terminal pour le taux d'intérêt réel anticipé  $rr_t^{(\infty)}$  et pour l'inflation anticipée  $\pi_t^{(\infty)}$ . Le modèle développé ici se différencie alors de ceux de Kozicki et Tinsley au sens où le calcul de  $\pi_t^{(\infty)}$  est *directement* lié à la politique monétaire américaine telle qu'elle peut être observée par les agents économiques. Dans un premier temps nous allons poser  $rr_t^{(\infty)}$  comme étant constant. Nous enchaînerons ensuite avec un modèle de détermination des prix des actifs de type Lucas (1978) nous permettant d'endogénéiser ce taux réel.

### 3.1 Une première intégration de la politique monétaire comme déterminant du taux d'intérêt terminal.

#### 3.1.1 L'estimation de $\pi_t^{(\infty)}$ .

L'idée que la politique monétaire influence l'inflation sur le long terme est généralement admise. Ceci, au travers de la relation de Fisher, doit alors nous permettre de lier les actions des autorités monétaires aux mouvements des taux d'intérêt de long terme. De plus, avec l'appui de la théorie des anticipations, il doit être possible d'expliquer la détermination des taux longs par le contrôle que les banques centrales exercent sur les taux d'intérêt de court terme. Cependant, une telle démonstration reste délicate. Une des rares études de ce type a été conduite par Fuhrer (1996). Il démontre ainsi que la théorie des anticipations peut être validée si l'on accepte quelques changements discrets et plausibles des coefficients de la fonction de réaction des autorités monétaires. Cependant son étude ne développe pas de mécanismes permettant la perception des changements de régime et donc de tels changements ne sont pas endogénéisés. L'étude de la théorie des anticipations et la prévision des taux d'intérêt n'est alors possible sur longue période que si l'on identifie de façon préalable les changements de régime monétaire.

Toutefois, cet article confirme l'idée qu'en améliorant la compréhension des mécanismes responsables de la formation des taux courts, il est alors possible d'améliorer la prévision des taux longs. Jondeau et Sédillot (1998) soulignent ainsi qu'une telle démarche se traduit par un meilleur ancrage de l'évolution à long terme du taux court. Comme nous l'avons déjà vu dans la section précédente, un tel ancrage peut être obtenu en utilisant les anticipations du marché, c'est-à-dire les taux à terme. Ce type d'approche a montré son efficacité mais présente l'inconvénient, au regard de notre problématique, d'une faible capacité explicative quant aux facteurs macroéconomiques responsables de la formation du point terminal.

L'estimation de fonctions de réaction représente une alternative intéressante. Cependant et comme Jondeau et Sédillot (1998) l'analysent, une telle approche reste difficile puisqu'elle requiert au préalable une compréhension des facteurs et mécanismes responsables du comportement des autorités monétaires. De plus, cette analyse doit s'avérer pertinente non seulement d'un point de vue statique, mais aussi d'un point de vue dynamique pour couvrir l'ensemble de la période étudiée. En particulier, il est nécessaire de spécifier les déterminants macroéconomiques à prendre en compte ou les objectifs des autorités monétaires, le poids qu'elles leur imputent et la tolérance affichée quant aux écarts observés par rapport à ces objectifs. Ces problèmes résolus, il reste à intégrer les changements épisodiques de régimes monétaires, le plus souvent inévitables quand la modélisation s'applique sur plusieurs décennies.

La forme même de la fonction de réaction peut aussi être discutée. La question ici est de savoir si les autorités monétaires suivent une règle déterminée ou s'il est préférable d'utiliser une fonction de réaction classique. Si une règle de politique monétaire devait être adoptée, la spécification proposée par Taylor (1993) serait la plus envisageable. En effet, Tetlow (2000) indique que cette règle a été citée publiquement par plusieurs anciens gouverneurs de la Réserve Fédérale et semble la plus appropriée pour décrire son comportement<sup>4</sup>. Les résultats du papier de Taylor (1993), combinés à ceux de Judd et Rudebush (1998), indiquent d'ailleurs que cette règle approxime relativement correctement le comportement de la Réserve Fédérale, en particulier depuis l'arrivée d'Alan Greenspan en 1987. Cependant, les travaux de Kozicki (1999) soulignent les limites de ce type d'approche. Dans son étude, elle examine la robustesse des recommandations de la règle à des variations mineures concernant sa spécification et notamment en fonction des séries utilisées pour mesurer l'activité et l'inflation. Ses conclusions sont qu'une règle de type Taylor ne fournit que très peu d'informations utiles pour la prise de décisions en temps réel des autorités monétaires, étant donné la sensibilité des estimations aux hypothèses de départ. Nous choisissons alors de ne pas employer de règle particulière pour décrire le comportement des autorités monétaires américaines, solution qui présente l'avantage de minimiser l'impact des choix préalables à l'estimation. Il faut tout de même noter que la critique de Kozicki peut s'appliquer aussi à l'estimation de fonctions de réaction classique. Nous tiendrons compte de cela ultérieurement en conduisant une analyse de la robustesse des résultats obtenus.

Orphanides (1998, 2000) souligne l'importance d'employer des données en temps réel. En effet, lorsque les révisions qui affectent les mesures d'activité et d'inflation sont significatives, les conclusions obtenues à partir de fonctions de réactions construites à partir des données révisées peuvent être biaisées. Ainsi, Orphanides (2000) écrit dans son résumé:

“In this paper, I demonstrate that the policy settings that would have been suggested by this rule during the 1970s, based on real-time data published by the U.S. Commerce Department, do not greatly differ from actual policy during this period. To the extent macroeconomic outcomes during this period are considered unfavorable, this raises questions regarding the usefulness of this strategy for monetary policy. To the extent the Taylor rule is believed to provide a reasonable guide to monetary policy, this finding raises questions regarding earlier critiques of monetary policy during the 1970s”.

Cependant, nous ne disposons de données en temps réel pour l'ensemble de la période étudiée. Nous conserverons donc à l'esprit cet argument tout en estimant les fonctions de réaction à partir des données disponibles actuellement. Tout ceci explique que la modélisation que nous allons conduire ne peut être qu'un instrument d'analyse, de réflexion et de suivi des actions de politique monétaire et ne peut en aucun cas se vouloir une modélisation exacte du comportement des autorités monétaires sur le long terme, étant donné la complexité des paramètres et des interactions prises en compte. Cette remarque est d'ailleurs avancée notamment par Kozicki (1999), Judd et Rudebush (1998) et Tetlow (2000).

Nous allons alors poursuivre l'approche par les fonctions de réaction malgré les limites exposées ci-dessus. En effet, elle présente l'avantage important de pouvoir nous procurer un ancrage à long terme pour les anticipations des agents, en présence d'informations limitées quant à la politique suivie par les autorités monétaires. L'hypothèse de parfaite symétrie d'informations entre le public et la Réserve Fédérale semble en effet peu réaliste. La suite de notre démarche dans cette section va alors s'appuyer principalement sur les travaux de Bomfim et Brayton (1998). En effet, Kozicki et Tinsley

---

<sup>4</sup>Dans la note de bas de page n° 7 page 5, Tetlow (2000) écrit ainsi :

“A computer search of speeches by Board members for the words “Taylor rule” and derivatives thereof reveals twelve hits for speeches by governors Meyer, Gramlich, Ferguson and Yellen. No other rule has ever been publicly cited in speeches, an observation that lends some credence for our use of the Taylor rule in this section”.

(1997), pour justifier l'usage de leur modèle d'apprentissage, notent qu'il permet d'approximer assez fidèlement les anticipations d'inflation à long terme construites à partir de données d'enquêtes. Cette même performance a aussi été réalisée par Bomfim et Brayton (1998) par inversion de fonctions de réaction. Les Etats-Unis présentent alors l'avantage de fournir des mesures d'anticipations d'inflation à long terme disponibles depuis le début des années 1980. Ceci explique le choix de ce pays pour notre étude, l'application éventuelle de cette méthode aux pays européens ne pouvant s'effectuer qu'après validation de la capacité de cette méthode à fournir une mesure cohérente des anticipations d'inflation à long terme.

Il reste maintenant à obtenir les mêmes résultats que ceux produits par Bomfim et Brayton (1998). Ces derniers, tout comme ceux de Tetlow (2000), fournissent l'illustration que la cible d'inflation ne peut être posée comme fixe dans le temps. Trois techniques économétriques différentes sont utilisées par Bomfim et Brayton pour tenir compte de cette variabilité. La première repose sur l'estimation de la cible à partir d'une succession de régressions sur un échantillon de taille fixe, de dimension inférieure à la plage de données disponibles. La seconde consiste à l'emploi d'un échantillon de taille croissante avec pondération des données de sorte que chaque valeur ait un poids inférieur de 2% à la valeur du trimestre précédent. Enfin, une fonction de réaction de type Taylor est estimée à partir de la méthode du filtre de Kalman<sup>5</sup>.

Pour la première technique, la dimension retenue pour la fenêtre d'estimation est de 60 trimestres. Deux spécifications sont présentées, l'une avec un nombre de retards plus important pour chaque variable explicative. Nous poursuivrons ici avec cette dernière fonction de réaction. Si nous nous basons sur une fonction reliant le taux d'intérêt nominal à trois mois  $r_t$  à ses valeurs passées ainsi qu'à des indicateurs d'inflation et d'activité économique, nous pouvons écrire une telle relation comme suit:

$$r_t = \alpha + \sum_{i=1}^4 \beta_i r_{t-i} + \sum_{i=0}^3 \gamma_i \pi_{t-i} + \sum_{i=0}^3 \delta_i \tilde{u}_{t-i} \quad (23)$$

avec  $\pi$  qui représente l'inflation et  $\tilde{u}$  l'écart par rapport au chômage potentiel. Les variables ainsi que les retards retenus représentent l'ensemble de l'information significative quant à l'explication du comportement du taux court. Dans ce cas, si nous nous plaçons en régime stationnaire alors, d'une part l'écart par rapport au chômage potentiel peut être considéré comme nul, et, d'autre part, les taux d'intérêt et d'inflation sont posés comme stables dans le temps,  $r_t = r_{t+i} = \bar{r}$  et  $\pi_t = \pi_{t+i} = \bar{\pi} \forall i = 1, \dots, \infty$ . Dans ce cadre, nous pouvons inverser cette fonction et déduire la cible d'inflation implicite de long terme  $\pi^{(\infty)}$  suivie par les autorités monétaires, sous l'hypothèse que le taux d'intérêt nominal d'équilibre varie de façon identique au taux d'inflation d'équilibre:

$$\pi^{(\infty)} = \frac{\alpha - (1 - \sum_{i=1}^4 \beta_i) r r^*}{1 - \sum_{i=1}^4 \beta_i - \sum_{i=0}^3 \gamma_i} \quad (24)$$

avec  $r r^*$  qui est le niveau de long terme supposé connu du taux d'intérêt réel. Cette démarche permet de modéliser la croyance des agents quant à la cible d'inflation, en présence d'une information limitée, et surtout, sans avoir à modéliser explicitement les niveaux ciblés et l'importance attribuée à chaque objectif. Cette approche présente donc l'avantage d'un choix minimum de paramètres au préalable.

Les données utilisées pour l'estimation de (23) sont décrites dans le tableau 1<sup>6</sup>. Les deux enquêtes utilisées serviront d'étalon pour apprécier la performance de (23)-(24) à évaluer les anticipations

<sup>5</sup>La cible d'inflation doit apparaître explicitement dans le vecteur espace état pour la méthode du filtre de Kalman. C'est la raison de l'emploi d'une règle de Taylor dans ce cas, contrairement aux deux autres techniques.

<sup>6</sup>Nous avons estimé les différentes formulations utilisées par Bomfim et Brayton (1998) afin de calculer  $\pi^{(\infty)}$ . La meilleure correspondance avec leurs résultats et avec les données d'enquêtes a été obtenue à partir de l'estimation de (23) à l'aide des moindres carrés ordinaires avec une fenêtre de 60 trimestres. Par conséquent, les résultats présentés dans cette section sont obtenus par cette méthode.

d'inflation sur le long terme. Elles sont nommées Hoey et Michigan<sup>7</sup>. La première a été construite en combinant les données d'enquête sur l'inflation anticipée à un horizon de 10 ans collectées par Richard Hoey (1991), un économiste à la Drexel Burnham Lambert Bank. Cette enquête s'arrête au début des années 1990. Les données suivantes ont donc été collectées à partir des séries de la Réserve Fédérale de Philadelphie (*Surveys of Professional Forecasters*). La seconde série représente l'inflation médiane attendue entre 5 et 10 ans telle que le *Surveys Reseach Center* de l'université du Michigan la mesure par enquête. La série commence au premier trimestre de 1979. Certaines valeurs sont manquantes pour la première partie des observations. Comme pour Bomfim et Brayton (1998), elles ont été calculées par interpolation linéaire. De part leur construction, nous estimons que ces séries peuvent servir d'étalon pour mesurer la qualité du point terminal obtenu pour  $\pi$  à partir de (23)-(24).

