

Université d'Orléans - Licence Economie et Gestion

Introduction à la Statistique et à l'Econométrie

C. Hurlin. Examen Juin 2005

Exercice 1 Vrai ou Faux (16 points)

Pour chaque question répondez par VRAI ou FAUX et justifiez précisément votre réponse, en développant si nécessaire les calculs. **Toute réponse non justifiée ou mal justifiée sera comptée comme fausse.**

Question 1 (2 points) On cherche à tester une proportion p en utilisant un test d'hypothèse simples :

$$H_0 : p = 0.40 \quad H_1 : p = 0.10 \quad (1)$$

On considère un échantillon Z de taille N et l'on suppose que la fréquence d'échantillon f_N est une réalisation de la variable aléatoire F_N telle que:

$$F_N \sim N\left(p, \frac{p(1-p)}{N}\right) \quad (2)$$

Dans ce cas, la région critique associée obtenue par la méthode de Neyman-Pearson est de la forme :

$$W = \{Z | F_n > A\} \quad (3)$$

où A est le seuil critique pour un niveau de risque de première espèce de $\alpha\%$.

Question 2 (2 points) On cherche à tester la moyenne, notée m , d'une variable aléatoire normale X de variance connue avec $\sigma^2 = 36^2$ à partir d'un échantillon X de taille N . Plus précisément, on cherche à tester l'hypothèse

$$H_0 : m = 180 \quad H_1 : m > 180 \quad (4)$$

Pour un niveau de risque de première espèce de 5%, la région critique du test UPP associée à ce test est de la forme :

$$W = \{X | \bar{X} < 194.8\} \quad (5)$$

où $\bar{X} = (1/N) \sum_{i=1}^N X_i$ désigne la moyenne empirique.

Question 3 (3 points) On considère un test sur la moyenne m d'une variable aléatoire normale X de variance connue, avec $\sigma^2 = 36^2$. Plus précisément, à partir d'un échantillon X de taille N , on cherche à tester l'hypothèse :

$$H_0 : m = 180 \quad H_1 : m > 180 \quad (6)$$

La puissance du test UPP associé à un niveau de risque de première espèce de 5%, notée $P(m)$, vaut en fonction des valeurs de m :

$$P(180) = 0.05 \quad (7)$$

$$P(190) = 0.298 \quad (8)$$

$$P(200) = 0.719 \quad (9)$$

Question 4 (3 points) On considère un test sur la moyenne m d'une variable aléatoire normale X de variance connue, avec $\sigma^2 = 36^2$. Plus précisément, à partir d'un échantillon X de taille n , on cherche à tester l'hypothèse :

$$H_0 : m = 180 \quad H_1 : m \neq 180 \quad (10)$$

La région critique de ce test bilatéral correspondant à un risque de première espèce de 5% est de la forme :

$$W = \{ X \mid 162.36 < \bar{X} < 197.64 \} \quad (11)$$

où $\bar{X} = (1/n) \sum_{i=1}^n X_i$ désigne la moyenne empirique.

Question 5 (3 points) On désire estimer la moyenne m d'une loi normale dont l'écart type σ est inconnu. Pour cela on prélève un échantillon de taille $N = 16$ qui donne les résultats suivants :

$$\sum_{i=1}^{16} X_i = 144 \quad \sum_{i=1}^{16} (X_i - \bar{X})^2 = 60 \quad (12)$$

L'intervalle de confiance au niveau de 90% sur m est égal à :

$$IC = [8.12, 9.87] \quad (13)$$

Question 6 (3 points) On désire estimer la variance σ^2 d'une variable aléatoire normale X à partir d'un N échantillon de tirages indépendants $\{X_1, \dots, X_N\}$. On suppose que la moyenne $m = 120$ est connue et que $N = 20$. On suppose enfin que :

$$\sum_{i=1}^{20} (X_i - \bar{X})^2 = 6859 \quad (14)$$

Un intervalle de confiance à 95% sur la variance de la variable X est égal à :

$$IC = [190, 89; 710, 67] \quad (15)$$

Exercice 2 Barème : 4 points.

On considère un ensemble de 43 observations de rendements observés sur la place de Paris entre le 16 août 2001 et le 15 septembre 2001. On modélise le rendement de l'action l'OREAL (variable ROREAL) en fonction de 3 variables explicatives :

- RCAC : rendement de l'indice CAC40
- RSEB : rendement de l'action SEB

Question 1 (2 points) Retrouvez les 4 éléments manquants représentés par un rectangle noir sur la figure 1. Pour chaque élément vous justifierez précisément votre réponse.

Question 2 (2 points) On souhaite tester l'hypothèse selon laquelle le rendement de l'action l'OREAL sous réagit par rapport à l'évolution de l'indice CAC40.

- (i) Traduisez cette hypothèse économique par un test sur le paramètre de la variable RCAC
- (ii) Donnez la région critique de ce test et donnez, si cela est possible, une réponse à la question posée pour un niveau de risque de première espèce de 10%.

Figure 1: Regression Linéaire

Dependent Variable: ROREAL

Method: Least Squares

Date: 06/20/05 Time: 11:27

Sample(adjusted): 8/16/2001 10/15/2001

Included observations: 43 after adjusting endpoints

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
RCAC	0.980191	0.201438	4.865967	0.0000
RSEB	-0.058590	0.116688	-0.502106	
C	0.400951		0.870440	0.3893
R-squared		Mean dependent var		0.075161
Adjusted R-squared	0.343121	S.D. dependent var		3.687377
S.E. of regression	2.988547	Akaike info criterion		5.094666
Sum squared resid		Schwarz criterion		5.217541
Log likelihood	-106.5353	F-statistic		11.96938
Durbin-Watson stat	2.570271	Prob(F-statistic)		0.000084