

# Université d'Orléans - Master ESA 2

## Econométrie pour la Finance

Examen Terminal Decembre 2004. C. Hurlin

Exercice 1 (12 points) : Programmation SAS et questions diverse

Répondez et justifiez précisément vos réponses.

*Question 1* : A quel modèle correspond ce programme d'estimation SAS de la figure 1. Justifiez votre réponse.

Figure 1: Programme

```

proc model data = donnees;
  parms nu 2 arch0 .1 arch1 .2 garch1 .75;
  /* Esperance Conditionnelle */
  dlsp = intercept ;
  /* Variance Conditionnelle */
  h.dlsp = arch0 + arch1 * xlag(resid.dlsp ** 2, mse.dlsp) +
           garch1 * xlag(h.dlsp, mse.dlsp);
  /* Distribution des Erreurs */
  lambda = sqrt(2**(-2/nu)*gamma(1/nu)/gamma(3/nu)) ;
  obj = log(nu/lambda) - (1 + 1/nu)*log(2) - lgamma(1/nu) -
        .5*abs(resid.dlsp/lambda/sqrt(h.dlsp))**nu - .5*log(h.dlsp) ;
  obj = -obj ;
  errormodel dlsp ~ general(obj,nu);
  /* estimation */
  fit dlsp / method=marquardt out=resultat itprint fiml ;
  outvars resid_dlsp h_dlsp t;
run;

```

*Question 2* : Ecrivez le programme d'estimation par Pseudo Maximum de Vraisemblance du modèle suivant en utilisant la procédure AUTOREG :

$$y_t = z_t \sqrt{h_t} \tag{1}$$

$$E(y_t | y_{t-1}) = 0 \quad V(y_t | y_{t-1}) = \alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1} + \beta_2 h_{t-2} \tag{2}$$

où  $z_t$  est un bruit blanc faible.

*Question 3* : Quel(s) modèle(s) utiliseriez vous pour représenter une asymétrie des effets des chocs sur la variance conditionnelle suivant l'ampleur de ces chocs ?

*Question 4* : Ecrivez le programme d'estimation par la procédure MODEL du modèle :

$$y_t = z_t \sqrt{h_t} \quad z_t \text{ N.i.d. } (0, 1) \tag{3}$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1}^2 \Lambda(\theta y_{t-1}) + \alpha_2 y_{t-1}^2 [1 - \Lambda(\theta y_{t-1})] + \beta_1 h_{t-1} \tag{4}$$

avec

$$\Lambda(\theta y_{t-1}) = \frac{1}{1 + \exp(-\theta y_{t-1})}, \theta > 0 \tag{5}$$

Quel est ce modèle ? Commentez l'écriture de ce modèle.

## Exercice 2 (8 points) : Modèle avec Erreurs GARCH

On considère un modèle de régression linéaire avec erreur GARCH(1,1) tel que :

$$Y_t = X_t \gamma + \varepsilon_t \quad (6)$$

$$\varepsilon_t = z_t \sqrt{h_t} \quad z_t \text{ N.i.d. } (0, 1)$$

$$E(\varepsilon_t | \varepsilon_{t-1}) = 0 \quad V(\varepsilon_t | \varepsilon_{t-1}) = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1} \quad (7)$$

*Question 1* : Ecrire la log-vraisemblance de ce modèle sous l'hypothèse de normalité de la loi conditionnelle des résidus. Précisez l'ensemble  $\theta$  des paramètres du modèle.

*Question 2* : En déduire les conditions du premier ordre définissant les estimateurs de MV en séparant les paramètres intervenant dans l'espérance conditionnelle ( $\alpha = \gamma$ ) et les paramètres intervenant dans la variance conditionnelle  $\beta = (\alpha_0, \alpha_1, \beta_1)$ .

*Question 3* : Ré-écrire les CPO en fonction des résidus normalisés

$$\tilde{\varepsilon}_t = \frac{Y_t - m_t(\hat{\theta})}{h_t(\hat{\theta})^{1/2}} \quad (8)$$

où  $m_t(\theta) = E(Y_t | Y_{t-1}, X_t)$ ,  $h_t(\theta) = V(Y_t | Y_{t-1}, X_t)$  et où  $\hat{\theta}$  correspond à l'estimateur du MV des paramètres  $\theta = (\gamma, \alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_q)$  du modèle.

*Question 4* : Donnez la formule de la matrice de variance covariance asymptotique des estimateurs  $\hat{\beta}$  du MV en fonction de  $h_t$ . Quel est son estimateur ?