Ensuite, l'obtention de  $\pi^{(\infty)}$  à partir de l'estimation de (24) nécessite une hypothèse de plus sur le niveau du taux d'intérêt réel que l'on suppose fixe dans cette section. Le taux d'intérêt réel retenu par Bomfim et Brayton (1998) est de 2%. Seulement, Kozicki et Tinsley (1997) arrivent à un taux réel de 2.35% et il semble à la vue de leurs résultats que, sur la période qui nous concerne, ce taux ait été plus proche de 2.5% que de 2%<sup>8</sup>. Toutefois, la valeur moyenne de l'estimation du point terminal pour le taux d'intérêt réel, calculée à la fin de cette étude est de 1.95%. Par soucis de comparaison avec la section suivante, nous présentons donc ici les résultats pour l'hypothèse où  $rr^* = 2\%$ <sup>9</sup>.

Le tableau 6 indique la performance de chaque variante pour (23)-(24) à décrire le comportement des données d'enquête. Ainsi, nous avons 12 variations. Les séries GDPPIa et CPIa sont des séries d'anticipations collectées par la Réserve Fédérale de Philadelphie. La première concerne le déflateur du PNB et la seconde, l'indice des prix à la consommation. Les résultats pour les modèles en relation avec ces deux séries ne sont pas directement comparables à ceux obtenus à partir de ChainPI et CPI. Cependant, elles donnent une indication de ce que pourrait donner l'introduction dans la fonction de réaction d'une variable d'anticipations sur l'inflation à venir au cours de l'année, la fonction devenant ainsi de type "*forward looking*"<sup>10</sup>. La corrélation, l'écart-type de la différence entre la série estimée et les données d'enquête, la RMSE et la statistique de Theil associée sont les critères d'analyse retenus. Pour cette dernière le modèle de référence est la combinaison de la série ChainPI pour l'inflation avec l'UGap1, calculé par le CBO<sup>11</sup>. La série Ugap2 fournie par Crary (2000) permet de prendre en considération la qualification du travail pour le calcul du taux de chômage non inflationniste. Dans son étude, Crary trouve que sa méthode conduit à de meilleurs résultats que les autres mesures du taux de chômage d'équilibre non inflationniste. Les chiffres en gras représentent la meilleure combinaison au regard du critère en question. Pour chaque colonne, deux chiffres sont ainsi retenus, étant donné que les estimations intégrant les séries d'anticipations pour l'inflation sont toujours meilleures mais ne sont pas directement comparables aux autres résultats.

Globalement plusieurs conclusions se dégagent. Tout d'abord, les résultats sont plutôt satisfaisants à partir de la seconde moitié des années 1980. Nos estimations de  $\pi^{(\infty)}$  ne permettent pas de mesurer

<sup>7</sup>L'obtention des données d'enquête collectées par Hoey (1991) a été possible grâce à l'assistance de madame Susan E. Roof de la Mellon Bank.

<sup>8</sup>Kozicki et Tinsley (1997) déduisent le point terminal pour le taux nominal comme la valeur estimée d'une régression du point terminal obtenu par les anticipations de marché sur la série des points terminaux pour l'inflation calculés à partir de leur modèle d'apprentissage. Ainsi, cette méthode assure une cohérence entre les points terminaux associés au taux d'inflation et au taux d'intérêt nominal.

<sup>9</sup>Nous avons estimé (24) avec les deux hypothèses pour le taux réel. Les résultats obtenus avec les deux hypothèses pour  $rr^*$  sont indiqués dans le tableau 3. La sélection de 2% n'apparaît pas pénalisante. De plus, il ne semblerait pas cohérent dans la section suivante d'avoir une trop grande différence entre la moyenne du point terminal estimé sur l'ensemble de la période pour le taux d'intérêt réel et la valeur choisie pour  $rr^*$  dans (24), valeur qui représente le taux réel estimé sur l'année et qui permet de déduire la cible d'inflation  $\pi^{(\infty)}$ .

<sup>10</sup>Il faut noter cependant que la prise en compte de variables d'activité permet déjà d'intégrer en partie dans la fonction de réaction des indicateurs avancés d'inflation.

<sup>11</sup>Les séries Ogap et Ugap ont été construites à partir des séries de production potentielle et d'inflation potentielle calculées par le Congressional Budget Office. Ce calcul repose sur des modèles structurels et non sur des méthodes de filtrage de type Hodrick-Prescott. Ces séries ont été fournies par Bob Arnold (CBO).

correctement les anticipations d'inflations à long terme pendant la période Volcker. Ce résultat, illustré sur les graphiques 4 à 7, est décevant mais n'est pas surprenant étant donné la particularité de la période en question en matière de politique monétaire. Notre analyse s'appliquera désormais à la période commençant au troisième trimestre de l'année 1982. Ensuite, l'emploi de l'Output Gap comme variable d'activité est à proscrire, aucune variante n'aboutissant parmi les séries non anticipées aux meilleurs résultats selon les critères du tableau 6. La dégradation est en particulier très nette pour la fin de la période et pour la combinaison avec la mesure CPI de l'inflation. Cette dernière mesure d'inflation apparaît aussi être inférieure à celle nommée ChainPI. Par contre, il semble difficile de départager les deux mesures de chômage non inflationniste. Enfin, l'utilisation de l'inflation anticipée à un an pour l'indice des prix sur le PNB (GDPPIa) semble fournir des résultats particulièrement intéressants. Cependant, cette série ne dispose pas d'assez d'observations. Par la suite nous utiliserons donc la combinaison ChainPI-Ugap pour déduire  $\pi^{(\infty)}$ .

Cependant, l'estimation de (23) est problématique au sens où elle inclut des variables contemporaines à la date d'estimation de  $\pi^{(\infty)}$ . Nous avons essayé de contourner ce problème en estimant la relation suivante:

$$r_t = \alpha + \sum_{i=1}^4 \beta_i r_{t-i} + \sum_{i=1}^4 \gamma_i \pi_{t-i} + \sum_{i=1}^4 \delta_i \tilde{u}_{t-i} \quad (25)$$

Cependant, la dégradation des performances est dans ce cas particulièrement importante. L'hypothèse de contemporanéité de la variable d'activité est en particulier essentielle pour obtenir des résultats acceptables. Ce problème est nuancé par le fait que  $\hat{\pi}^{(\infty)}$  est calculé pour estimer ensuite le taux d'intérêt nominal terminal. Ce dernier est utilisé dans (19), retardé d'une période, ce qui peut, en théorie, autoriser l'introduction d'une information contemporaine dans (23). En pratique, les séries d'activité notamment ne sont pas immédiatement disponibles en temps et en fiabilité, ce qui rend difficile l'utilisation de cette approche en temps réel.

### 3.1.2 Les résultats en terme de prévision du taux long.

La cible d'inflation estimée et le taux d'intérêt réel posé à 2%, nous pouvons calculer le taux d'intérêt terminal théorique  $\hat{r}_t^{(\infty)}$  à l'aide de la relation de Fisher (22) que nous écrivons de nouveau pour mémoire:

$$(1 - \tau) r_t^{(\infty)} = r r_t^{(\infty)} + \pi_t^{(\infty)}$$

Il ne reste plus qu'à fixer le taux de taxation  $\tau$ . Nous avons alors estimé la qualité de l'approximation obtenue pour (19) en fonction des différentes valeurs obtenues pour  $\tau$  par Kozicki et Tinsley (1997), Evans et Lewis (1995) et Crowder et Hoffman (1996), à savoir 0.20%, 0.21%, 0.25% et 0.30%. Les résultats sont présentés dans le tableau 4. Les deux chiffres en gras indiquent l'hypothèse qui conduit à la meilleure prévision du taux à dix ans. Tout d'abord, nous constatons que les valeurs sont relativement cohérentes, ce qui semble indiquer que le taux d'intérêt réel est compris entre 2 et 2.5% et que le niveau de la taxe est inclus dans la fourchette indiquée auparavant. De plus, il semble plus probable que depuis 1982 le niveau de taxe soit compris entre 0.2% et 0.25% qu'à 0.30%. Ceci élimine la combinaison qui produit les meilleurs résultats, à savoir  $rr^* = 2\%$  et  $\tau = 0.30\%$ . Dans ce cas, on s'aperçoit que le taux d'intérêt réel doit être légèrement supérieur à 2%. En effet, la combinaison de niveaux faibles pour  $rr^*$  et pour  $\tau$  conduit à une dégradation significative des prévisions. Nous retenons alors l'hypothèse où  $rr^* = 2\%$  et  $\tau = 0.25\%$  qui, même si elle ne conduit pas aux meilleurs résultats pour la prévision du taux à dix ans, est très proche des valeurs obtenues pour la statistique RMSE des combinaisons  $rr^* = 2.5\%$  et  $0.20\% < \tau < 0.25\%$ . Ce choix présente aussi l'avantage de fournir des bonnes qualités d'estimation des maturités les plus courtes.

Le calcul du taux nominal terminal par (22) conduit alors à l'estimation du processus pour le taux court (16). Les résultats sont présentés dans le tableau 2 sous la colonne "Modèle 1". La qualité de l'estimation des taux à 6 mois, un, cinq et dix ans par (19) est mesurée dans le tableau 3 sous le même libellé. La performance du modèle 1 est alors supérieure aux modèles stationnaire et non stationnaire. Par rapport au modèle par anticipations de marché, le diagnostic est plus mitigé. Nous obtenons de meilleurs résultats pour la prévision des taux à 6 mois et un an et une dégradation des performances pour les taux à cinq et dix ans. Cependant l'analyse du graphique 8 permet de s'interroger sur l'impact de la période précédant le premier trimestre de 1986, durant laquelle le modèle 1 est incapable de capter la baisse importante du taux à dix ans, contrairement au modèle par anticipations de marché. Les résultats des prévisions après 1986/01 sont indiqués sur le tableau 5 et le modèle 1 permet d'obtenir de meilleurs résultats que le modèle par anticipations de marché, quel que soit la maturité du titre long estimé. Ainsi, le modèle 1 apparaît fournir un cadre pertinent pour la construction du point terminal utilisé dans l'équation (19) pour la prévision du taux long. L'impact de la politique monétaire sur les taux d'intérêt de long terme, au moins depuis le premier trimestre de 1986, apparaît ainsi au travers du modèle à anticipations rationnelles présenté dans cette section.

### 3.2 Détermination du taux d'intérêt nominal terminal à partir du modèle d'évaluation des actifs de Lucas.

Le premier obstacle vient du caractère directement inobservable du taux d'intérêt réel. Cependant, ce taux réel peut être lié aux données concernant la consommation agrégée. En effet, il est possible de se placer dans une économie telle que Lucas (1978) l'a définie. Son approche généralise les travaux de Fisher en incorporant les effets de l'incertitude, ou du risque<sup>12</sup>.

Cette économie est caractérisée par un agent représentatif qui, à chaque période,  $t$  ( $t=0, 1, \dots, \infty$ ) reçoit un revenu correspondant à  $y_t$  unités du bien de consommation et dépense  $c_t$  unités de ce bien. Le programme de l'agent est alors de maximiser son utilité  $E [\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t)]$  sous la contrainte  $c_t \leq y_t$ .  $\beta$  est ici un facteur d'escompte qui traduit le fait que la consommation d'une quantité identique du bien de consommation dans le temps procure une plus grande utilité au présent, et nous avons  $0 < \beta < 1$ .

Dans cette économie, il existe un marché où deux titres sont cotés. Le premier est un titre nominal qui coûte un euro à la période  $t$  et rapporte  $r_t$  euros à la période  $t+1$ . L'agent achète  $L_t$  unités de ce titre à la période  $t$ . Le second est un titre réel qui coûte une unité du bien de consommation en  $t$  et rapporte  $rr_t$  unités de ce bien en  $t+1$ . L'agent achète  $l_t$  unités de ce dernier.  $r_t$  et  $rr_t$  sont ainsi des rendements bruts. L'incertitude intervient du fait que, pour les périodes futures, l'investisseur ne connaît pas les prix (notés  $P$ ), le revenu, la consommation, les taux d'intérêt et les quantités de titres achetées.

