Université d'Orléans - Master ESA 2
Econométrie Non Paramétrique

Examen Terminal Février 2007. C. Hurlin
Tout Document Autorisé

1 Exercice

On souhaite mener à bien une estimation non paramétrique de la loi d'Okun (1962) établissant un lien négatif entre le chômage conjoncturel (défini comme l'écart entre taux de chômage observé et taux de chômage naturel) et le logarithme de l'output gap (défini comme l'écart entre le PIB et sa composante tendanciel). On suppose que ces deux composantes d'écart sont définies par le filtre de Hodrick et Prescott (1980) et sont exprimées en pourcentage. On note u_i le taux de chômage conjoncturel et x_i l'output gap. On considère donc la regression suivante :

$$u_i = f(x_i) + \varepsilon_i \quad i = 1, ..., T \tag{1}$$

avec $E(\varepsilon_i) = 0$ et $E(\varepsilon_i^2) = \sigma_\varepsilon^2$.

On se propose tout d'abord d'estimer cette relation d'Okun par une méthode naïve de moyenne mobile. Pour cela on considère un échantillon de $T = 9$ observations annuelles obtenues pour les Etats-Unis du 1^{er} trimestre 2002 au 1^{er} trimestre 2004. Ces données sont reportées dans le tableau 1.

Table 1: Loi d'Okun

	2002:1	2002:2	2002:3	2002:4	2003:1	2003:2	2003:3	2003:4	2004:1
u_i	0.5676	0.6169	0.4073	0.4375	0.2781	0.4734	0.3479	-0.0251	-0.3565
x_i	-0.8834	-0.9086	-0.8809	-1.3118	-1.4513	-1.0647	0.0992	0.5005	0.9740

1.1 Regression Moyenne Mobile (10 points)

Soit $\widehat{f}(x_i)$ l'estimateur de la fonction de lien par moyenne mobile écrit sous la forme suivante :

$$\widehat{f}(x_i) = \left(\overline{U}_j\right)_{u_j \in V_i} \tag{2}$$

où V_i désigne un voisinage de u_i défini par les k années (k impair) pour lesquelles **l'output gap** x **les plus proches de l'ouput gap de l'année de référénce,** i.e. x_i. Si l'on suppose que les observations du taux de l'ouput gap x_j **sont classées par ordre croissant** $x_1 < .. < x_T$, alors :

$$\widehat{f}(x_i) = \frac{1}{k} \sum_{j=\underline{i}}^{\overline{i}} u_j \tag{3}$$

avec $\underline{i} = i - (k-1)/2$ et $\overline{i} = i + (k-1)/2$.

Question 1 (*1.5 point*) On vous propose trois tailles de fenêtres k pour construire cet estimateur :

$$k = 3 \quad k = 5.79 \quad k = 7 \tag{4}$$

Quelle est la seule taille de fenêtre possible permettant que l'estimateur soit défini et asymptotiquement normal. *Vous justifierez précisément votre réponse.*

Question 2 (*2 points*) Pour $k = 3$, construisez l'estimateur naïf $\widehat{f}(x_i)$ pour le point de référence du 2ème trimestre de 2002.

Question 3 (*1 point*) Pour $k = 3$, est ce possible de construire l'estimateur naïf $\widehat{f}(x_i)$ pour le point de référence du 1er trimestre de 2003.

Question 5 (*1.5 point*) Toujours pour $k = 3$, donnez l'écriture générale de la SCR de votre régression en tenant compte des points pour lesquels il est impossible de construire $\widehat{f}(x_i)$. En déduire un estimateur de la variance des résidus $\varepsilon_{i.}$.

Question 6 (*2 points*) Montrez que la variance de l'estimateur $\widehat{f}(x_i)$ est égale à :

$$var\left[\widehat{f}(x_i)\right] = \frac{\sigma_\varepsilon^2}{3} \tag{5}$$

Question 5 (*2 points*) Construisez un intervalle de confiance à 95% sur $f(x_i)$ au point de référence du 2ème trimestre de 2002 en considérant la variance σ_ε^2 comme connu.

1.2 Regressions Kernel et LOESS (10 points)

On souhaite à présent estimer la relation d'Okun à l'aide d'une régression Kernel ou d'une LOESS regression.

