

Prévision non linéaire et efficience informationnelle : une application à la dynamique du CAC40

(Nicolas Wesner MODEM Université Paris X-Nanterre)

Cet article se propose d'évaluer la profitabilité d'une stratégie d'investissement basée sur les prévisions du sens des variations quotidiennes de l'indice CAC40. Ces prévisions sont fournies par la méthode du plus proche voisin (Farmer et Sidorowich 1987). Cette méthode de prévision locale, particulièrement efficace pour les séries chaotiques, peut s'interpréter comme une version systématisée de l'analyse chartiste. Six périodes de trente jours, relativement dissemblables en termes de risque et de rendement, ont été examinées. Pour chacune de ces périodes, les performances prédictives de la méthode du plus proche voisin ont été comparées à celles de la martingale et de la méthode de la valeur moyenne. Les résultats obtenus montrent que la méthode locale s'avère moins efficace que la méthode de la valeur moyenne pour les prévisions en niveau. Cependant, contrairement aux deux autres modèles, la méthode locale permet de prévoir correctement le sens des variations avec une probabilité supérieure à $\frac{1}{2}$ et cela de façon statistiquement significative. Ainsi, une stratégie d'investissement basée sur ces prévisions, permet, pour un choix adéquat de l'unique paramètre du modèle et pour des coûts de transactions relativement faibles, de battre une stratégie passive. L'étude montre également que cette supériorité est plus significative lors des périodes de forte volatilité. Néanmoins, lors des périodes les plus volatiles, la profitabilité ajustée au risque (mesurée par le ratio de Sharpe) de la stratégie active n'est pas inférieure à celle de la stratégie passive. Ces résultats semblent donc mettre en évidence une relative inefficience informationnelle du marché français lors des périodes les plus volatiles.

Nicolas Wesner (MODEM)
Université Paris X-Nanterre,
200 Avenue de la République
92001 Nanterre Cedex
tél. : 01.40.97.7.92
email : Nicolas.Wesner@u-paris10.fr

Prévision non linéaire et efficacité informationnelle : une application à la dynamique du CAC40

(Nicolas Wesner Paris X-Nanterre)

Cet article se propose d'évaluer la rentabilité d'une stratégie d'investissement basée sur les prévisions du sens des variations quotidiennes de l'indice CAC40. Ces prévisions sont fournies par la méthode du plus proche voisin (Farmer et Sidorowich 1987). Six périodes de trente jours, relativement dissemblables en termes de risque et de rendement, ont été examinées. Les résultats obtenus montrent que la méthode permet, pour un choix adéquat de l'unique paramètre du modèle et pour des coûts de transactions relativement faibles, de battre une stratégie passive. L'étude montre également que cette supériorité est plus significative lors des périodes de forte volatilité.

Nonlinear technical trading rules profits during high volatility periods

This paper investigates the forecastability of daily CAC40's returns using a nonlinear local forecasting technique. The performances of the nearest neighbour prediction method (Farmer and Sidorowich (1987)) are compared with those by two simple benchmark predictors : the martingale model and mean-value predictor. The results indicate that the local method can't beat significantly the last model in the prevision of rate of returns but that it performs well in the prediction of the signs of variations. Finally a technical trading rule based on local predictions of the signs of variation is shown to exhibit higher profitability than a buy and hold strategy in the presence of low transaction costs, especially during high volatility periods.

Classification *JEL* : C53, F31

INTRODUCTION

La prévisibilité de la dynamique du cours des actifs intéresse autant les praticiens que les théoriciens de la finance. L'hypothèse d'efficacité informationnelle, qui constitue toujours un sujet de controverse au sein de la théorie économique, postule que les prix d'actifs reflètent toute l'information disponible de sorte qu'il est impossible de tirer profit d'une information en l'exploitant pour prévoir les cours futurs. Le débat concernant l'efficacité des marchés s'est longtemps concentré sur la question de la rationalité ; cependant depuis quelques années des travaux de plus en plus nombreux étudient la prévisibilité des cours. Ainsi, comme le notent Campbell et al. (1997) « *les avancées économétriques récentes et l'évidence empirique semblent suggérer que les rendements des actifs financiers sont prévisibles dans une certaine mesure.* » (Campbell et al. (1997) p.80).

Farmer et Lo (1999) énoncent un fait qui permet de comprendre l'ampleur de l'intérêt porté à ce domaine de recherche : si, en janvier 1926, un individu avait investi 1\$ dans les bons du trésor américain à un mois et avait continué à réinvestir chaque mois jusqu'en décembre 1996, l'investissement original s'élèverait à 14\$ à cette date ; d'un autre côté, si un individu avait investi 1\$ dans le S&P500 sur cette même période de 71 ans, le capital investi au départ s'élèverait à 1370\$. Si maintenant un individu, capable d'anticiper chaque mois lequel des deux investissements procure le rendement le plus élevé, avait utilisé cette information en investissant, un capital initial de 1\$, sur la même période, chaque mois dans un le marché le plus rentable, ce capital s'élèverait, en décembre 1996, à 2296183456\$. Les auteurs notent que « *en dépit du fait que les prévisions parfaites sont impossibles à réaliser sur les marchés financiers, cet exemple suggère que même une modeste habilité à prévoir les cours peut s'avérer particulièrement profitable.* ».

Cependant, comme l'on noté de nombreux auteurs depuis Jensen (1978), l'efficacité ne signifie pas qu'il est impossible de prévoir les cours mais qu'il est impossible de tirer profit de ces prévisions compte tenu des coûts d'information et de transaction. Ainsi, la véritable question, celle qui intéresse la théorie économique, est de savoir dans quelles circonstances et dans quelle mesure il est possible de « battre le marché ».

L'analyse technique, largement pratiquée sur les marchés financiers⁽¹⁾, constitue un ensemble d'outils destinés à guider les décisions d'investissement. Ces outils exploitent l'information contenue dans les cours passés afin de prévoir les fluctuations à très court terme. Les développements réalisés dans l'étude des systèmes dynamiques non linéaires et notamment la découverte du concept de chaos déterministe, ont permis d'apporter un cadre formel à certaines de ces méthodes, longtemps considérées par la science économique comme dépourvues de fondements théoriques. Ces développements ont stimulé les travaux visant à tester l'efficacité des modèles de prévision non linéaires que certains assimilent à une version moderne de l'analyse technique.

(1) : D'après une enquête d'opinion réalisée par Taylor et Allen (1992), 90% des opérateurs interrogés sur le marché des changes de Londres reconnaissent avoir recours à l'analyse technique lorsqu'ils adoptent une stratégie de court terme. Les travaux de Lui et Moore (1998) confirment ces résultats pour le marché des changes de Hongkong. Les auteurs observent que plus de 85% des opérateurs interrogés ont recours à l'analyse technique à court terme et à long terme.