En incorporant le marché des titres à l'économie, la contrainte à laquelle l'individu est soumise est modifiée. Ainsi au début de chaque période l'agent représentatif dispose, en exprimant les quantités en terme du bien de consommation, de son revenu  $y_t$  et des flux dégagés par ses titres arrivant à échéance à la fin de la période  $t-1$ . Il reçoit ainsi  $rr_{t-1}l_{t-1}$  biens de consommation issus des titres réels et  $r_{t-1}L_{t-1}/P_t$  unités du bien de consommation issues du titre nominal. Face à ses recettes, la dépense se répartie entre sa consommation  $c_t$ , ses achats de titres réels pour un montant  $l_t$ , et de titres nominaux pour un montant  $L_t/P_t$ . La contrainte prend donc la forme suivante:

$$y_t + rr_{t-1}l_{t-1} + r_{t-1}L_{t-1}/P_t \geq c_t + l_t + L_t/P_t \quad (26)$$

L'équilibre sera alors réalisé lorsque, pour chaque date  $t$ , le taux de préférence pour le présent sera égal

<sup>12</sup>se reporter à Sargent (1987) chapitre 3, par exemple, pour une présentation générale de ce type de modèles.

au taux d'intérêt réel<sup>13</sup>. Nous obtenons ainsi les conditions du premier ordre dérivées du Lagrangien<sup>14</sup>:

$$\begin{aligned}\beta u'(c_t) - \lambda_t &= 0 \\ -\lambda_t + E_t \lambda_{t+1} r r_t &= 0 \\ -\frac{\lambda_t}{P_t} + E_t \frac{\lambda_{t+1}}{P_{t+1}} r_t &= 0\end{aligned}$$

ce qui conduit aux solutions:

$$\begin{aligned}E_t \left[ \beta \frac{u'(c_{t+1})}{u'(c_t)} r r_t \right] &= 1 \\ E_t \left[ \beta \frac{u'(c_{t+1})}{u'(c_t)} \left( \frac{1}{\pi_{t+1}} \right) r_t \right] &= 1\end{aligned}$$

avec  $\pi_{t+1} = P_{t+1}/P$ , le taux de croissance brut des prix. Comme  $r r_t$  et  $r_t$  sont connus avec certitude au début de la période  $t$  nous avons:

$$\frac{1}{r r_t} = \beta E_t \left[ \frac{u'(c_{t+1})}{u'(c_t)} \right] \quad (27)$$

et

$$\frac{1}{r_t} = \beta E_t \left[ \left( \frac{u'(c_{t+1})}{u'(c_t)} \right) \left( \frac{1}{\pi_{t+1}} \right) \right] \quad (28)$$

Etant donné que pour deux variables aléatoires  $a$  et  $b$ :

$$E(ab) = E(a)E(b) + Cov(a, b)$$

nous pouvons aussi exprimer l'équation (28) sous la forme:

$$\frac{1}{r_t} = \beta E_t \left( \frac{u'(c_{t+1})}{u'(c_t)} \right) E \left( \frac{1}{\pi_{t+1}} \right) + \beta Cov \left[ \left( \frac{u'(c_{t+1})}{u'(c_t)} \right), \left( \frac{1}{\pi_{t+1}} \right) \right] \quad (29)$$

ou encore en utilisant la relation (27):

$$\frac{1}{r_t} = \frac{1}{r r_t} E \left( \frac{1}{\pi_{t+1}} \right) + \beta Cov \left[ \left( \frac{u'(c_{t+1})}{u'(c_t)} \right), \left( \frac{1}{\pi_{t+1}} \right) \right] \quad (30)$$

Le terme de covariance dans l'équation (30) mesure la prime de risque due à l'inflation, le niveau des prix à la période  $t+1$ ,  $P_{t+1}$ , étant inconnu, le rendement du titre nominal devient incertain contrairement à celui du titre réel. Lorsque l'inflation ne subit pas de choc aléatoire et devient donc déterministe, l'équation (30) se réduit à la relation de Fisher traditionnelle:

$$r_t = r r_t \cdot \pi_t \quad (31)$$

A ce stade, pour que l'équation (30) soit exploitable, il est nécessaire de définir une forme fonctionnelle pour la fonction d'utilité de l'agent représentatif. Nous retenons la même solution qu'Ireland (1996) et nous posons  $u(c_t) = \ln(c_t)$ , ce qui revient à écrire (30) sous la forme:

$$\frac{1}{r_t} = \frac{1}{r r_t} E \left( \frac{1}{\pi_{t+1}} \right) + \beta Cov \left[ \left( \frac{1}{x_{t+1}} \right), \left( \frac{1}{\pi_{t+1}} \right) \right] \quad (32)$$

<sup>13</sup>voir JARROW (1988) par exemple pour un développement de ce point.

<sup>14</sup>voir Sargent (1987) pour une résolution de ce programme.

avec  $x_{t+1} = c_{t+1}/c_t$ , le taux de croissance brut de la consommation agrégée. Dans ce cadre, l'équation (27) s'écrit:

$$\frac{1}{rr_t} = \beta E_t \left[ \frac{1}{x_{t+1}} \right] \quad (33)$$

La recherche du point terminal nominal  $r_t^{(\infty)}$  peut alors s'effectuer à l'aide de la relation (32) où dans ce cas,  $r$ ,  $rr$  et  $\pi$  sont remplacés par leur valeur terminale  $r^{(\infty)}$ ,  $rr^{(\infty)}$  et  $\pi^{(\infty)}$ . Ceci nous conduit ainsi à déterminer le point terminal pour la croissance de la consommation,  $x_{t+1}^{(\infty)}$ , et pour l'inflation,  $\pi_{t+1}^{(\infty)}$ .

Smith (1993) et Ireland (1996) ont exprimé différemment l'équation (32) afin de l'exploiter plus facilement. En effet, la covariance n'est pas toujours directement observable et il peut être préférable d'utiliser l'égalité suivante:

$$Cov \left[ \left( \frac{1}{x_{t+1}} \right), \left( \frac{1}{\pi_{t+1}} \right) \right] = \rho_t \cdot \sigma \left( \frac{1}{x_{t+1}} \right) \cdot \sigma \left( \frac{1}{\pi_{t+1}} \right)$$

avec  $\rho_t$  le coefficient de corrélation entre  $\left( \frac{1}{x_{t+1}} \right)$  et  $\left( \frac{1}{\pi_{t+1}} \right)$ . Dans ce cas, (32) s'écrit:

$$\frac{1}{r_t} = \frac{1}{rr_t} E \left( \frac{1}{\pi_{t+1}} \right) + \beta \rho_t \cdot \sigma \left( \frac{1}{x_{t+1}} \right) \cdot \sigma \left( \frac{1}{\pi_{t+1}} \right) \quad (34)$$

Le coefficient de corrélation est par définition borné entre -1 et 1. Cette formulation permet donc de définir les bornes maximales pour la prime de terme.

### 3.2.1 La mesure du taux d'intérêt réel.

Le taux d'intérêt réel peut donc être défini à partir du taux de croissance de la consommation et du taux d'escompte. Nous cherchons à construire un point terminal pour le taux à 3 mois et donc le calcul repose sur des données trimestrielles. Tout d'abord, le calcul du facteur d'escompte s'effectue à partir du taux d'inflation observé. Sur l'ensemble de la période, le taux moyen annuel est de 4.50%, ce qui revient à un taux d'inflation trimestriel de 1.11%, soit à un facteur d'escompte de 0.989.

Pour déterminer le terme  $E_t [1/x_{t+1}]$ , nous procédons comme Ireland (1996) en utilisant l'estimation d'un modèle linéaire. Cependant, nous employons une formulation différente. Le caractère stationnaire du taux d'intérêt réel est un constat généralement admis. Ainsi le processus stochastique suivi par l'inverse du taux de croissance de la consommation peut être décrit par le modèle stationnaire de forme équivalente à (3) où nous posons  $g_{t+1} = 1/x_{t+1}$ :

$$b(L)\Delta g_t = \mu_1 + \alpha g_{t-1} + e_t \quad (35)$$

où  $e_t$  est un terme d'erreur et satisfait aux hypothèses habituelles et  $b(L)$  un polynôme d'ordre  $(p-1)$ . A partir de l'estimation des paramètres de (35) et des résultats de Kozicki et Tinsley (1997), la prévision à une période pour  $g_t$  est égale à <sup>15</sup> :

$$E[g_{t+1}|I_{t-1}] = h'_r \rho + h'_r A^2 (z_{t-1} - \rho) \quad (36)$$

où les paramètres de cette équation ont déjà été définis. Le point terminal de ce processus est alors donné par  $h'_r \rho = h'_r (I_p - A)^{-1} \mu = g^{(\infty)}$ , ou par rapport à (35), par  $\left( \frac{\mu_1}{-\alpha} \right)$ . A l'aide de l'équation (33) nous pouvons ainsi obtenir un point terminal pour le taux d'intérêt réel.

<sup>15</sup>Comme Kozicki et Tinsley (1997) l'indiquent, ce point terminal est égal à la moyenne de la variable pour les échantillons de taille importante.

Pour ce faire nous utilisons des données trimestrielles agrégées sur la consommation provenant du Département du Commerce américain (Bureau of Economic Analysis. National Income and Product Accounts, NIPA). Ces données concernent les biens non durables et les services, sont exprimées par tête et en dollars de 1996. Nous commençons alors par construire une série pour la croissance trimestrielle de la consommation aux Etats-Unis entre début 1960 et fin 1999. Nous estimons ensuite la relation (35) à l'aide des Moindres Carrés Ordinaires avec 2 retards, en retenant une fenêtre d'estimation de 60 trimestres. Ainsi nous obtenons pour chacune de ces estimations un point terminal  $g_t^{(\infty)}$ . Le taux d'intérêt réel terminal associé  $rr_t^{s,(\infty)}$  est alors calculé à l'aide de (33). A ce stade  $rr_t^{s,(\infty)}$  est un taux simple trimestriel qui nous conduit au taux réel à trois mois annualisé  $rr_t^{(\infty)}$  à l'aide de la formule :

$$rr_t^{(\infty)} = 100 \left[ \left( 1 + rr_t^{s,(\infty)} \right)^4 - 1 \right] \quad (37)$$

L'évolution du taux ainsi calculé est présentée sur le graphique 10. On remarque une stabilité d'ensemble de la série puisque la valeur minimale est de 1,35% au troisième trimestre de 1990 et la valeur maximale atteinte est de 2.64% en 1975. La valeur moyenne sur l'ensemble de la période est de 1.95%.

### 3.2.2 La mesure du taux nominal.

Afin d'estimer l'équation (34) il est nécessaire de calculer l'écart-type du taux terminal réel. Pour ce faire, nous utilisons une méthode exposée dans Banerjee et al. (1993). En effet, Bardsen (1989) a proposé l'équivalence entre un modèle autorégressif dynamique traditionnel de la forme:

$$y_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^m \alpha_i y_{t-i} + \sum_{j=1}^p \sum_{i=0}^n \beta_{ji} x_{jt-i} + \varepsilon_t$$

et un modèle du type:

$$\Delta y_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{m-1} \alpha_i^* \Delta y_{t-i} + \sum_{j=1}^p \sum_{i=0}^{n-1} \beta_{ji}^* \Delta x_{jt-i} + \alpha_m^* y_{t-m} + \sum_{j=1}^p \beta_{jn}^* x_{jt-n} + \varepsilon_t$$

avec  $\alpha_i^* = \sum_{l=1}^i \alpha_l - 1$  et  $\beta_{ji}^* = \sum_{l=0}^i \beta_{jl}$ . Ce dernier modèle est une généralisation de la relation (35) utilisée ici pour estimer le taux d'intérêt réel. Dans ce cadre, Banerjee et al. (1993) notent  $\theta$  l'effet de long terme de  $x_j$  sur  $y$ :

$$\theta = \frac{\beta_{jn}^*}{-\alpha_m^*}$$

Ainsi Banerjee et al. (1993) notent que la variance de  $\theta$  peut se calculer comme l'approximation de la variance d'une fonction non linéaire d'éléments à variance connue. Ainsi, avec  $f = f(a_1, a_2, \dots, a_H)$  et donc  $\hat{f} = f(\hat{a}_1, \hat{a}_2, \dots, \hat{a}_H)$  nous avons:

$$\widehat{var}(\hat{f}) \cong \sum_{h=1}^H \left( \frac{\partial \hat{f}}{\partial a_h} \right)^2 \widehat{var}(\hat{a}_h) + 2 \sum_{g < h} \left( \frac{\partial \hat{f}}{\partial a_g} \right) \left( \frac{\partial \hat{f}}{\partial a_h} \right) \widehat{cov}(\hat{a}_g, \hat{a}_h) \quad (38)$$

Par analogie,  $\theta$  représente dans notre étude le point terminal du processus (35) et se définit comme:

$$\theta = \frac{\mu_1}{-\alpha}$$

Ainsi (38) s'écrit:

$$\widehat{var}(\widehat{\theta}) \cong \left(\frac{1}{-\widehat{\alpha}}\right)^2 \widehat{var}(\widehat{\mu}_1) + \left[\frac{\widehat{\mu}_1}{(\widehat{\alpha})^2}\right]^2 \widehat{var}(\widehat{\alpha}) + 2\left(\frac{1}{-\widehat{\alpha}}\right) \left[\frac{\widehat{\mu}_1}{(\widehat{\alpha})^2}\right] \widehat{cov}(\widehat{\mu}_1, \widehat{\alpha}) \quad (39)$$

