

# Université d'Orléans - Master Econométrie et Statistique Appliquée

## Econométrie des Variables Qualitatives

Examen Mai 2006. C. Hurlin

### Exercice 1 : Rating et Modèle Logit Multinomial Ordonné (11 points)

On considère l'étude de J. Gunther (1999) intitulée "Between a Rock and a Hard Place : The CRA-Safety and Soundness Pinch". Cette étude porte sur le Community Reinvestment Act (CRA), loi promulguée aux Etats Unis en 1977 qui vise à encourager les institutions de dépôts (banques et autres institutions financières) à répondre aux besoins en crédit des communautés dans lesquelles elles opèrent. Dans le cadre de cette loi, toutes les banques sont régulièrement évaluées par différentes instances de contrôle<sup>1</sup> quant à leur performance au regard des objectifs du CRA. Ces performances sont évaluées en fonction des informations disponibles sur l'institution (capacités, contraintes diverses, stratégie..), sur la communauté (démographie, données économiques, prêts, investissements..), sur les concurrents et sur l'état du marché. Une notation (ou rating) est alors attribuée selon quatre modalités :  $y_i = 1$  pour performance remarquable,  $y_i = 2$  pour performance satisfaisante,  $y_i = 3$  pour performance à améliorer,  $y_i = 4$  pour performance déplorable. Cette note correspond à la variable *cra*.

L'étude de Gunther porte sur 350 observations de ces rating et propose de modéliser ces ratings en fonction de plusieurs variables explicatives intitulées respectivement *loa*, *prl*, *equ*, *roa*, *sec*, *ass*, *metro* et *growth*. La variable *loa* désigne le ratio prêts sur actif total de la banque, la variable *prl* désigne le ratio actifs douteux sur actif total, la variable *equ* désigne le ratio capitaux propres sur actif, la variable *roa* désigne le ratio dividende sur actifs, la variable *sec* désigne le ratio investissements de valeurs sur actifs, la variable *ass* le logarithme de l'actif de la banque, la variable *metro* prend une valeur 1 si la banque a son siège dans une MSA et 0 sinon, et enfin la variable *growth* désigne le taux de croissance du PIB de l'état dans lequel la banque opère.

On suppose que la note attribuée par les autorités satisfait une représentation de type **logit multinomial ordonné** :

$$y_i = \begin{cases} 1 & \text{si } y_i^* < c_1 \\ 2 & \text{si } c_1 \leq y_i^* < c_2 \\ 3 & \text{si } c_2 \leq y_i^* < c_3 \\ 4 & \text{si } y_i^* \geq c_3 \end{cases} \quad \forall i = 1, \dots, N \quad (1)$$

où la variable latente  $y_i^*$  est telle que :

$$y_i^* = \beta_1 ass_i + \beta_2 equ_i + \beta_3 growth_i + \beta_4 loa_i + \beta_5 metro_i + \beta_6 prl_i + \varepsilon_i \quad (2)$$

ou encore

$$y_i^* = x_i \beta + \varepsilon_i \quad (3)$$

avec  $x_i = (ass_i \ equ_i \ growth_i \ loa_i \ metro_i \ prl_i)$  et  $\beta = (\beta_1 \ \beta_2 \ \beta_3 \ \beta_4 \ \beta_5 \ \beta_6)'$ . **On suppose que les résidus  $\varepsilon_i$  sont *i.i.d.*  $(0, \sigma_\varepsilon^2)$  et qu'ils suivent une loi logistique.**

<sup>1</sup>Office of the Comptroller of the Currency, Board of Governors of the Federal Reserve System, Office of Thrift Supervision, and Federal Deposit Insurance Corporation.

**Question 1** (0.5 point) : Expliquez pourquoi le modèle de la variable latente  $y_i^*$  (équation 2) n'inclut pas de constante.

**Question 2** (2 points) : On note  $\Lambda(x) = 1/[1 + \exp(-x)]$  la fonction de répartition de la loi **logistique standard de variance** égale à  $\pi^2/3$ . (i) Donnez l'expression de la probabilité qu'une banque reçoive une note de type "performance remarquable" en fonction de  $\Lambda(\cdot)$ ,  $\beta$ ,  $\sigma_\varepsilon$  et  $c_1$ . (ii) De la même façon donnez l'expression de la probabilité qu'une banque reçoive une note de type "performance à améliorer".

**Question 3** (1.5 point) : Les résultats d'estimation sont reportés sur la Figure 1. Au regard de ces résultats (i) peut-on conclure de façon générale quant à l'impact du niveau d'actif de la banque sur la notation des instances de contrôle ? (ii) peut-on conclure sur l'influence du niveau d'actif sur la probabilité que la banque obtienne une note "performance remarquable". Justifiez précisément votre réponse.

**Question 4** (2 points) : Compte tenu des résultats d'estimation (Figure 1) et des informations de la Figure (2), donnez pour les deux banques suivantes les probabilités estimées d'obtenir les notes "performance remarquable", "performance satisfaisante", "performance à améliorer" et "performance déplorable". Précision : afin de faciliter les calculs l'index estimé  $x_i\hat{\beta}$  est reporté pour chacune des banques (variable index).

**Question 5** (1 point) : A partir de ce modèle quelles notes auriez vous prévues pour ces deux banques ? Auriez vous commis une erreur de prévision ?