L'application qui suit se propose d'évaluer la profitabilité de la méthode du plus proche voisin à partir des données du CAC40. Cette méthode de prévision locale, qui consiste à identifier des régularités géométriques au sein des trajectoires d'une série temporelle, s'avère particulièrement efficace pour la prévision des séries chaotiques (voir Farmer et Sidorowich (1987)). Après en avoir présenté les fondements, les performances de la méthode, ont été comparées à celles du modèle de la martingale et de la méthode de la valeur moyenne pour six périodes relativement distinctes en terme de risque et de rendement. Partant du principe que des prévisions qui minimisent l'erreur quadratique moyenne ne permettent pas toujours d'élaborer une stratégie d'investissement profitable, la capacité des méthodes à prévoir le sens des variations a également été étudiée. Les résultats montrent que si la méthode locale s'avère incapable de battre la méthode de la valeur moyenne pour les prévisions en niveau, elle permet, contrairement aux deux autres modèles, de prévoir le sens des variations avec plus d'une chance sur deux de façon statistiquement significative. Pour finir, la profitabilité d'une stratégie d'investissement basée sur les prévisions locales du sens des variations quotidiennes a été comparée à celle d'une stratégie passive. En particulier, le coût de transaction minimal qui permet d'égaliser les profits associés aux stratégies passive et active a été calculé.

UNE VERSION SYSTEMATISEE DE L'ANALYSE CHARTISTE

L'analyse chartiste, pratiquée depuis près du début du siècle sur les marchés financiers, consiste à identifier de régularités géométriques intermittentes à travers les trajectoires des cours. Longtemps considérée comme dépourvue de fondements scientifiques, cette approche géométrique de la prévision peut désormais recevoir un cadre formel.

Les fondements de l'approche géométrique

La présence de régularités géométriques dans les trajectoires d'une série temporelle s'apparente à la propriété de corrélation spatiale, une propriété caractéristique des séries déterministes. Ainsi, l'efficacité des méthodes géométriques de prévision dépend de manière cruciale de la nature, déterministe ou aléatoire, du système sous jacent aux séries étudiées. L'hypothèse de processus déterministe constitue donc le fondement théorique de l'approche géométrique.

Système déterministe et continuité des trajectoires

D'une manière générale, si un système dynamique peut être décrit par une application continue f , alors il peut être qualifié de déterministe :

$$f : M \rightarrow M, \quad f(x(t)) = x(t+1) \quad (1)$$

où f est une application continue, dérivable et inversible, le vecteur $x(t) \in M$ est composé des différentes variables endogènes du système et M est un espace métrique de dimension finie D et de distance $d \geq 0$.

Le caractère continu de l'application f implique alors la propriété suivante :

Pour toute paire de points (x_1, x_2) dont la distance est inférieure à un nombre α arbitrairement faible, on peut montrer que la distance entre leurs images est inférieure à un nombre δ :

$$\text{si } \|x_1 - x_2\| < \alpha, \text{ alors, } \|f(x_1) - f(x_2)\| < \delta \quad \text{si } \alpha \text{ est faible, alors, } \delta \approx |\alpha \nabla f(x_i)| \quad (2)$$

où ∇f est le gradient de f , $i=1,2$ et $\| \cdot \|$ désigne la norme de l'espace M .

Cette propriété de continuité permet de réaliser l'approximation d'une trajectoire à partir d'une autre trajectoire, pourvu que celle-ci soit suffisamment proche, δ s'interprète alors comme l'erreur associée à cette approximation. Bien entendu, pour les séries chaotiques, du fait de la propriété de sensibilité aux conditions initiales, cette approximation n'est réalisable qu'à court terme.

Une méthode de prévision locale

La reconstruction des données dans un espace des phases

L'investigation d'un système expérimental, dont on ne connaît ni l'application f , ni l'espace de référence M , ne peut souvent être réalisée qu'à l'aide d'une seule variable observable : $\{r(t)\}$ ($t=1, \dots, N$). Dans ces conditions, il est nécessaire, afin d'observer la nature déterministe du système étudié, de « reconstruire » les trajectoires dans un espace des phases.

La méthode la plus couramment utilisée à cet effet est la méthode des séries décalées. La procédure consiste à transformer l'échantillon initial en une séquence de sous échantillons de tailles égales constitués de variables retardées. Ces vecteurs, appelés m-histoires, décrivent les états successifs du système (1). De manière formelle, cette procédure peut s'écrire :

$$h : M \rightarrow M^m = \mathbb{R}^m, \quad h(x(t)) = (r(t), r(t-\tau), \dots, r(t-\tau(m-1))) = y(t) \quad (3)$$

où $y(t)$ ($t = m, \dots, N$) $\in \mathbb{R}^m$, h est continue et non observable, τ est le délai de coordonnée et m la dimension de l'espace des phases appelée dimension plongement.

Takens (1981) a démontré que, pour un choix adéquat du délai de coordonnée et de la dimension de plongement ($m \geq 2D-1$, où D représente la vraie dimension du système(1)), il est possible de construire une application g , dite topologiquement conjuguée à la fonction f , qui présente les mêmes propriétés que l'application $f(x)$. L'auteur définit l'application ϕ , dite de reconstruction, qui, aux variables non observables $x(t)$, associe la séquence des vecteurs $y(t)$:

$$\phi : M \rightarrow \mathbb{R}^{m^2}, \quad \phi(x) = [h(x), h(f^{-\tau}(x)), \dots, h(f^{-\tau(m-1)}(x))]^T \quad (4)$$

où ϕ est continue, inversible et différentiable et où T désigne l'opérateur de transposé. Ainsi, dans le cas d'un système strictement déterministe et pour un choix adéquat des paramètres m et τ (m^* et τ^*), la fonction g est définie par la relation :

$$g(y(t)) = \phi \circ \phi^{-1}(y(t)) \quad (5)$$

Pour les séries empiriques il est habituel de fixer τ à l'unité. Ainsi, l'application g s'écrit :

$$g : \mathbb{R}^{m^*} \rightarrow \mathbb{R}^{m^*}, \quad g(y(t)) = y(t+1) \quad (6)$$

L'application $g(y)$ présente les mêmes propriétés dynamiques que l'application $f(x)$. En particulier, avec α arbitrairement faible, $g(y)$ vérifie :

$$\text{si } \|y_1 - y_2\| < \alpha, \text{ alors, } \|g(y_1) - g(y_2)\| < \delta \quad (7)$$

Ainsi, une reconstruction adéquate permet de conserver la continuité des trajectoires dans l'espace des phases. Il est important de noter que le théorème de Takens (1981) n'est applicable qu'à des séries non bruitées. En présence de bruit dynamique ou expérimental, la fonction g ne peut pas être considérée comme déterministe. Des simulations numériques montrent cependant que la méthode de reconstruction reste valable pour des processus chaotiques faiblement bruités (Packard et al.(1980)). On peut également noter que les premières applications de la méthode des séries décalées aux séries économiques (Benzécri (1987) , Hatout (1987)), qui ne faisait pas état de la propriété de déterminisme, ont montré l'habileté de la méthode à mettre en évidence des phénomènes non observables à partir des méthodes traditionnelles.