Les termes  $\widehat{var}(\widehat{\mu}_1)$ ,  $\widehat{var}(\widehat{\alpha})$  et  $\widehat{cov}(\widehat{\mu}_1, \widehat{\alpha})$  se déduisent alors de la matrice des variances-covariances de l'estimateur des Moindres Carrés Ordinaires de (35). Une fois cette variance calculée, nous pouvons alors en déduire la variance du taux d'intérêt réel terminal par la transformation suivante en lien avec (37) et (33):

$$\widehat{\sigma} \left( rr_t^{(\infty)} \right) = 100 \left[ \beta \cdot \widehat{\sigma}(\widehat{\theta}) \right]^{-4}$$

Seulement cette méthode conduit à un écart-type très faible pour le point terminal du taux d'intérêt réel ce qui rend le terme de covariance quasiment nul, en moyenne de l'ordre de 6.0493477e-006, alors que la covariance entre les points terminaux de l'inflation et du taux d'intérêt réel donne une valeur de -0.398 depuis 1986/01 et de -0.508 depuis 1975/02, valeurs qui nous donnent une idée de la prime de terme moyenne attachée au point terminal. La valeur calculée semble donc trop faible. Cependant, en l'absence de mesure alternative, nous la retiendrons comme acquise, ce qui signifie que la prime de terme attachée au point terminal du taux d'intérêt nominal n'a pas d'impact sur la prime de terme calculée pour le taux long. Par la suite, nous ne tiendrons pas compte de ce terme pour le calcul du point terminal, son impact étant nul. A ce taux réel nous ajoutons la cible d'inflation à long terme calculée dans la section 3.1 pour obtenir, par la relation (22), le taux d'intérêt nominal terminal.

Nous commençons alors par estimer (16) à l'aide du point nominal terminal estimé dans cette section. Le résultat est présenté dans le tableau 2 sous le nom "Modèle 2". Ensuite la prévision du taux long est calculée à l'aide de (19) et la qualité de prévision à une période des taux longs est exposée dans les tableaux 3 et 5 et sur le graphique 11. Les résultats sont assez satisfaisants. La dégradation des prévisions n'est que minime lorsqu'on passe du modèle 1 au modèle 2 pour le calcul de  $\widehat{r}_t^{(\infty)}$ . Cela est confirmé par l'examen du graphique 9 qui montre la relative proximité des estimations obtenues par ces deux méthodes pour  $r_t^{(\infty)}$ .

### 3.2.3 La question de la prime de terme.

Le modèle 2 semble fournir une description adéquate du point terminal pour la prévision des taux d'intérêt de long terme. Il reste à voir si la prime de terme peut être supposée nulle ou constante dans le temps. Pour ce faire, nous repartons de l'équation (1):

$$R_t \equiv \frac{1-g}{1-g^n} \sum_{i=0}^{n-1} g^i E_t r_{t+i} + \varphi$$

A l'aide des différents modèles à anticipations rationnelles, nous avons estimé l'élément somme dans cette relation. Nous calculons alors  $\varphi$  comme la différence entre le taux long observé  $R_t$  et le taux long construit. Les résultats sont présentés sur le graphique 12 pour les trois modèles à point terminal variable. Les traits pointillés horizontaux indiquent les valeurs de -1 et 1. Deux conclusions semblent se dégager. La première tient au début de la période, avant le premier trimestre de 1986. Les modèles 1 et 2 reposant sur l'examen de la politique monétaire pour le calcul de  $\widehat{\pi}^{(\infty)}$  sont incapables de reproduire le comportement du taux à dix ans, ce dernier se situant à un niveau nettement plus élevé. Cependant, le calcul du point terminal par les anticipations de marché à l'aide de (21) reproduit correctement cette période de décrue importante du taux à dix ans, ce qui est confirmé par l'évolution de  $\widehat{r}_t^{(\infty)}$  sur le graphique 9. L'analyse des composantes de  $\widehat{r}_t^{(\infty)}$  indique que le taux d'intérêt réel capte bien cette baisse (graphique 10). Il passe ainsi d'environ 2.2% à 1.6% sur cette période. Mais il est

possible que ce taux soit sous-évalué.

Par contre, le premier encadré du graphique 4 qui illustre la série utilisée pour  $\hat{\pi}_t^{(\infty)}$  indique clairement que notre estimation de la cible d'inflation terminale n'arrive pas à reproduire le niveau de l'inflation anticipée, mesurée par les données d'enquête. Une des explications possibles mais qui, avancée sans étude complémentaire peut se révéler hasardeuse, tient au fait que les fondamentaux économiques de l'époque justifiaient des anticipations d'inflation à long terme au niveau mesuré par les modèles 1 et 2. Cependant, les performances en matière d'inflation de l'économie américaine sur les dernières décennies et l'incertitude passée importante concernant la politique monétaire conduite par la Réserve Fédérale, ont justifié un certain délai de la part du public pour analyser correctement le nouvel environnement économique et en extraire des anticipations d'inflation plus en accord avec nos résultats<sup>16</sup>. Une seconde explication tient aux caractéristiques des modèles employés et aux niveaux atteints par les taux à dix ans. En effet, le graphique 4 indique que les modèles 1 et 2 parviennent à reproduire la décreue observée pour les taux à 6 mois et un an. Cependant, à partir des prévisions pour les taux à cinq ans, qui reposent de façon plus importante sur l'introduction de  $\hat{r}_t^{(\infty)}$ , le niveau prédit pour les taux longs commence à diminuer au contraire des taux observés. Ainsi, nos modélisations 1 et 2 de  $\hat{r}_t^{(\infty)}$  ne permettraient pas de capter les évolutions correctes pour le taux long, au contraire de la solution par anticipations de marché, plus robuste. L'approche par les fonctions de réaction telle que nous l'avons utilisée ici serait donc appropriée pour des périodes de stabilité monétaire, ce qui est globalement le cas aux Etats-Unis depuis 1986. Cette impression est confirmée par les mauvais résultats enregistrés pour l'estimation de  $\hat{\pi}_t^{(\infty)}$  entre 1979 et 1982 et illustrés sur les graphiques 4 et 5.

Avant 1986, l'existence d'une prime de terme significativement positive telle que mesurée par les modèles 1 et 2 est donc propre à notre méthode d'estimation des points terminaux basée sur les fonctions de réaction. Sur cette période, la mesure de la prime de terme par les anticipations de marché entraîne alors l'obtention d'une prime de terme plus faible mais toujours significative. Cela vient peut être aussi de la mesure de notre point terminal par anticipations de marché, qui approxime un taux à terme mesurée à partir d'une courbe des taux zéro coupons. Une autre explication pourrait venir de corrections ultérieures importantes des données d'activité et d'inflation pour cette période. L'emploi de données en temps réel serait donc une approche à explorer.

Par contre, et c'est la seconde conclusion, à partir de 1986, les modèles 1 et 2 qui fournissaient les meilleures prévisions du taux à dix ans conduisent à des primes de terme assez faibles. Sur la base de la construction des modèles 1 et 2 et en supposant qu'ils ne conduisent pas à des interprétations erronées, une prime de terme positive pourrait indiquer des anticipations de la part du public, sur la non soutenabilité temporelle du niveau des taux courts sous le contrôle des autorités monétaires par rapport aux conditions actuelles de l'économie. Le niveau de  $\hat{\pi}_t^{(\infty)}$  tel que déduit par (23)-(24) étant jugé trop faible et peu réaliste. Cet excès de rendement pourrait aussi provenir d'une erreur de mesure de  $\hat{\pi}_t^{(\infty)}$ . En effet, le remplacement de la série ChainPI par la mesure de l'inflation mesurée par le Bureau of Labor Statistics conduirait à un taux d'intérêt à dix ans plus élevé sur la fin de la période, comme l'encadré du haut du graphique 5 l'indique. Comme nous pouvons le constater, il est difficile de faire la part dans l'excès de rendement observé entre les erreurs de mesure et la véritable prime de risque.

## 4 Conclusion

La modélisation des taux longs a le plus souvent conduit au rejet de la théorie des anticipations rationnelles. Les travaux de Kozicki et Tinsley (1997, 1998, 2000) ont dans cette optique contribué à renouveler l'exercice de prévision des taux d'intérêt à long terme. La première section de notre

---

<sup>16</sup> pour une analyse de la politique monétaire américaine sur cette période et de l'incertitude entourant les actions de la Réserve Fédérale, voir par exemple Rautureau (2000a, b).

étude illustre donc l'apport du modèle univarié proposé par Kozicki et Tinsley (1997). Leur modèle à deux facteurs permet ainsi un gain très net quant à l'estimation du taux long. Le point nominal terminal construit à partir des anticipations de marché et sur lequel repose le modèle participe de façon décisive à cette amélioration, le terme  $(r_{t-1} - \hat{r}_{t-1}^{(\infty)})$  jouant ainsi le rôle d'une force de rappel permettant d'annihiler les effets négatifs liés aux propriétés statistiques des modèles utilisés.

Etant donné l'impact de l'introduction dans le modèle du taux d'intérêt nominal terminal, nous avons cherché à étudier ses fondements théoriques. Ainsi, et au contraire de Kozicki et Tinsley (1997), notre modèle repose directement sur le contrôle qu'exerce les autorités monétaires sur le taux d'intérêt de court terme, ou plutôt sur la perception qu'ont les agents de ce contrôle en présence d'information limitée. Les individus observent ainsi le niveau du taux court et deux variables d'activité et d'inflation et, par inversion d'une fonction de réaction, déduisent la cible d'inflation de long terme compatible avec le comportement actuel de la banque centrale. Les résultats sont mitigés. Nous ne sommes pas parvenus à mesurer correctement  $\pi^{(\infty)}$  avant 1986. De plus, la procédure employée est sensible au choix des séries utilisées. Enfin, l'emploi en temps réel de cette technique semble délicate en raison des dégradations très nettes observées dans la prévision des taux longs lorsque la mesure d'activité n'est pas contemporaine au taux d'intérêt endogène dans la fonction de réaction. Cependant, depuis 1986, cette méthode reproduit assez fidèlement les anticipations d'inflation aux Etats-Unis mesurées par données d'enquête, ce qui est assez remarquable étant donné la nature différente des deux méthodes étudiées. Cela s'accompagne aussi d'une prévision améliorée des taux d'intérêt depuis cette date.

L'étape suivante a consisté en l'élaboration d'un modèle d'évaluation du prix des actifs financiers de type Lucas (1978) pour déduire le taux d'intérêt nominal. Les résultats ont été sensiblement identiques à ceux obtenus précédemment, l'endogénéisation du taux d'intérêt réel n'ayant pas provoqué de dégradation manifeste. L'explication des écarts constatés par rapport aux longs observés paraît difficile sans étude complémentaire, étant donné d'une part leur relative régularité depuis 1986 et, d'autre part, la distinction difficile entre erreur de mesure et véritable prime de terme.

Le fait cependant que l'introduction du terme  $(r_{t-1} - \hat{r}_{t-1}^{(\infty)})$  couplée avec une définition macro-économique et non financière du taux d'intérêt nominal terminal estimé ait permis d'améliorer la prévision du taux long nous amène aussi à nous interroger sur la nature de  $\hat{r}_t^{(\infty)}$ . Son mode de calcul qui repose sur l'hypothèse d'un régime stationnaire, peut conduire au concept de taux d'intérêt naturel. Cette impression peut être renforcée par le graphique 9 qui montre que le taux d'intérêt nominal terminal estimé décroît à un rythme relativement stable dans le temps, avec l'inflation. Sargent (1969) y fait référence pour expliquer la corrélation observée entre les taux d'intérêt nominaux et les prix. Notre méthode de construction semblerait valider l'hypothèse de Fisher. Cependant les résultats médiocres obtenus pour l'estimation de  $\hat{r}_t^{(\infty)}$  avant 1986 rendent très délicate toute volonté de trancher ce débat, un taux d'intérêt naturel devant être par nature stable dans le temps, y compris lorsque plusieurs régimes monétaires se succèdent au cours de la période étudiée.

## Références bibliographiques.

BANERJEE A., DOLADO J., GALBRAITH J.W., HENDRY D.F. (1993), "Co-integration, error correction, and the econometric analysis of non-stationary data", Oxford University Press.

BOMFIM A.N., BRAYTON F. (1998), "Long-run inflation expectations and monetary policy", *BIS Conference Papers*, vol. 6, pp.153-165.