Question 1 (*3 points*) Construisez l'estimateur kernel de la fonction de lien asociée à la loi d'Okun, noté $\widehat{f}_K(x_i)$, pour une fonction kernel triangulaire et une valeur de bandwidth égale à $\lambda = 0.2$ et pour le point de référence du 2ème trimestre de 2002.

Question 2 (*2 points*) En supposant que le bandwidth satisfait la condition $T^{1/5}\lambda \rightarrow 0$ et en considérant σ_ε^2 comme connu, calculez l'écart type de l'estimateur à noyau de Nadaraya-Watson pour le point de référence du 2ème trimestre de 2002 (en fonction de σ_ε^2).

Question 3 (*1 point*) En déduire un intervalle de confiance à 95% sur les valeurs de $\widehat{f}_K(x_i)$ pour le point de référence du 2ème trimestre de 2002 (en fonction de σ_ε^2). Comparez les valeurs obtenues avec l'estimateur moyenne mobile (question 5, partie 1).

Question 4 (*2 point*) En admettant que la "vraie" relation d'Okun soit de la forme $f(x) = ax^2$ et que l'ouput gap soit défini sur un support de $[-b, b]$, quel serait alors, dans le cas de votre estimation kernel, la valeur exacte de l'AMISE. Vous exprimerez cette valeur uniquement en fonction des paramètres a et b. Commentez.

Question 5 (*1.5 point*) Commentez les résultats d'estimation LOESS et Kernel de la figure 2. Quelle est la meilleure méthode d'ajustement non paramétrique dans le cas de la relation d'Okun sur cette période d'estimation ?

Question 6 (*1.5 point*) Retrouvez les valeurs manquantes de la figure 1. Justifiez précisèment vos calculs.

Figure 1: Résultats LOESS Regression. Loi d'Okun

Le Système SAS 15:53 Sunda

The LOESS Procedure
Selected Smoothing Parameter: 0.944
Dependent Variable: u

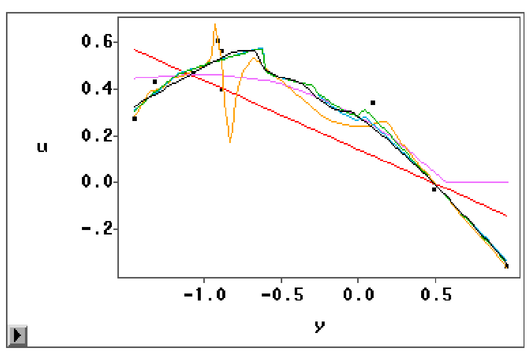
Fit Summary

Fit Method	kd Tree
Blending	Linear
Number of Observations	9
Number of Fitting Points	9
kd Tree Bucket Size	1
Degree of Local Polynomials	1
Smoothing Parameter	0.94444
Points in Local Neighborhood	[redacted]
Residual Sum of Squares	0.08004
Trace[L]	2.81985
GCV	0.00210
AICC	[redacted]
AICC1	-16.23477
Delta1	5.81708
Delta2	5.50200
Equivalent Number of Parameters	2.45678
Lookup Degrees of Freedom	6.15021
Residual Standard Error	0.11730

Figure 2: Résultats Estimation LOESS

u	=	y
Response Distribution:		Normal
Link Function:		Identity

Model Equation				
u	=	0.1441	-	0.2944 y



Parametric Regression Fit								
		Model		Error				
Curve	Degree(Polynomial)	DF	Mean Square	DF	Mean Square	R-Square	F Stat	Pr > F
	1	1	0.5075	7	0.0377	0.6576	13.44	0.0080

Kernel Fit								
Curve	Weight	Method	C Value	Bandwidth	DF	R-Square	MSE	MSE(GCV)
	Triangular	GCV	2.0260	1.5195	2.269	0.7295	0.0310	0.0415

Loess Fit										
Curve	Type	Weight	N_Intervals	Method	Alpha	K	DF	R-Square	MSE	MSE(GCV)
	Linear	Normal	128	GCV	0.3093	2	6.836	0.9840	0.0057	0.023
	Linear	Quadratic	128	GCV	0.7438	6	4.077	0.9494	0.0079	0.014
	Linear	Triangular	128	GCV	0.7438	6	4.585	0.9579	0.0074	0.015
	Linear	Tri-Cube	128	GCV	0.8328	7	3.676	0.9426	0.0083	0.014