La méthode du plus proche voisin :

L'étude du voisinage du point dont on veut prévoir l'évolution caractérise les méthodes de prévision qualifiées de locales. Ces méthodes, qui reposent sur la propriété de continuité des trajectoires dans l'espace des phases, s'avèrent parfaitement adaptées à la prévision des séries chaotiques (voir Farmer et Sidorowich (1987)). La méthode du plus proche voisin constitue un cas particulier puisque seule la trajectoire passée la plus proche est utilisée pour la prévision. L'approximation de la trajectoire future est donc nécessairement imparfaite puisque, pour une série strictement déterministe, les trajectoires ne se croisent jamais dans l'espace des

phases. Autrement dit, la valeur asymptotique de l'erreur moyenne associée à la méthode du plus proche voisin n'est pas nulle. L'objectif de n'est donc pas de réaliser des prévisions parfaites. Concrètement, la prévision du point $y(t)$ fournie par la méthode du plus proche voisin s'écrit :

$$y_{NN}^p(t) = y(t'), \text{ avec } t' < t$$

où $y(t')$ est le successeur, dans l'ordre temporel, du plus proche voisin de $y(t-1)$.

De la même manière, la prévision de l'observation $r(t)$ s'écrit :

$$r_{NN}^p(t) = r(t'), \text{ avec } t' < t$$

Le plus proche voisin de $y(t-1)$ est le vecteur $y(t'-1)$ qui vérifie :

$$y(t'-1) = \operatorname{argmin} \{d(y(t-1), y(s)) / s \in [m, t-1]\}$$

où $d(x,y)$ représente la distance entre les vecteurs x et y .

Cette version la plus simplifiée des méthodes de prévision locales présente l'avantage de n'avoir qu'un seul paramètre à estimer, à savoir la dimension de plongement. Casdagli (1989) propose d'utiliser l'estimation de ce paramètre comme un moyen de différencier les séries déterministes des séries aléatoires. D'après l'auteur, l'efficacité des méthodes locales peut être interprétée comme un signe de la présence d'une structure déterministe. En effet, les simulations montrent que, pour les séries chaotiques, même faiblement bruitées, les distances entre les images de points proches diminuent avec l'accroissement de la dimension de plongement, puis se stabilisent à partir d'une certaine valeur. Cette valeur, appelée dimension de plongement optimale minimale, correspond généralement à la valeur entière juste supérieure à la dimension fractale de l'attracteur. Depuis, de nombreuses méthodes destinées à identifier la présence d'une structure déterministe au sein d'une série temporelle ont été élaborées en suivant cette approche (voir Aleksic (1990), Wayland et al. (1993) et Cao (1997)).

Un certain nombre d'études ont mis en évidence l'efficacité des méthodes locales pour la prévision des séries financières. Ces travaux ont été réalisés à partir de données aussi diverses que les taux de change (Lisi et Medio (1997), Fernandez et al. (1999)), les cours boursiers (LeBaron (1992), Gençay (1997), Fernandez et al. (1999)), les taux d'intérêts (Barkoulas et al. (1997)) et les cours de l'or et du cuivre (Agnony et al. (1999)). L'application suivante s'est intéressée à l'efficacité de la méthode du plus proche voisin dans l'exercice de la prévision de la dynamique de l'indice CAC40.

UNE APPLICATION AUX DONNEES DU CAC40

L'efficacité de la méthode du plus proche voisin a été mesurée pour la prévision des taux de variation puis pour la prévision du sens des variations. Dans un dernier temps la capacité de la méthode à battre le marché a été évaluée en tenant compte des coûts de transaction. L'étude a été menée de façon comparative dans la mesure où les performances prédictives de la méthode locale ont été comparées à celles de la méthode de la valeur moyenne et du modèle de la martingale. D'autre part, différentes périodes, relativement distinctes en terme de risque et de rendement, ont servi de base aux prévisions.

Examen préliminaire et méthodologie :

Les données :

Les travaux ont été réalisés à partir des taux de variations quotidiens du CAC40 :

$$r_t = (P_t - P_{t-1}) / P_{t-1}, \quad \text{où } P_t \text{ représente le cours de clôture au jours } t.$$

L'échantillon original contient 2369 observations et recouvre une période qui s'étend de septembre 1987 à mars 1997.

Le test de non linéarité de Brock, Dechert, Scheinkman et LeBaron (1987) :

Le test non paramétrique de Brock et al. (1987) (test BDS) fut souvent présenté comme un test statistique destiné à la détection de chaos déterministe. La procédure proposée par les auteurs permet en fait de tester l'hypothèse nulle d'observations indépendantes et identiquement distribuées. La dépendance détectée en cas de rejet de l'hypothèse nulle peut être d'origine diverse, aussi bien stochastique que déterministe, linéaire que non-linéaire (voir Hsieh (1991)).

La statistique du test repose sur le calcul de l'intégrale de corrélation⁽²⁾ (Grassberger et Procaccia (1984)). Ainsi, en notant l'intégrale de corrélation $C_m(R)$, Brock et ses coauteurs ont montré que l'indépendance des observations $r(t)$ implique :

$$C_m(R) = (C_1(R))^m$$

Cette égalité peut se comprendre de manière intuitive en associant $C_m(R)$ à une mesure de la probabilité que deux points, y_t et $y_{t'}$, choisis au hasard dans un espace des phases de dimension m , soient espacés d'une distance inférieure ou égale à R , $C_1(R)$ s'interprète alors comme la probabilité que deux observations $r(t)$ soient espacées d'une distance inférieure ou égale à R . L'indépendance des observations implique alors l'égalité précédente. La statistique du test, qui converge en distribution vers la loi normale centrée réduite, est définie de la manière suivante :

$$\text{BDS} = \sqrt{T} \cdot V_{R,m,T}^{-1} [C_m(R) - (C_1(R))^m] \rightarrow N(0,1)$$

La variance théorique, $V_{R,m,T}$ dépend du nombre T de données, de la dimension de plongement m et de la valeur de R qui est choisie de sorte à être la plus faible possible. La statistique ainsi définie reste valable pour la variance estimée de $C_m(R) - (C_1(R))^m$. Pour de larges valeurs de la statistique BDS, l'hypothèse nulle est rejetée.

(2) : voir Appendice p.14.

La statistique BDS a été calculée pour des valeurs de la dimension de plongement allant de 2 à 7 (la règle $N/m > 200$ fixée par les auteurs est respectée puisque l'échantillon comprend 2369 observations). Le tableau suivant représente la statistique BDS pour chaque valeur m de la dimension de plongement.

m	2	3	4	5	6	7
BDS	4.00	6.02	8.51	12.58	11.92	3.47

Tableau 1 : la statistique BDS en fonction des valeurs de la dimension de plongement.

Les valeurs estimées de la statistique BDS conduisent au rejet de l'hypothèse nulle d'observations indépendantes et identiquement distribuées au seuil de 5% pour chaque valeur de la dimension de plongement considérée. Ce résultat ne certifie pas l'existence de non-linéarités exploitables pour la prévision mais il constitue une condition nécessaire à l'applicabilité de la méthode du plus proche voisin.

Périodes étudiées :

Six périodes caractéristiques de 30 jours ouvrables, relativement dissemblables en terme de risque et de rendement ont été retenues (voir appendice 2). Les trois premières périodes sont les plus volatiles de l'échantillon après la période d'octobre 1987. Cette dernière n'a pu être retenue pour réaliser des prévisions hors échantillon du fait qu'elle se situe en début d'échantillon. La quatrième période présente la particularité d'être plus ou moins dénuée de tendance. La cinquième période constitue la période la moins volatile du reste de l'échantillon. Enfin, la dernière période, qui se situe en fin d'échantillon, présente un rendement moyen et un risque relativement élevés. Ainsi, trois de ces périodes peuvent être assimilées à des situations de « marché haussier », deux, à des situations de « marché baissier » et une autre semble plus ou moins dénuée de tendance.