CAMPBELL J.Y., SHILLER R.J. (1987), "Cointegration and tests of present value models", *Journal of Political Economy*, vol. 95, n° 5, pp. 1062-1088.

COX J.C., INGERSOLL J.E., ROSS S.A. (1985), "A theory of the term structure of interest rates", *Econometrica*, vol. 53, n° 2, March, pp. 385-407.

CRARY D.B. (2000), "Labor quality, natural unemployment, and US inflation", *The Quarterly Review of Economics and Finance*, vol. 40, pp. 325-336.

CROWDER W.J., HOFFMAN D.L. (1996), "The long-run relationship between nominal interest rates and inflation : the Fisher equation revisited", *Journal of Money, Credit and Banking*, vol. 28, n° 1, pp. 102-118.

EVANS M.D.D., LEWIS K.K. (1995), "Do expected shifts in inflation affect estimates of the long-run Fisher relation?", *Journal of Finance*, vol. 50, n° 1, pp. 225-253.

FUHRER J.C. (1996), "Monetary Policy Shifts and long-term interest rates", *Quarterly Journal of Economics*, Nov., pp. 1183-1209.

GOODFRIEND M., "Interest rate policy and the inflation scare problem: 1979-1992", Federal Reserve Bank of Richmond. *Economic Quarterly*, vol. 79, 1993, pp. 1-24.

HOEY R.B. (1991), "Decision-Makers Poll", *Barclays de Zoete Wedd Research*.

IRELAND P.H. (1996), "Long-term interest rates and inflation : a fisherian approach", *Federal Reserve Bank of Richmond. Economic Quarterly*, vol. 82/1, pp. 21-35.

JARROW R.A. (1988), *Finance Theory*, Prentice-Hall International Editions.

JONDEAU E., SEDILLOT F. (1999), "Forecasting French and German long-term rates using a rational expectations model", *Weltwirtschaftliches Archiv*, vol. 135, n° 3, pp. 413-436.

JONDEAU E., SEDILLOT F. (1998), "La prévision des taux longs français et allemands à partir d'un modèle à anticipations rationnelles", *Notes d'Etudes et de Recherche. Banque de France*, n° 55.

JUDD J.P., RUDEBUSH G.D.(1998), "Taylor's rule and the Fed: 1970-1997", *Federal Reserve Bank of San Francisco Economic Review*, n° 3, pp.3-16.

KOZICKI S. (1999), "How useful are Taylor rules for monetary policy ?", *Federal Reserve Bank of Kansas City Economic Review*, pp. 5-33.

KOZICKI S., TINSLEY P.A. (1998), "Moving endpoints and the internal consistency of agents' ex ante forecasts", *Computational Economics*, vol. 11, pp. 21-40.

KOZICKI S., TINSLEY P.A. (1997), "Shifting endpoints in the term structure of interest rates", *Federal Reserve Bank of Kansas City. Research Working Paper*, n° 97-08.

KOZICKI S., TINSLEY P.A. (2001), "Term structure views of monetary policy under alternative models of agent expectations", *Journal of Economic Dynamics and Control*, vol. 25, pp. 149-184.

LUCAS R.E. (1978), "Asset prices in an exchange economy", *Econometrica*, vol. 46, n° 6, pp. 1429-1445.

McCULLOCH J.H., KWON H. (1993), "U.S. term structure data, 1947-1991", *Ohio State University Working Paper*, n° 93-6, March.

MEHRA Y.P. (1995), "Some key empirical determinants of short-term nominal interest rates", *Federal Reserve Bank of Richmond. Economic Quarterly*, vol. 81, n° 3, Summer, pp. 33-51.

ORPHANIDES A. (2000), "Activist stabilization policy and inflation : the Taylor rule in the 1970s", *Board of Governors. Finance and Economics Discussion Series*, n°2000-13, 20p.

ORPHANIDES A. (1998), "Monetary policy rules based on real-time data", *Board of Governors. Finance and Economics Discussion Series*, n°3, 39p.

RAUTUREAU N. (2000a), "Politique monétaire, incertitude et théorie des anticipations de la structure par terme", *mimeo*.

RAUTUREAU N. (2000b), "Régimes monétaires et taux d'intérêt : l'apport des modèles à chaîne de Markov", *mimeo*.

SARGENT T.J. (1969), "Commodity price expectations and the interest rate", *Quarterly Journal of Economics*, vol. 83, pp. 127-140.

SARGENT T.J. (1987), "Dynamic Macroeconomic Theory", Harvard University Press.

SHILLER R.J. (1979), "The volatility of long-term interest rates and expectations models of the term structure", *Journal of Political Economy*, vol. 87, n°6, pp. 1190-1219.

SHILLER R.J., CAMPBELL J.Y., SCHOENHOLTZ K.L. (1983), "Forward rates and future policy: interpreting the term structure of interest rates", *Brooking Papers on Economic Activity*, vol. 1, pp. 173-217.

SMITH S.D. (1993), "Easily computable bounds for unobservable real rates", *Federal Reserve Bank of Atlanta. mimeo*.

TAYLOR J.B. (1993), "Discretion versus policy rules in practice", *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy*, vol. 39, pp. 195-214.

TETLOW R.J. (1999), "Inflation targeting and target instability", *Finance and Economics Discussion Series Paper. Board of Governors of the Federal Reserve System*, n° 2000-01.

Tableau 1.  
Description des données utilisées  
(fréquence trimestrielle)

Nom	Source
Taux d'intérêt à 3 et 6 mois	Board of Governors. Treasury Bills
Taux de rendement. 1, 5 et 10 ans	Board of Governors. Treasury Constant Maturities
ChainPI	Bureau of Economic Analysis
CPI	Bureau of Labor Statistics
GDPPIa	Federal Reserve Bank of Philadelphia. Anticipations à un an
CPIa	Federal Reserve Bank of Philadelphia. Anticipations à un an
UGap	Congressional Budget Office. NAIRU
UGapb	Crary (2000)
Ogap	Congressional Budget Office (potential GDP) Bureau of Economic Analysis (real GDP)
Hoey	Hoey (1991) puis Federal Reserve Bank of Philadelphia
Michigan	Surveys of Consumers. Université du Michigan
Consommation agrégée	NIPA. Bureau of Economic Analysis

Tableau 2.  
Résultats de l'estimation des modèles univariés pour le taux court  
selon la caractérisation du point terminal (depuis 1982/04).

Paramètres	Stationnaire	Non stationnaire	Variable	Modèle 1	Modèle 2
$\mu_1$	0.467 (0.185)	-0.033 (0.052)	-0.190 (0.109)	-0.157 (0.069)	-0.174 (0.064)
$\alpha$	-0.085 (0.030)	-	-0.045 (0.028)	-0.101 (0.039)	-0.128 (0.039)
$b_1$	0.554 (0.124)	0.573 (0.131)	0.571 (0.129)	0.578 (0.125)	0.548 (0.121)
$\overline{R}^2$	0.307	0.224	0.246	0.294	0.340
$\hat{\sigma}$	0.381	0.403	0.397	0.385	0.372
$LM(6)$	15.852 (0.015)	13.850 (0.031)	14.906 (0.021)	16.589 (0.011)	15.053 (0.020)
$ARCH(6)$	9.151 (0.165)	5.709 (0.457)	11.307 (0.079)	10.050 (0.123)	9.196 (0.163)
$JB$	19.503 (0)	72.780 (0)	113.157 (0)	42.399 (0)	25.796 (0)

Note : L'estimation a été effectuée avec 6 retards afin de minimiser le critère BIC. Les statistiques  $LM(6)$  pour l'autocorrélation et  $ARCH(6)$  pour l'hétéroscédasticité sont estimées avec 6 retards et sont distribuées selon un  $\chi^2(6)$ .  $JB$ , la statistique de Bera Jarque pour la normalité, est distribuée selon un  $\chi^2(2)$ . Les écarts-types sont indiqués entre parenthèses pour les trois premières lignes. Les probabilités marginales associées sont indiquées entre parenthèses pour les trois dernières lignes.

Tableau 3.  
 Résultats de prévision du taux long à une période  
 selon la caractérisation du point terminal (depuis 1982/04).

Maturité (trim.)	Non stationnaire	Stationnaire		Variable		Modèle 1		Modèle 2	
	RMSE	RMSE	Theil	RMSE	Theil	RMSE	Theil	RMSE	Theil
2	0.482	0.454	0.942	0.732	1.520	0.500	1.039	0.490	1.018
4	0.842	1.003	1.192	0.842	1	0.672	0.799	0.695	0.825
20	1.873	2.302	1.229	1.076	0.574	1.230	0.657	1.342	0.716
40	2.245	2.611	1.163	0.969	0.432	1.293	0.576	1.422	0.634

Note: Les statistiques RMSE et deTheil sont définies comme suit:

$$\text{RMSE}_i = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \varepsilon_i^2} \text{ avec } \varepsilon_i = R_t^{(i)} - R_{t/t-1}^{(i)} \text{ et } i \text{ la maturité du titre.}$$

Theil = RMSE/RMSE\* où RMSE\*, le modèle de référence, est la spécification non stationnaire.

Tableau 4.  
 Impact des hypothèses sur les niveaux  
 de la taxe et du taux d'intérêt réel.

Maturité (trimestres)	Niveau du taux d'intérêt réel							
	2%				2.5%			
	$\tau$ (%)							
	0.20	0.21	0.25	0.30	0.20	0.21	0.25	0.30
2	0.491	0.494	0.508	0.527	0.582	0.592	0.632	0.683
4	0.718	0.712	0.695	0.682	0.749	0.756	0.791	0.848
20	1.590	1.565	1.489	1.439	1.607	1.625	1.725	1.910
40	2.360	2.311	2.140	<b>1.984</b>	2.038	<b>2.032</b>	2.059	2.199

Note: La statistique indiquée est la RMSE calculée depuis 1982/04 telle que définie dans le tableau 3.

Tableau 5.  
 Résultats de prévision du taux long à une période  
 selon la caractérisation du point terminal (depuis 1986/01).

Maturité (trimestres)	Variable	Modèle 1		Modèle 2	
	RMSE	RMSE	Theil	RMSE	Theil
2	0.677	0.459	0.678	0.450	0.665
4	0.783	0.546	0.697	0.539	0.689
20	1.080	0.812	0.752	0.797	0.738
40	0.978	0.777	0.795	0.794	0.812

Note: le modèle par anticipations de marché ("Variable") est la référence.

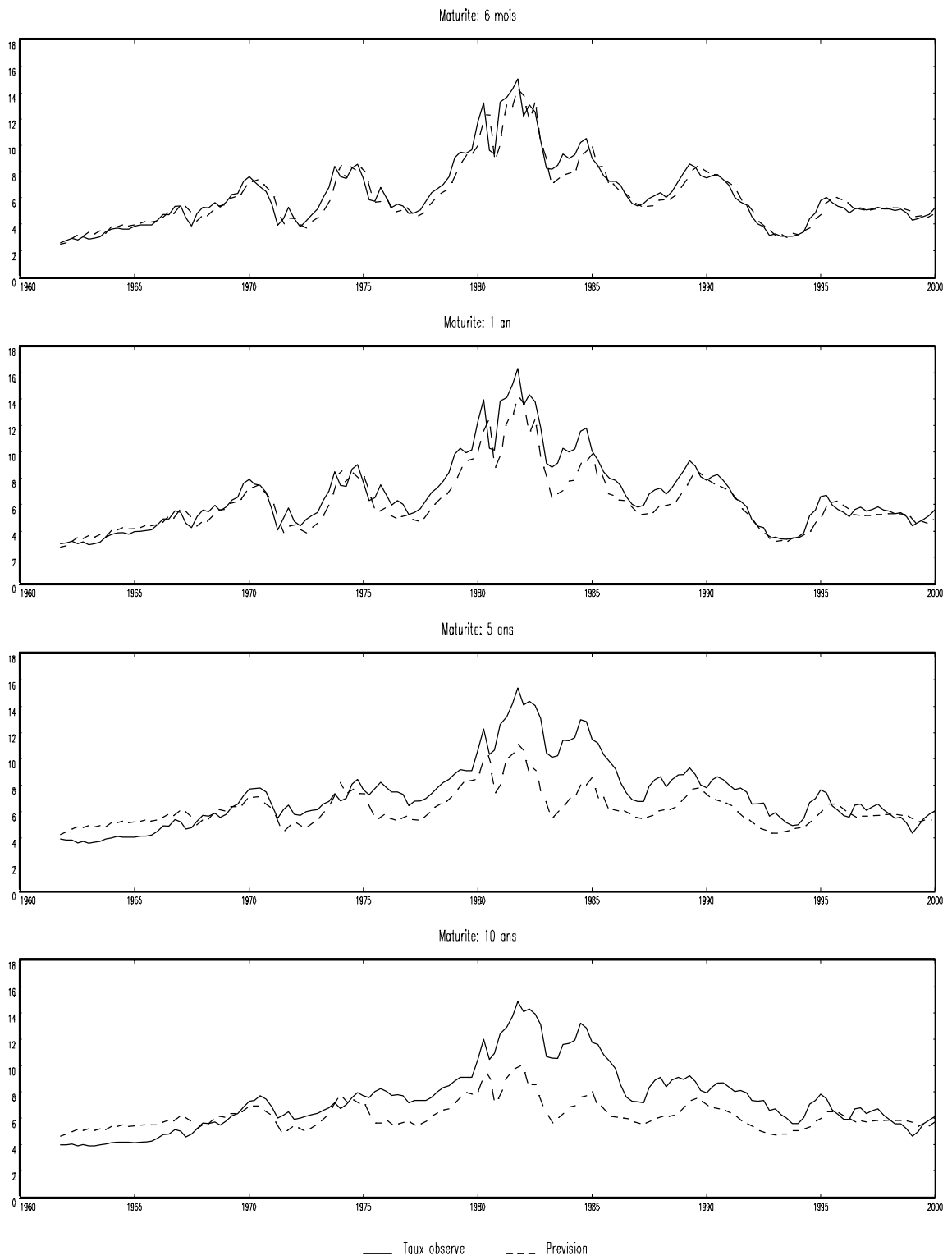
Tableau 6.  
 Résultats des estimations de la cible d'inflation (depuis 1982/04).