	μ	σ	Prog.	Ampl.
27/07/90-10/09/90	-0.56%	0.0247	- 304	419
04/11/91-14/02/91	0.25%	0.0193	+ 142	302
21/07/92-31/08/92	-0.15%	0.0116	- 78	134
18/11/94-29/12/94	-0.05%	0.0088	- 32	89
26/08/96-04/10/96	0.21%	0.0064	+ 132	182
26/12/96-06/02/97	0.38%	0.0101	+ 255	302
10/09/87-27/03/97	0.03%	0.0121	+ 1126	1815

Tableau 2: caractéristiques des différentes périodes ; rendement moyen μ , écart-type σ , progression de l'indice (en points) et amplitude (cours le plus haut – cours le plus bas).

Les modèles concurrents

Trois modèles ont été expérimentés :

- La méthode du plus proche voisin exploite la propriété de corrélation spatiale caractéristique des séries déterministes. La prévision de l'observation $r(t)$ fournie par la méthode locale s'écrit :

$$r^p(t) = r(t'), \quad \text{avec } t' < t$$

où $r(t')$ représente la première composante du vecteur $y(t')$ qui est le successeur, dans l'ordre temporel, du plus proche voisin de $y(t-1)$.

- Le modèle de la martingale consiste à réaliser des prévisions naïves. Cette méthode est efficace lorsque la série étudiée fait montre d'une certaine persistance :

$$r^p_2(t) = r(t-1)$$

- La méthode de la valeur moyenne constitue la méthode la mieux adaptée à la prévision des séries d'observations indépendantes et identiquement distribuées. Les prévisions sont constantes :

$$r^p_3(t) = R$$

où R représente la moyenne des rendements calculée sur l'échantillon $\{r(s)\}(s=1, \dots, t)$.

Les prévisions en niveau

Dans un premier temps, les performances des trois modèles ont été évaluées et comparées pour la prévision du niveau des taux de variations.

La mesure des performances relatives

L'efficacité relative de ces trois modèles a été mesurée à partir de la proportion de réduction de l'erreur quadratique moyenne *PRMSE* et du pourcentage de meilleures prévisions.

Le premier critère s'écrit : $PRMSE12 = 1 - MSE1/MSE2$ où $MSE1 = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (r^p_1(t) - r(t))^2$. Cette quantité mesure la proportion de réduction de l'erreur quadratique moyenne apportée par le modèle 1 par rapport au modèle 2. Lorsque $PRMSE12 > 0$, le modèle 1 est jugé plus performant que le modèle 2.

L'étude de la significativité statistique de la supériorité relative d'un modèle est assurée par l'application d'un test destiné aux petits échantillons. Ce test, introduit par Diebold et Mariano (1994), repose sur le calcul du signe des différences entre les erreurs de prévision.

Soit $\{e_{1,t}\}$ et $\{e_{2,t}\}(t, t'=1, \dots, N)$ les résidus de deux modèles de prévision. L'hypothèse nulle d'égalité des performances prédictives prend la forme suivante :

$$H_0 : \text{med}(g(e_{1,t}) - g(e_{2,t})) = 0 \Leftrightarrow \Pr(g(e_{1,t}) > g(e_{2,t})) = \Pr(g(e_{1,t}) < g(e_{2,t}))$$

où g représente une fonction de perte (par exemple l'erreur quadratique) et med la médiane.

La statistique du test est définie de la manière suivante :

$$S^+ = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N I_t(d_t) \quad \text{avec } d_t = g(e_{1,t}) - g(e_{2,t}) \text{ et } I_t(d_t) = 1 \text{ si } d_t > 0 \text{ et } 0 \text{ sinon.}$$

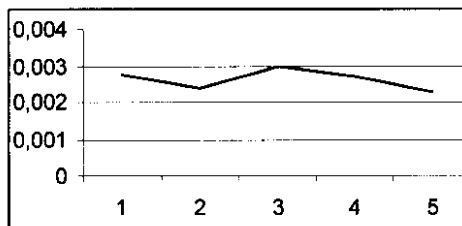
Sous l'hypothèse nulle, lorsque N est faible (ici $N=30$ pour chaque période), S^+ est distribuée selon une loi binomiale $B(N, 1/2)$, lorsque N est élevé ($N=180$ pour l'ensemble des six périodes), $(S^+ - 0.5N)/0.25N$ suit une loi normale centrée réduite.

Performances prédictives et dimension de plongement optimale :

Calculée sur l'ensemble des six périodes, l'erreur quadratique moyenne de la méthode locale ne semble pas significativement décroissante de la valeur de la dimension de plongement. Comme l'indique le graphique 1, l'erreur semble osciller autour d'une valeur moyenne.

Ainsi, il semble que ces résultats ne permettent pas de conclure à la présence d'une structure déterministe de faible dimension dans la dynamique de l'indice CAC40. Il faut noter que, selon le critère de Brock et al. (1987), la taille de l'échantillon

disponible pour réaliser les prévisions des deux premières périodes ne permettait pas d'envisager des valeurs supérieures de la dimension de plongement.



Graphique 1: L'erreur quadratique moyenne de la méthode locale, calculée sur les six périodes, est représentée en fonction des différentes valeurs de la dimension de plongement.

Suivant le critère de l'erreur quadratique moyenne, la méthode locale réalise les meilleures performances lors de la période la moins volatile et les plus faibles lors de la plus volatile. Ces résultats sont en accord avec ceux obtenus par LeBaron (1992) à partir des rendements du *S&P500*. D'après l'auteur, lors des périodes les moins volatiles, les trajectoires seraient moins déformées par l'influence du bruit et donc plus prévisibles. L'étude des performances relatives des différents modèles permet de préciser ce résultat.

Performances relatives :

Globalement, la méthode du plus proche voisin s'avère plus performante que le modèle de la martingale. Suivant le pourcentage de meilleures prévisions et pour un choix adéquat de la dimension de plongement, la méthode locale surclasse la martingale à chaque période. Cette supériorité est statistiquement significative lors de trois périodes. Selon le critère de l'erreur quadratique moyenne, les prévisions naïves sont plus efficaces uniquement lors de la période la moins volatile. Cependant, dans aucun cas, la supériorité du modèle de la martingale n'est statistiquement significative.

	m = 1	m = 2	m = 3	m = 4	m = 5
27/07/1990-10/09/1990	-0.21 63%**	0.09 53%	-0.31 50%	0.09 60%	0.12 63%**
04/11/1991-14/02/1991	0.12 47%	0.26 60%	0.34 53%	0.08 53%	0.55 80%**
21/07/1992-31/08/1992	-0.02 57%	0.22 47%	0.02 53%	-0.57 47%	-0.11 43%
18/11/1994-29/12/1994	0.08 40%	-0.63 50%	-0.55 50%	-0.41 50%	-0.39 57%
26/08/1996-04/10/1996	-0.89 60%	-0.25 47%	-1.33 47%	-0.86 47%	-1.01 53%
26/12/1996-06/02/1997	0.46 63%**	0.12 57%	-0.17 57%	0.34 67%**	-0.01 57%
Total 6 périodes	55%	52%	52%	54%	59%**

Tableau 3 : Ce tableau représente la proportion de réduction de l'erreur quadratique moyenne apportée par la méthode du plus proche voisin vis-à-vis du modèle de la martingale (PRMSE12) et le pourcentage de meilleures prévisions fournies par la méthode locale en fonction des différentes périodes et des différentes valeurs de la dimension de plongement considérées. Une étoile (deux étoiles) indique(nt) que l'hypothèse nulle d'égalité des erreurs est rejetée au seuil de 10% (5%).

Sur l'ensemble des six périodes et selon le critère de l'erreur quadratique moyenne, la méthode de la valeur moyenne surclasse la méthode du plus proche voisin. Cette supériorité est statistiquement significative dans la majorité des cas. Néanmoins, lors de la période de marché haussier de 96-97, selon le second critère, la méthode du plus proche voisin est plus efficace que la méthode de la valeur moyenne. Il faut noter que ce résultat apparaît en contradiction avec les travaux de Fernandez-Rodriguez et al. (1999) qui mettent en évidence l'efficacité de la méthode locale lors des périodes de marché baissier pour l'indice Nikkei.

	m = 1	m = 2	m = 3	m = 4	m = 5
27/07/1990-10/09/1990	-1.22 (37%)**	-0.66 (50%)	-1.4 (50%)	-0.66 (53%)	-0.61 (57%)
04/11/1991-14/02/1991	-0.98 (23%)**	-0.66 (33%)**	-0.49 (30%)**	-1.06 (30%)**	-0.016 (60%)
21/07/1992-31/08/1992	-0.99 (40%)	-0.52 (33%)**	-0.91 (33%)**	-2.05 (27%)**	-1.16 (33%)**
18/11/1994-29/12/1994	-0.69 (30%)**	-1.97 (33%)**	-1.83 (43%)	-1.56 (33%)**	-1.53 (33%)**
26/08/1996-04/10/1996	-2.12 (33%)**	-1.04 (47%)	-2.83 (30%)**	-2.07 (20%)**	-2.31 (33%)**
26/12/1996-06/02/1997	-0.17 (53%)	-0.92 (57%)	-1.54 (53%)	-0.43 (60%)	-1.19 (60%)
Total 6 périodes	36%**	42%*	40%**	37%**	46%

Tableau 4 : Ce tableau représente la proportion de réduction de l'erreur quadratique moyenne apportée par la méthode du plus proche voisin vis-à-vis de la méthode de la valeur moyenne (PRMSE13) et le pourcentage de meilleures prévisions fournies par la méthode locale.

Comparativement et sur l'ensemble des six périodes, la méthode de la valeur moyenne fournit les meilleures performances prédictives, suivent la méthode du plus proche voisin et le modèle de la martingale. Ces résultats, qui ne sont pas forcément en contradiction avec le rejet de l'hypothèse nulle d'observations indépendantes et identiquement distribuées, peuvent signifier que la nature, en partie aléatoire de la série, ne permet pas d'exploiter d'éventuelles dépendances (linéaires ou non linéaires) pour les prévisions en niveau. Ils ne remettent donc pas forcément en cause la capacité de la méthode à prévoir les mouvements futurs de la dynamique des cours. A ce sujet, il est important de noter que l'objectif de la méthode du plus proche voisin n'est pas de réaliser des prévisions parfaites mais une approximation des trajectoires. Il paraît donc nécessaire de poursuivre la comparaison des performances relatives des trois modèles en étudiant la prévision du sens des variations. En effet, cette tâche, moins ambitieuse, est moins sensible à l'influence du bruit, en outre elle paraît plus appropriée à la nature nécessairement approximative de la méthode du plus proche voisin. Enfin, elle est économiquement plus significative puisque ce type de prévision permet de déterminer des signaux d'achat et de vente.

La prévisibilité du sens des variations

La capacité des trois modèles à prévoir le signe des variations a été évaluée pour les six périodes. Dans ce cas, la méthode de la valeur moyenne consiste à anticiper un retour vers la moyenne, ainsi lorsque le taux de variation à la date t est inférieur à la moyenne, la variation prévue pour la date $t+1$ est positive. A peu de choses près, le modèle de la martingale fournit les prévisions inverses puisqu'il extrapole les

tendances et prédit une variation positive lorsque la variation passée est positive. Comme précédemment, la méthode locale base ses prévisions sur la trajectoire passée la plus proche dans l'espace des phases.

Afin d'associer une mesure statistique aux performances prédictives, un test inspiré du test des signes de Diebold et Mariano (1994) a été utilisé. Le principe du test, dont l'hypothèse nulle est l'incapacité de la méthode à prévoir correctement le signe des variations, est le suivant. L'inefficacité de la méthode implique que la probabilité d'obtenir une bonne prévision est égale à la probabilité d'en obtenir une mauvaise, comme dans un jeu de pile ou face. Ainsi, en notant $r^p_1(t)$ la prévision de l'observation $r(t)$ fournie par le modèle 1, l'hypothèse nulle s'écrit :

$$H_0 : \text{Prob}(r^p_1(t).r(t)>0) = \text{Prob}(r^p_1(t).r(t)<0) \forall t$$

La statistique du test est simplement le nombre D de prévisions correctes :

$$D = \sum_{t=1}^N I_t(d_t) \text{ avec } I_t(d_t) = 1 \text{ si } r^p_1(t).r(t) > 0 \text{ et } 0 \text{ sinon.}$$

Comme pour les prévisions en niveau, sous l'hypothèse nulle :

lorsque $N=30$, $D \rightarrow B(N, 1/2)$, lorsque $N=180$, $(D-0.5N)/.25N \rightarrow N(0,1)$.

Les performances de la méthode locale s'avèrent nettement meilleures que pour les prévisions en niveau. Pour quatre des six périodes étudiées, un choix adéquat de la dimension de plongement permet de rejeter l'hypothèse nulle. Ainsi, sur l'ensemble des six périodes, la méthode locale permet de prévoir correctement le sens des variations avec une probabilité supérieure à un demi pour des valeurs de la dimension de plongement de 3 et 5. On peut noter qu'ici encore le choix optimal du paramètre dépend de la période considérée, il paraît donc difficile d'associer la dimension optimale à un invariant. Enfin, contrairement à précédemment, c'est lors de la période la plus volatile que l'efficacité de la méthode locale est la plus grande.

	P. naïves	P. v.m.	m = 1	m = 2	m = 3	m = 4	m = 5
27/07/90-10/09/90	43%	60%	40%	60%	67%**	63%*	60%
04/11/91-14/02/91	53%	47%	40%	47%	43%	47%	63%*
21/07/92-31/08/92	67%**	33%**	43%	47%	53%	43%	47%
18/11/94-29/12/94	40%	60%	53%	40%	63%*	43%	53%
26/08/96-04/10/96	53%	47%	47%	57%	57%	33%**	53%
26/12/96-06/02/97	47%	53%	67%**	57%	50%	53%	50%
Total 6 périodes	51%	50%	47%	51%	56%**	47%	54%*

Tableau 5 : pourcentages de bonnes prévisions fournies par le modèle de la martingale et la méthode locale pour les différentes périodes et les différentes valeurs de la dimension de plongement.