<i>Séries</i>		<i>Corrélation</i>		$\sigma$ ( <i>différence</i> )	
<i>Inflation</i>	<i>Activité</i>	<i>Hoey</i>	<i>Michigan</i>	<i>Hoey</i>	<i>Michigan</i>
<i>ChainPI</i>	<i>UGap</i>	<b>0.875</b>	0.848	<b>0.645</b>	0.807
	<i>UGapb</i>	0.867	<b>0.854</b>	0.666	0.802
	<i>OGap</i>	0.785	0.778	1.258	1.497
<i>CPI</i>	<i>UGap</i>	0.811	0.769	0.814	<b>0.474</b>
	<i>UGapb</i>	0.742	0.725	0.880	0.524
	<i>OGap</i>	-0.147	-0.159	16.043	15.934
<i>ChainPIa</i>	<i>UGap</i>	0.888	0.943	0.462	0.268
	<i>UGapb</i>	0.890	<b>0.949</b>	0.442	0.322
	<i>OGap</i>	<b>0.906</b>	0.900	0.443	0.599
<i>CPIa</i>	<i>UGap</i>	0.386	0.335	0.231	0.210
	<i>UGapb</i>	0.495	0.388	<b>0.172</b>	<b>0.132</b>
	<i>OGap</i>	0.529	0.513	0.556	0.591

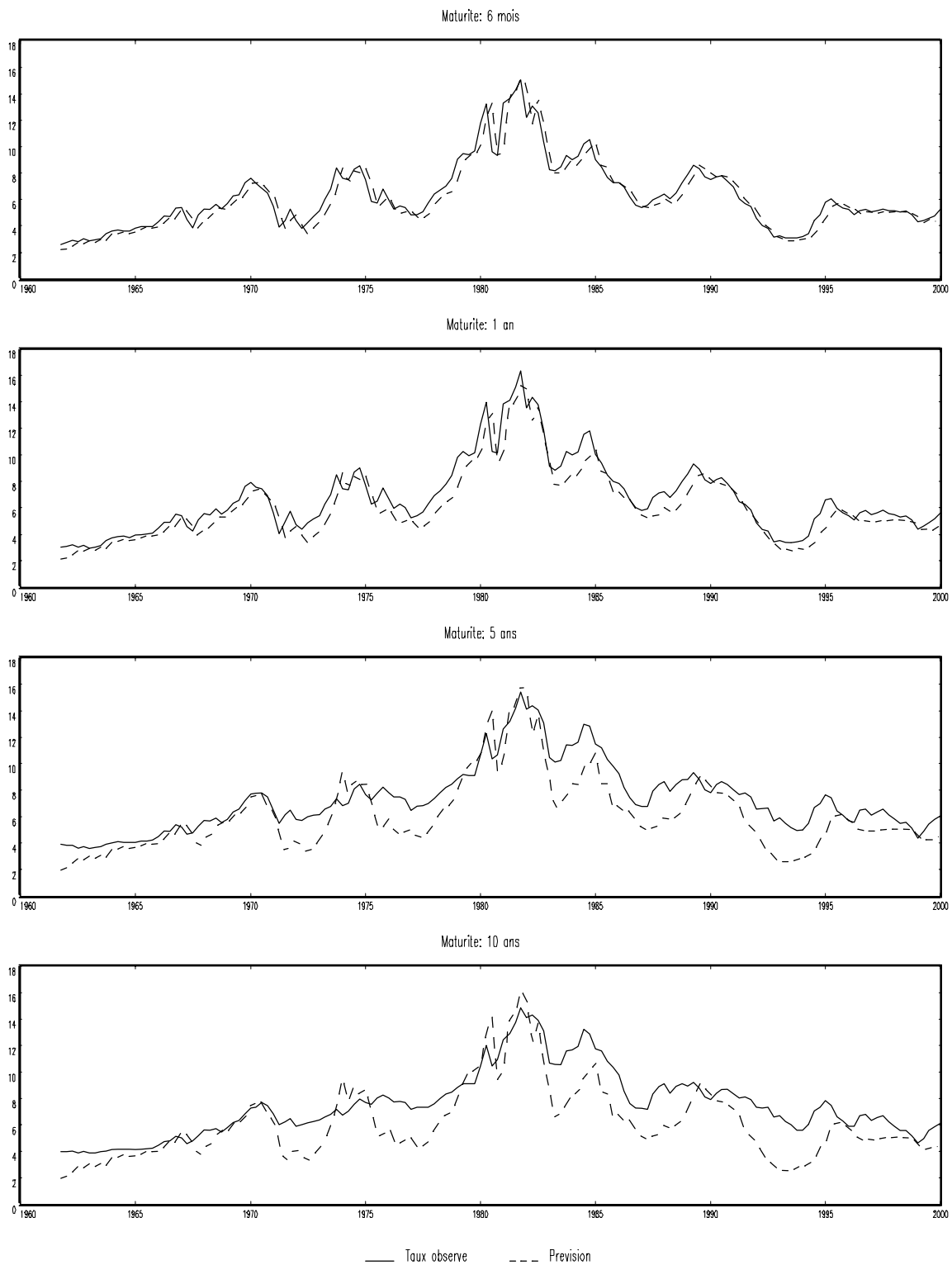
Tableau 6 (suite).

<i>Séries</i>		<i>Hoey</i>		<i>Michigan</i>	
<i>Inflation</i>	<i>Activité</i>	<i>RMSE</i>	<i>Theil</i>	<i>RMSE</i>	<i>Theil</i>
<i>ChainPI</i>	<i>UGap</i>	0.757		0.801	<b>1.059</b>
	<i>UGapb</i>	0.669	<b>0.884</b>	0.852	1.126
	<i>OGap</i>	1.468	1.939	1.531	2.022
<i>CPI</i>	<i>UGap</i>	0.929	1.227	0.983	1.298
	<i>UGapb</i>	1.252	1.654	1.403	1.853
	<i>OGap</i>	16.109	21.279	16.068	21.226
<i>ChainPIa</i>	<i>UGap</i>	0.461	0.609	0.312	0.412
	<i>UGapb</i>	0.555	0.733	0.645	0.852
	<i>OGap</i>	0.449	0.594	0.607	0.802
<i>CPIa</i>	<i>UGap</i>	0.351	<b>0.464</b>	0.203	<b>0.268</b>
	<i>UGapb</i>	0.614	0.811	0.314	0.415
	<i>OGap</i>	0.687	0.908	0.930	1.229

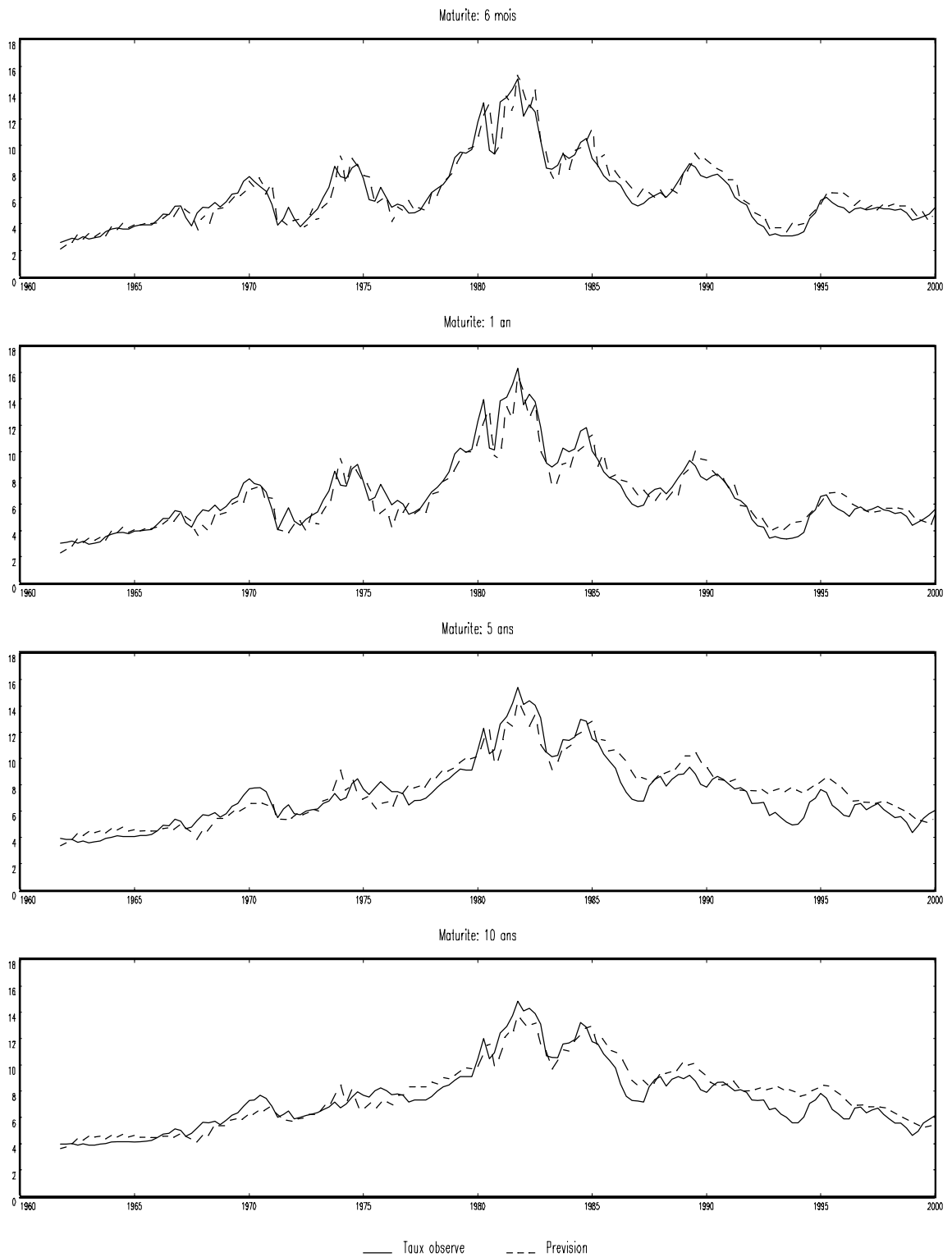
# Graphique 1. Représentation stationnaire