On constate par ailleurs que la hiérarchie des performances observée pour les prévisions en niveau n'est pas conservée. Ainsi, la méthode de la valeur moyenne et le modèle de la martingale sont incapables de prévoir correctement le sens des variations. De ces résultats, il ressort que seule la méthode locale semble en mesure de remettre en cause l'efficacité du marché.

Etude de la rentabilité : stratégie active contre stratégie passive

Cette section se propose d'évaluer la rentabilité d'une stratégie d'investissement basée sur les prévisions fournies par la méthode locale. Cette stratégie est comparée à une stratégie passive qui consiste à acheter un portefeuille représentant l'indice au début de la période et à le revendre en fin de période. La prise en compte des coûts de transaction permet à cette de comparaison de tester la propriété d'efficacité au sens de Jensen (1978), l'objectif étant de déterminer si la méthode locale est capable de « battre le marché ».

Description de la stratégie d'investissement active :

On considère la stratégie active qui consiste à définir des signaux d'achat et de vente à partir des prévisions fournies par la méthode du plus proche voisin. Concrètement, un signal d'achat est donné lorsque la prévision du rendement quotidien est positive et inversement un signal de vente est défini par une prévision négative. Ainsi, pour chaque jour ouvrable, la procédure détermine la décision d'investir (ou de conserver l'investissement) ou de désinvestir la totalité de la somme mise en jeu. La possibilité d'alterner entre le marché des actions et le marché monétaire (ou un autre) n'est pas considérée et les versements de dividendes ne sont pas pris en compte.

Afin de tenir compte de la variabilité de la dimension de plongement optimale, ce paramètre est estimé à partir des cinq jours précédant le début de la période étudiée. La valeur retenue est celle qui minimise l'erreur quadratique sur ces cinq jours. On peut noter que ce choix ne s'avère pas toujours optimal ex-post (voir tableau 5 et 6).

	m*	% prév.	π_{act}	π_{pas}
27/07/90-10/09/90	3	67%**	1.35%	-16.26%
04/11/91-14/02/91	5	63%*	14.98%	7.35%
21/07/92-31/08/92	2	47%	-0.95%	-4.70%
18/11/94-29/12/94	5	53%	-2.25%	-1.73%
26/08/96-04/10/96	1	47%	3.73%	6.53%
26/12/96-06/02/97	1	67%**	12.07%	11.74%
Total 6 périodes	---	57%**	28.93%	2.93%

Tableau 6: dimension de plongement optimale estimée m*, pourcentage de prévisions correctes et profits bruts associés aux stratégies actives (π_{act}) et passives (π_{pas}).

La stratégie active dégage un profit brut supérieur à celui de la stratégie passive lors de quatre périodes sur les six étudiées. Sur l'ensemble des six périodes, le rendement dégagé par la stratégie active est nettement supérieur à celui du marché.

Risque et coûts de transaction

Afin de tenir compte du risque associé aux deux stratégies, leurs performances respectives ont été comparées à l'aide du ratio de Sharpe :

$$S_{r(t)} = \mu_{r(t)} / \sigma_{r(t)}$$

Où $\mu_{r(t)}$ représente le rendement moyen et $\sigma_{r(t)}$ l'écart type des rendements de la stratégie considérée.

Ce ratio peut s'interpréter comme une mesure rendement moyen par unité de risque, plus il est élevé, plus la stratégie est jugée performante.

L'étude de la rentabilité de la stratégie active ne serait pas complète sans la prise en compte de l'incidence des coûts de transaction, c'est-à-dire le coût d'entrée et de sortie du marché. Afin d'obtenir un résultat général, on considère que ce coût est fixe et défini comme un pourcentage de la somme investie. Plutôt que de fixer une valeur arbitraire, il a paru plus intéressant de calculer le coût de transaction minimal C_{min} qui égalise le profit net des stratégies passive et active. Cette quantité est définie lorsque le profit brut de la stratégie active est supérieur à celui de la stratégie passive, elle permet de mesurer la rentabilité nette des coûts de transaction, plus C_{min} est élevé, plus la stratégie est rentable :

$$\text{Pour } \pi_{act} > \pi_{pas}, \quad C_{min} = (\pi_{act} - \pi_{pas}) / (No - 2)$$

où π_{act} et π_{pas} représentent les profits bruts (en %) associés aux stratégies actives et passives et No le nombre d'opérations d'entrée et de sortie de la stratégie active.

Selon le critère du ratio de Sharpe, la stratégie active surclasse la stratégie passive lors de cinq périodes sur six (tableau 6). La rentabilité ajustée au risque de la stratégie active est plus élevée lors des périodes de marché haussier mais elle reste positive lors de la période de marché baissier de 1990.

	S_{pas}	S_{act}	$\pi_{act} - \pi_{pas}$	No	C_{min}
27/07/90-10/09/90	-0.23	0.06	17.60%	12	1.76%
04/11/91-14/02/91	0.13	0.61	7.63%	10	0.95%
21/07/92-31/08/92	-0.13	-0.05	3.74%	16	0.27%
18/11/94-29/12/94	-0.06	-0.30	-0.52%	22	---
26/08/96-04/10/96	0.33	0.40	-2.80%	14	---
26/12/96-06/02/97	0.38	0.76	0.33%	18	0.021%
Total 6 périodes	0.007	0.217	25.99%	92	0.32% ⁽³⁾

Tableau 6 : dimension de plongement optimale estimée, pourcentage de prévisions correctes, différence entre les profits bruts associés aux stratégies actives et passives, nombre d'opération et coût de transaction minimal pour les différentes périodes.

La valeur du coût de transaction minimal diffère d'une période à l'autre et suggère une plus grande rentabilité de la méthode lors des deux premières périodes. Néanmoins, l'interprétation de cette mesure théorique nécessite l'intégration de deux faits. Premièrement, tous les investisseurs ne font pas face aux mêmes coûts de transaction, souvent, les opérateurs effectuant les transactions des montants les plus élevés font face aux coûts les plus faibles. D'autre part, depuis le début des années 90, les coûts de transaction manifestent une tendance fortement marquée à la baisse. Ainsi, un coût de transaction de 0.02% peut paraître particulièrement faible en 1990, mais ne l'était pas forcément en 1997, de même, un coût de 1.76% peut sembler très élevé en 1997 mais pas en 1990. En tenant compte de ces éléments, sur l'ensemble des six périodes, il semble que l'on puisse conclure à la rentabilité de la stratégie active en présence de coûts de transaction relativement faibles.

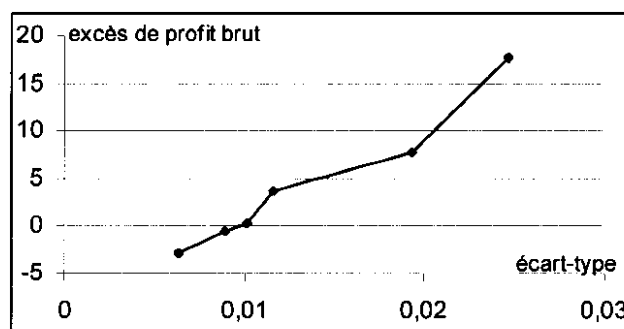
Ces résultats semblent établir la supériorité de la stratégie active sur les plans de la rentabilité nette et de la rentabilité ajustée au risque. Il paraît cependant difficile de conclure à l'inefficacité du marché dans la mesure où, en dépit du fait que sur l'ensemble des six périodes la stratégie active permet de battre le marché, son efficacité n'est pas systématique. En effet, lors de deux périodes, le profit brut des

(3) : Sur l'ensemble des six périodes, on considère que la stratégie passive consiste à effectuer 12 opérations.

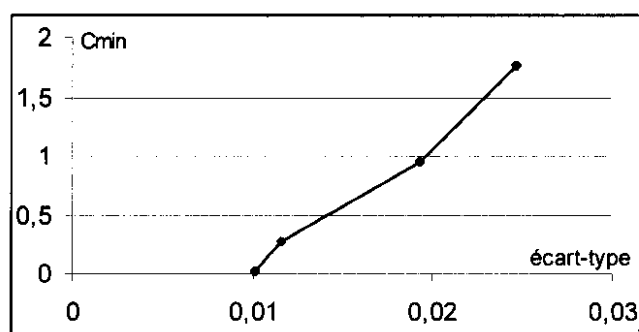
coûts de transactions dégagé par la stratégie active est inférieure à celui de la stratégie passive. Ainsi, ces résultats paraissent plutôt en accord avec la notion d'efficacité relative de Campbell et al. (1997). Dans cette optique, l'efficacité est une propriété imparfaite et circonstancielle, par conséquent, certaines périodes sont relativement plus efficaces que d'autres.

Volatilité et profitabilité

Il est intéressant de constater que la profitabilité de la stratégie active n'est pas uniquement liée aux performances prédictives de la méthode du plus proche voisin. En effet, lors de la troisième période, la méthode locale prédit correctement le signe des variations d'en moins d'un cas sur deux, cependant la stratégie basée sur ces prévisions surclasse la stratégie passive. Outre le nombre d'opérations, dont l'influence est prise en compte par le coût de transaction minimal, la volatilité de la période semble constituer un facteur déterminant. En effet, on constate une relation croissante entre la volatilité de la période et l'excès de profit brut de la stratégie active sur la stratégie passive, relation qui s'observe également entre la volatilité de la période et la profitabilité nette de la stratégie active (voir graphiques 2 et 3). Ce lien entre excès de profitabilité et volatilité a déjà été mis en évidence par Kho (1996) pour les taux de change à partir de la méthode des moyennes mobiles.



Graphique 2 : ce graphique représente l'excès de profit brut (en %) de la stratégie active sur la stratégie passive en fonction de l'écart type de la période étudiée.



Graphique 3 : Ce graphique représente le coût de transaction minimal (en %) en fonction de l'écart-type de la période étudiée.

Cet excès de profitabilité s'accompagne d'un risque plus élevé. Néanmoins, lors des périodes les plus volatiles, la profitabilité ajustée au risque (mesurée par le ratio de Sharpe) de la stratégie active n'est pas inférieure à celle de la stratégie passive. Ces

résultats semblent donc mettre en évidence une relative inefficience informationnelle du marché français lors des périodes les plus volatiles.

CONCLUSION

Les résultats obtenus dans cette étude peuvent être résumés en deux points :

- La méthode du plus proche voisin s'avère plus efficace dans la prévision du sens des variations que dans les prévisions en niveau. Selon le critère de l'erreur quadratique moyenne, la méthode du plus proche voisin est incapable de battre la méthode de la valeur moyenne. En revanche, contrairement à cette dernière et aux prévisions naïves, la méthode locale permet de prévoir le sens des variations avec une probabilité supérieure à $\frac{1}{2}$ de façon statistiquement significative
- Une stratégie d'investissement basée sur les prévisions fournies par la méthode locale permet de « battre le marché » lors des périodes les plus volatiles et pour des coûts de transaction relativement faibles. Ce résultat s'accorde avec la notion d'efficience relative des marchés financiers.

Le caractère approximatif de la méthode du plus proche voisin ainsi que le nombre volontairement limité de valeur de la dimension de plongement considéré ici expliquent peut être le premier résultat. En effet, cette version la plus simple des méthodes locales peut recevoir différentes extensions afin d'améliorer la précision des prévisions. En outre, en ce qui concerne la valeur de la dimension de plongement, on peut noter que dans une application aux cours du Peseta/\$ Soofi et Cao (1999) estiment une dimension de plongement optimale égale à 72. Il semble néanmoins que même en présence d'une structure déterministe, la composante aléatoire incompressible des séries financières limite considérablement la précision des prévisions en niveau. La prévision du sens des variations constitue une tâche moins ambitieuse et certainement mieux adaptée à l'étude de l'efficience.

Le lien entre volatilité et excès de profitabilité constitue vraisemblablement un résultat intéressant. Cependant, s'il a reçu d'une certaine manière un écho dans la littérature, son statut de fait stylisé reste encore à établir à partir d'autres séries financières. Les causes de la relative inefficience des marchés lors des périodes de forte volatilité restent également à déterminer sur un plan théorique.

Cette application s'est concentrée sur l'efficience relative du marché français en considérant différentes périodes. Dans des travaux futurs, ce type d'étude pourra permettre de s'intéresser au degré d'efficience relative de différents marchés (marché automatisé et marché intermédiaire, marchés émergents et marchés des pays développés, cours euro/Yen et cours euro/\$...).