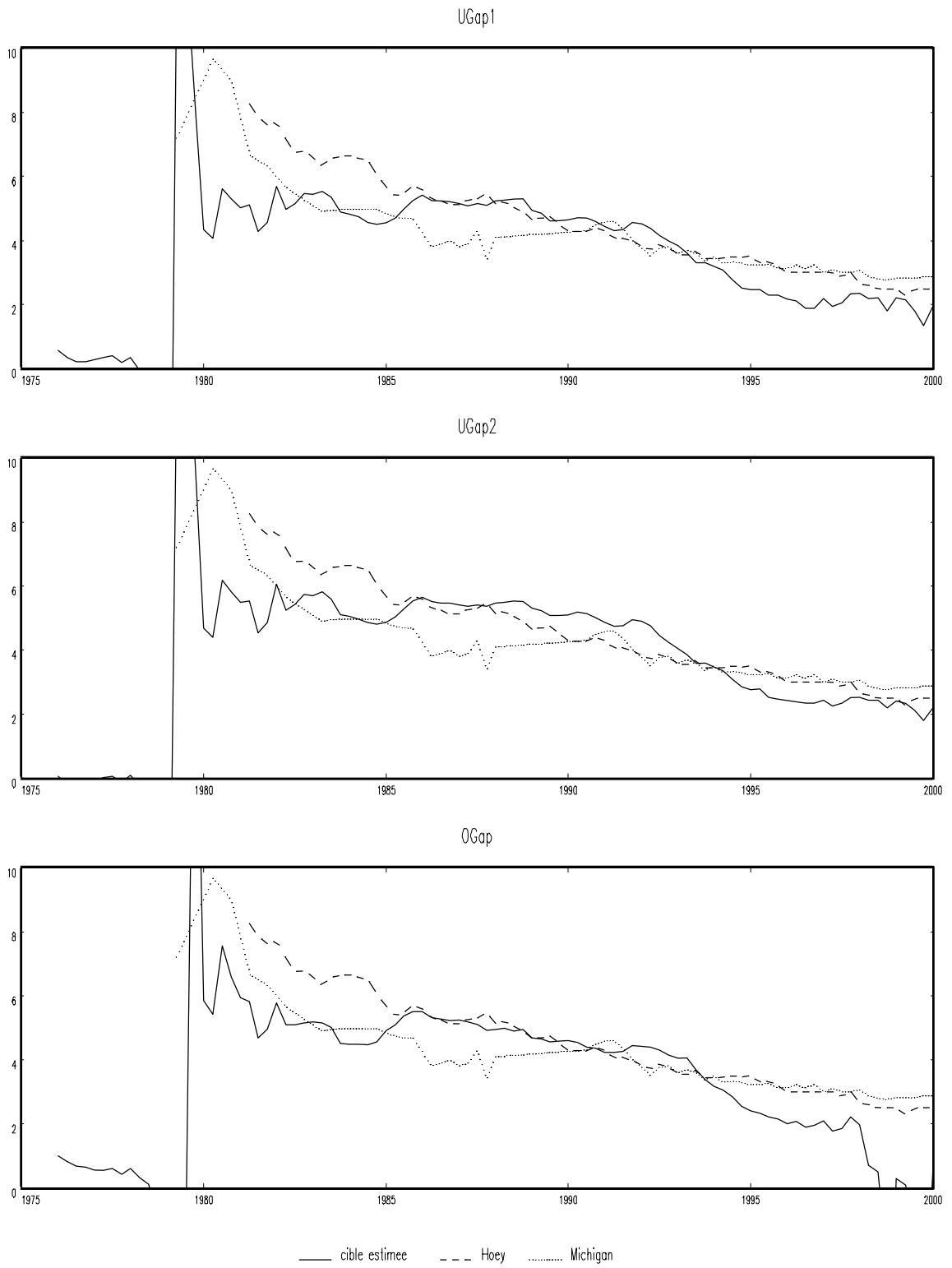
Graphique 2. Représentation non stationnaire



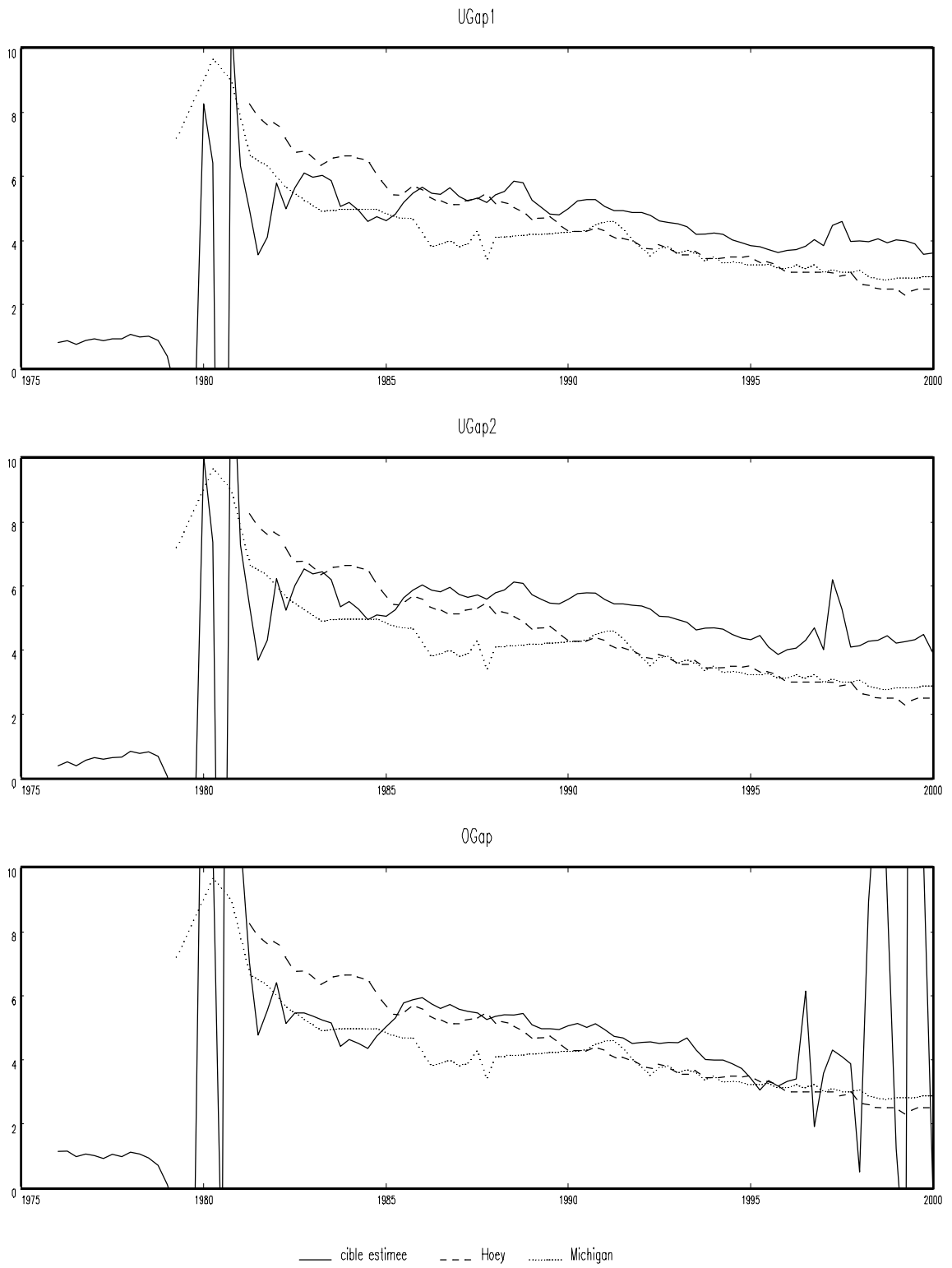
Graphique 3. Représentation avec point terminal variable



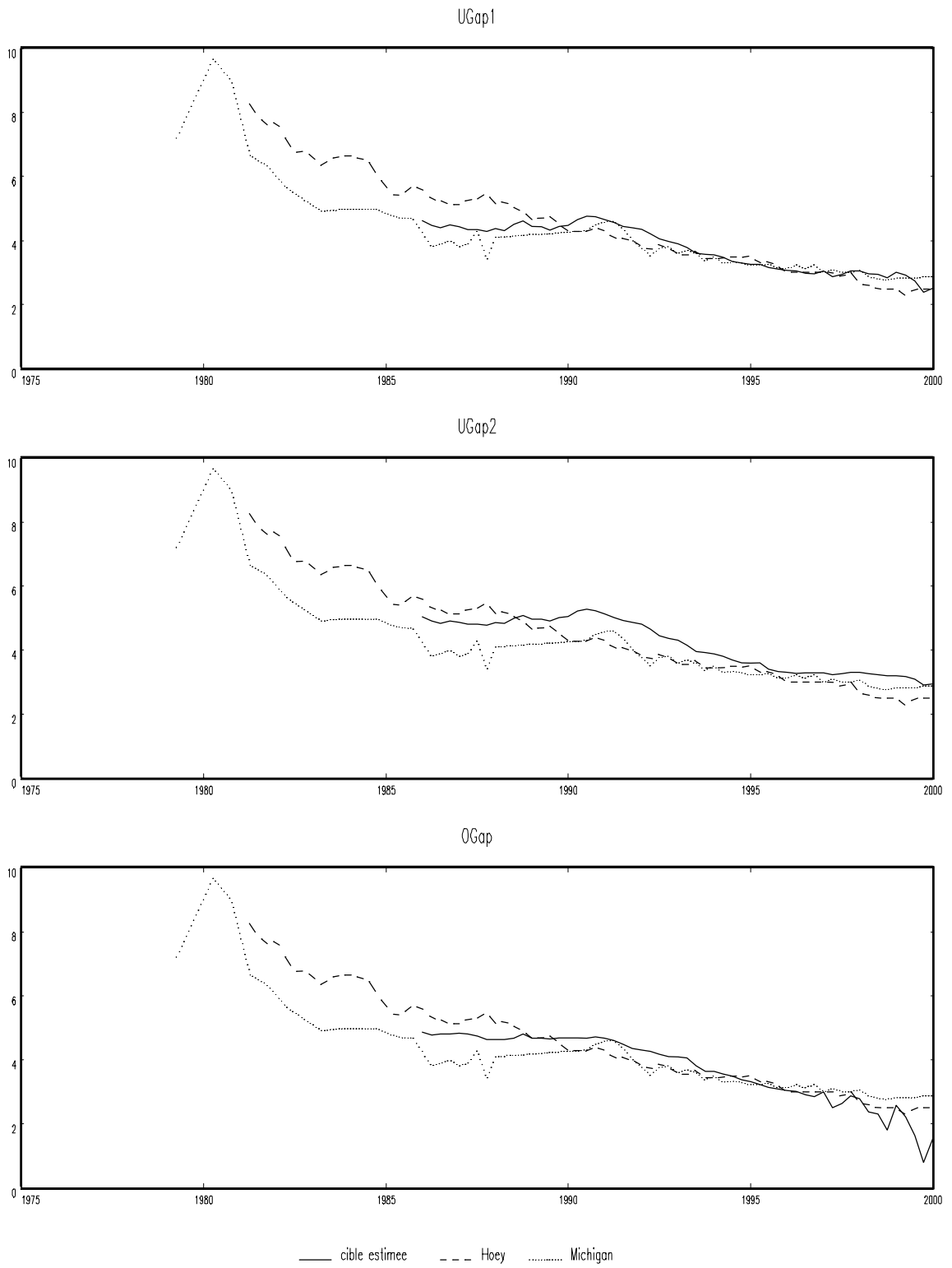
Graphique 4. Cible d'inflation originelle. Inflation : ChainPI.



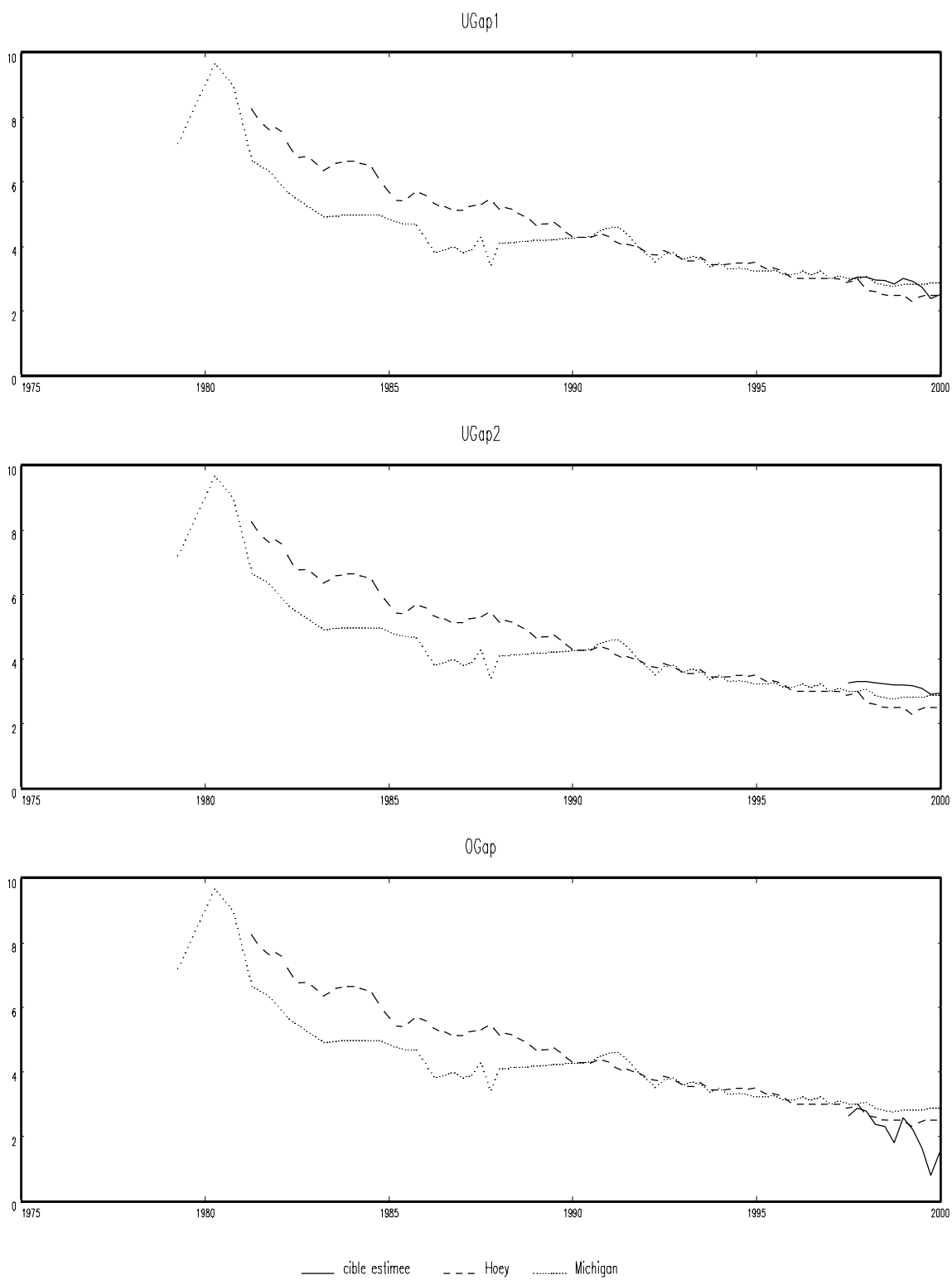
Graphique 5. Cible d'inflation originelle. Inflation : CPI.