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- AGNON Y., GOLANA A., SHEARER M. (1999) « Nonparametric, nonlinear, short term forecasting : theory and evidence for nonlinearities in the commodity markets », *Economic Letters*, 65, p.293-299.
- ALEKSIC Z. (1990) « Estimating the embedding dimension », *Physica D*, 52, p362-368.
- BARKOULAS J.T., BAUM C.F., ONOCHIE J.H. (1997) « A Nonparametric Investigation of the 90-Day T-Bill Rate », *Boston College Working Paper*, 320.
- BENZECRI J.P. (1987) « L'analyse des séries chronologiques décalées exemple de l'histoire monétaire de la France de 1910 à 1945 », *Les Cahiers de L'analyse des Données*, vol.XII n°4, p.291-309.
- BROCK, DECHERT, SCHEINKMANN, LEBARON B. (1987)
- CAMPBELL J., LO A.W. (1997) *The Econometrics of Financial Markets*. MacKinlay Princeton University Press.
- CAO L. (1997) « Pratical method for determining the minimum embedding dimension of a scalar time series », *Physica D*, 110, p.43-50.
- CASDAGLI M. (1989) « Nonlinear prediction of chaotic time series », *Physica D*, 145, p. 133-156.
- CASDAGLI M., EUBANK S., FARMER J.D., GIBSON J. (1991) « State Space reconstruction in the presence of noise », *Physica D*, 51, p.52-98.
- DIEBOLD F.X., MARIANO R.S. (1994) « Comparing predictive accuracy », *NBER Technical Working Paper*, 169.
- FARMER J.D., SIDOROWICH J.J. (1987) « Predicting chaotic time series », *Physical Review Letters*, vol.59 n°8, p.845-848.
- FARMER J.D., LO A.W. (1999) *Frontiers of Finance*.
- FERNANDEZ-RODRIGUEZ F., SOSVILLA-RIVERO S., ANDRADA-FELIX J. (1999) « Exchange-rate forecast with simultaneous nearest-neighbour methods : evidence from the EMS », *International Journal of Forecasting*, 15, p.383-392.
- FERNANDEZ-RODRIGUEZ F., SOSVILLA-RIVERO S., GARCA-ARTELES M.D. (1999) « Dancing with bulls and bears : Nearest-neighbour forecast for the Nikkei index », *Japan and the World Economy*, 11, p.395-413.
- GRASSBERGER P., PROCACCIA I. (1983) « Chararcterization of strange attractors », *Physical Review Letters*, n°50, p.189-208.
- GENCAY R., STENGOS F. (1997) « Technical Trading Rules and the size of the Risk Premium », *Studies in Nonlinear Dynamics and Econometrics*, 2(2).
- HATOUT A. (1989) « Mouvement des valeurs d'une cible relativement à un titre pôle », *Cahiers de L'Analyse des Données*, vol.XIII, n°4, p.483-494.
- JENSEN M.C. (1978) « Some Anomalous Evidence Regarding Market Efficiency », *Journal of Financial Economics*, Vol. 42, p.167-247.
- KHO (1996) « Time-varying Risk premia, volatility, and technical trading rule profits : Evidence from foreing currency future markets », *Journal of Financial Economics*, 41, p.249-290.
- LEBARON B. (1992) « Nonlinear Forecast for the S&P Stock Index », *Nonlinear Modelling and Forecasting, SFI Studies in the Sciences of Complexity*, Vol.XII., p.381-393.
- LISI F., MEDIO A., (1997), « Is a random walk the best exchange rate predictor ? », *International Journal of Forecasting*, 13, p. 255-267.

- LUI Y.H, MOLE D. (1998) « The use of fundamental and technical analyses by foreign exchange dealers : Hong Kong evidence », *Journal of International Money and Finance*, 17, pp.335-345.
- PACKARD N.H., CRUTCHFIELD J.P., FARMER J.D., SHAW R.S. (1980) « Geometry from a time series », *Physical Review Letters*, 45(2), p.712-716.
- SOOFI A.S., CAO L. (1999) « Nonlinear Deterministic Forecasting of Daily Pesetas Dollar Exchange Rate », *Economic Letters*, Vol.62 n°2, p.175-180.
- TAKENS F. (1981) « Detecting strange attractors in fluid turbulence », In Rand D.A., Young LS (Eds.) *Dynamical System and Turbulence, Lecture notes in mathematics*, 898, Springer Verlag, Berlin, p. 366-381.
- TAYLOR M.P., ALLEN H. (1992) « The use of technical analysis in the foreign exchange market », *Journal of International Money and Finance*, p.304-314.
- WAYLAND R., BROMLEY D., PICKETT D., PASSSAMANTE A. (1993) « Recognizing Determinism in a Time Series », *Physical Review Letters*, Vol.70, n°5, p.580-582.

APPENDICES

1) L'intégrale de corrélation

Pour une série $\{s_t\}$ ($t=1, \dots, N$), l'intégrale de corrélation $C_m(R)$ mesure la fréquence avec laquelle deux points, y_i et y_j , choisis dans un espace des phases de dimension m , sont espacés d'une distance inférieure ou égale à R . On peut interpréter cette fréquence comme une mesure de probabilité et écrire :

$$C_m(R) \approx Pr[|y_i - y_j| < R]$$

Ainsi, $C_m(R)$ mesure une relation de dépendance, non pas entre des observations successives, mais entre des séquences d'observations temporellement éloignées. L'estimation de $C_m(R)$ est relativement simple à réaliser. Pour une valeur de R arbitrairement faible (habituellement égale à l'écart type lorsque la norme maximale est utilisée), on calcule $C_m(R)$ de la manière suivante :

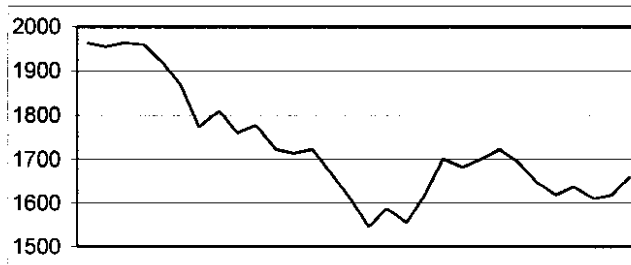
$$C_m(R) = (1/n^2) \cdot \sum_{i,j=1(i \neq j)}^n Z(R-|y_i - y_j|)$$

où $n = N - m - 1$ est le nombre de vecteurs d'observations, $|y_i - y_j|$ désigne la distance entre y_i et y_j . $Z(x)$ est l'indicateur symétrique de kernel défini ainsi :

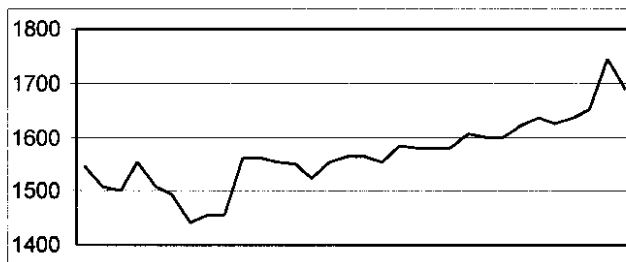
$$Z(j) \begin{cases} = 1 & \text{si } R - |y_i - y_j| > 0 \\ & \text{et} \\ = 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

2) Périodes étudiées

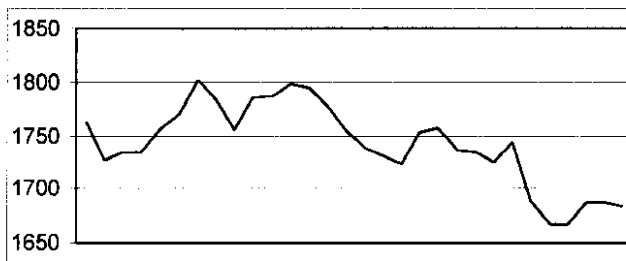
Période 1 : 27/07/90-10/09/90



Période 2 : 04/11/91-14/02/91



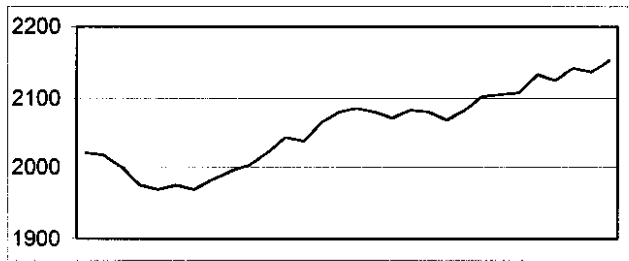
Période 3 : 21/07/92-31/08/92



Période 4 : 18/11/94-29/12/94



Période 5 : 26/08/96-04/10/96



Période 6 : 26/12/96-06/02/97