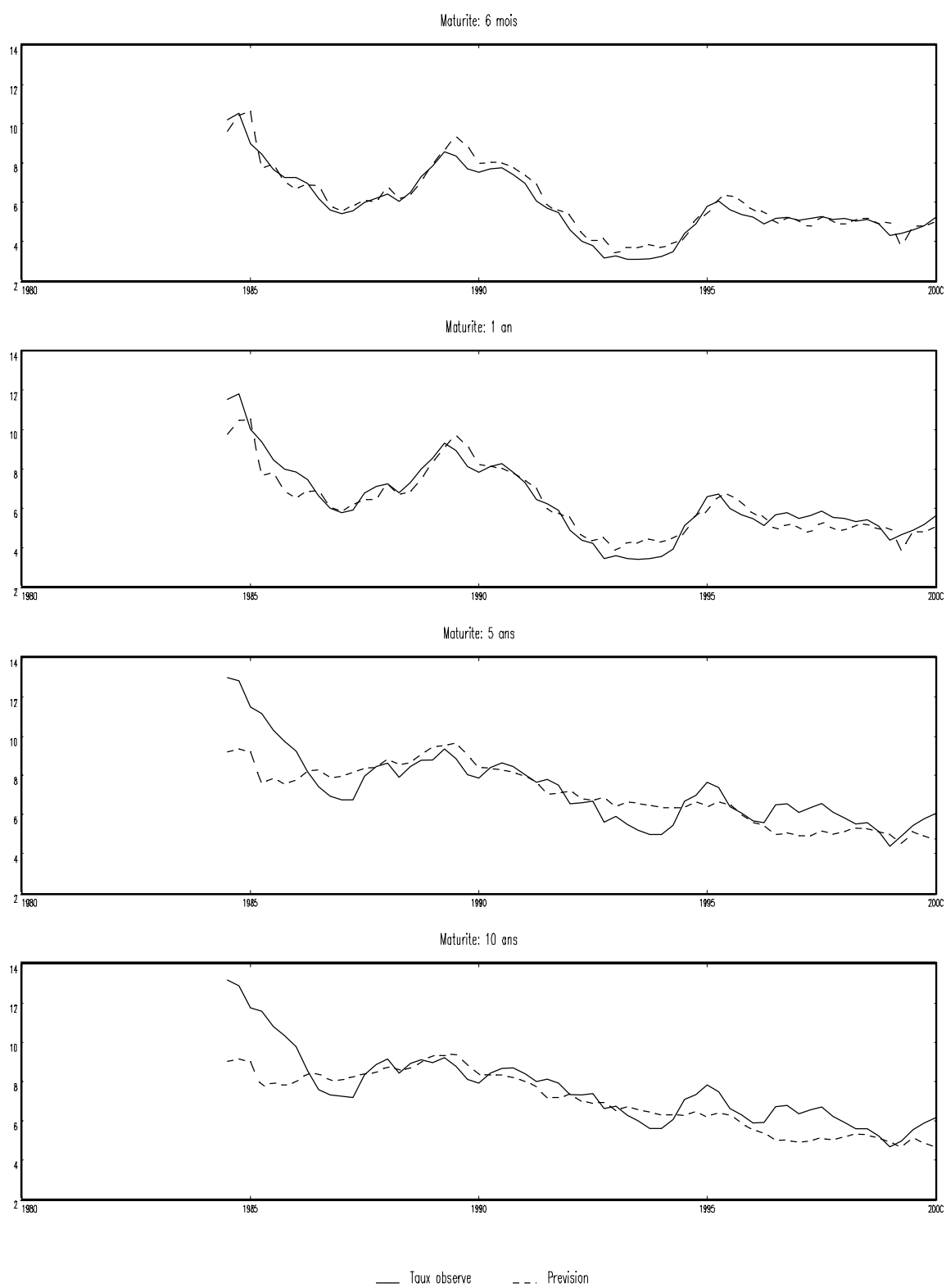
Graphique 6. Cible d'inflation originelle. Inflation : GDPPIa.



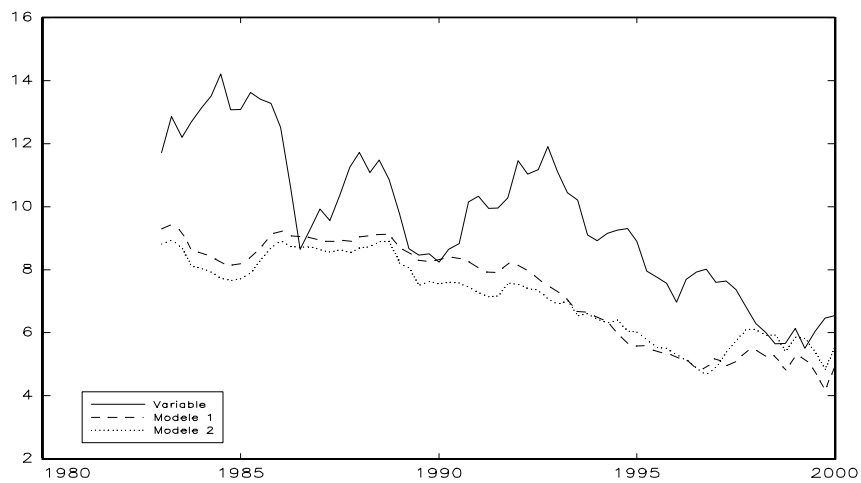
Graphique 7. Cible d'inflation originelle. Inflation : CPIa.



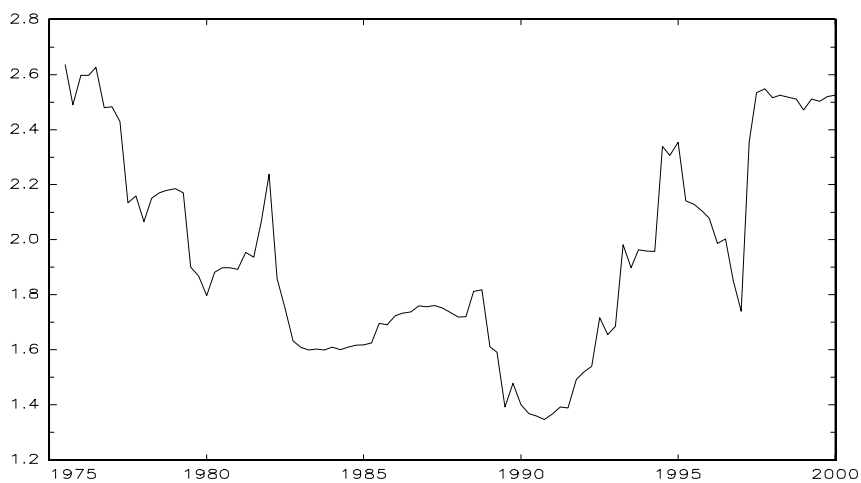
Graphique 8. Prédiction des taux longs à partir du modèle 1.



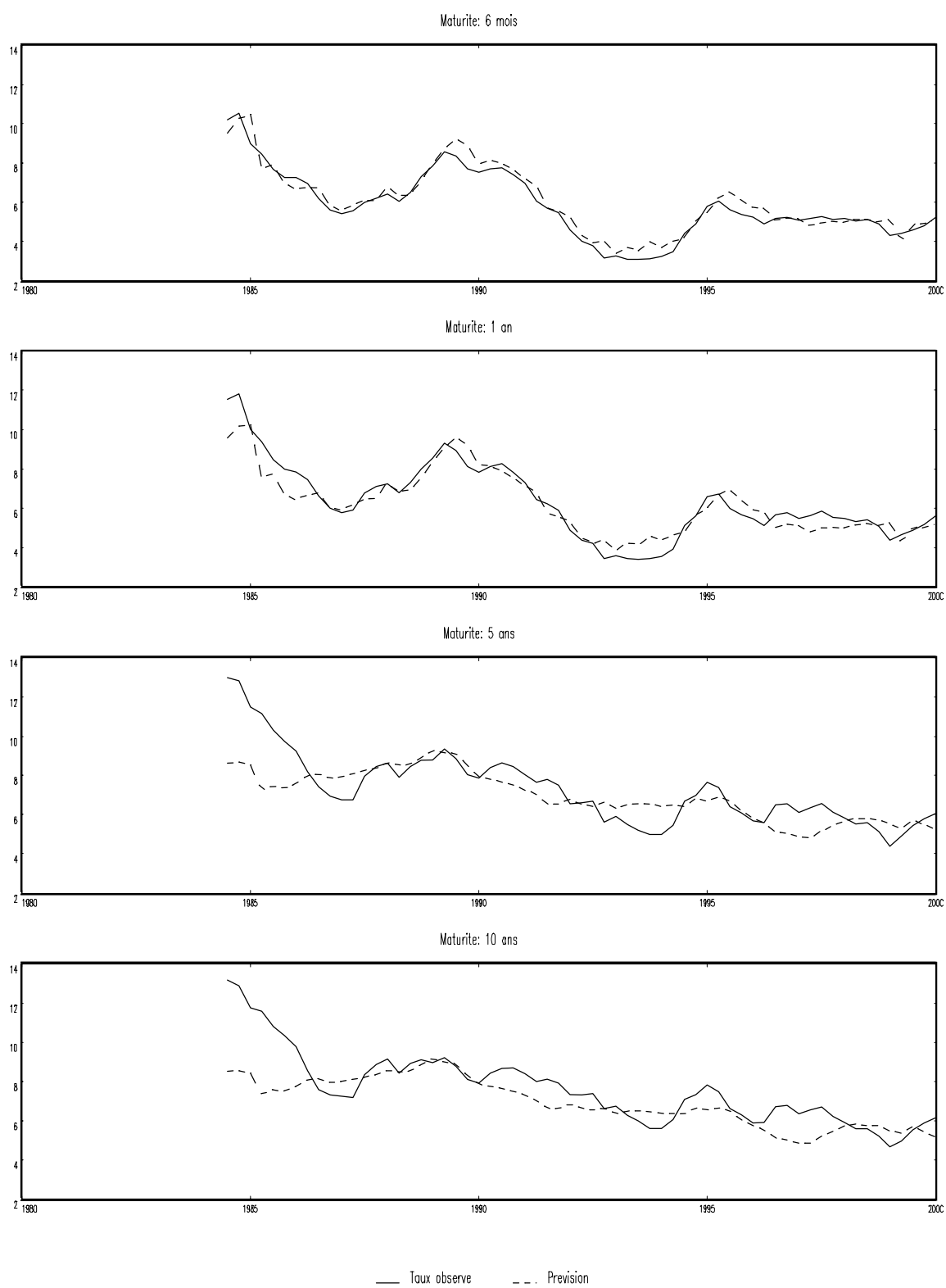
Graphique 9.  
Evolution du Point terminal pour le taux d'intérêt nominal selon le modèle retenu.



Graphique 10.  
Evolution du taux d'intérêt réel terminal à trois mois  $rr_t^{(\infty)}$ .



Graphique 11. Prédiction des taux longs à partir du modèle 2.



Graphique 12. Evolution de la prime de terme.