**Question 6** (2 points) : Calculer les effets marginaux associés à la variable *ass* pour la première banque. A partir de ces résultats discutez l'impact d'une hausse du niveau d'actif sur les notes attendues pour cette banque. On admet les résultats numériques suivants :

$$\frac{\exp(x_1\hat{\beta})}{[1 + \exp(x_1\hat{\beta} - \hat{c}_1)]^2} = 0,000195352 \quad (4)$$

$$\frac{\exp(x_1\hat{\beta})}{[1 + \exp(x_1\hat{\beta} - \hat{c}_2)]^2} = 0,000868592 \quad (5)$$

$$\frac{\exp(x_1\hat{\beta})}{[1 + \exp(x_1\hat{\beta} - \hat{c}_3)]^2} = 0,001635074 \quad (6)$$

où  $\hat{\beta}$ ,  $\hat{c}_1$ ,  $\hat{c}_2$  et  $\hat{c}_3$  désignent les estimateurs MV reportés sur la figure (1).

**Question 7** (2 points) : Commentez le tableau Eviews reporté sur la figure (3).

Figure 1: Logit Multinomial Ordonné

Dependent Variable: CRA  
Method: ML - Ordered Logit  
Date: 05/02/06 Time: 15:49  
Sample: 1 350  
Included observations: 350  
Number of ordered indicator values: 4  
Convergence not achieved after 1 iterations  
Covariance matrix computed using second derivatives

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
ASS	-0.463140	0.094771	-4.886946	0.0000
EQU	6.670479	2.462246	2.709104	0.0067
GROWTH	-11.65471	4.625187	-2.519834	0.0117
LOA	-3.219724	0.592928	-5.430215	0.0000
METRO	1.275515	0.219652	5.806986	0.0000
PRL	15.95881	5.102919	3.127389	0.0018

  

Limit Points				
LIMIT_2:C(7)	-7.018335	1.197381	-5.861407	0.0000
LIMIT_3:C(8)	-5.526416	1.179844	-4.684024	0.0000
LIMIT_4:C(9)	-3.676616	1.169061	-3.144931	0.0017

  

Akaike info criterion	2.380814	Schwarz criterion	2.480018
Log likelihood	-407.6424	Hannan-Quinn criter.	2.420300
Restr. log likelihood	-473.1244	Avg. log likelihood	-1.164693
LR statistic (6 df)	130.9640	LR index (Pseudo-R2)	0.138403
Probability(LR stat)	0.000000		

Figure 2: Profils des Banques 1 et 2

	Y (CRA)	ASS	EQU	GROWTH	LOA	METRO	PRLM	INDEX
<b>Banque 1</b>	1	12,16	0,06	0,06	0,52	1	0,00	-6,27
<b>Banque 2</b>	3	9,47	0,07	0,07	0,51	0	0,02	-5,98

Figure 3: Valeurs Prédites

Dependent Variable: CRA  
 Method: ML - Ordered Logit  
 Date: 05/03/06 Time: 11:50  
 Sample: 1 350  
 Included observations: 350  
 Prediction table for ordered dependent variable

Value	Count	Count of obs with Max Prob	Error	Sum of all Probabilities	Error
1	100	116	-16	103.078	-3.078
2	100	88	12	98.382	1.618
3	100	123	-23	97.336	2.664
4	50	23	27	51.203	-1.203

Exercice 2 : Modèles Tobit (9 points)

Le but de cet exercice est d'évaluer l'impact d'une action marketing sur le chiffre d'affaire d'une société de cosmétique. Cette société dispose pour cela de données d'enquête concernant la consommation annuelle du type de produit cosmétique concerné, notées  $c_i$ , récoltées auprès d'un échantillon de 10 000 individus. Pour chaque individu, indicé  $i$ , on dispose d'observations concernant:

- son revenu annuel moyen désigné par la variable  $r_i$ , exprimé en milliers d'euros
- le prix moyen des biens en euros relevé à partir des différents achats effectués par l'individu  $i$ , noté  $p_i$ .
- s'il a été ou non l'objet dans l'année d'une opération marketing. La variable dichotomique correspondante est codée  $m_i = 1$  s'il y a une action marketing et  $m_i = 0$  sinon.
- la catégorie socio-professionnelle (CSP) de l'individu représentée par trois variable dichotomiques :  $csp_i^{(1)} = 1$  si l'individu est dans la catégorie "chômeur" et 0 sinon,  $csp_i^{(2)} = 1$  si l'individu est dans la catégorie "cadres et cadres supérieurs" et 0 sinon,  $csp_i^{(3)} = 1$  pour la catégorie "retraités" et 0 sinon. La référence étant le statut "ouvriers et employés"

On considère alors le modèle tobit simple censuré suivant :

$$c_i = \begin{cases} c_i^* & \text{si } c_i^* > 0 \\ 0 & \text{si } c_i^* \leq 0 \end{cases} \tag{7}$$

où  $c_i$  désigne une variable inobservable telle que :

$$c_i^* = \beta_0 + \beta_1 r_i + \beta_2 p_i + \beta_3 m_i + \gamma_1 csp_i^{(1)} + \gamma_2 csp_i^{(2)} + \gamma_3 csp_i^{(3)} + \varepsilon_i \tag{8}$$

où  $\varepsilon_i$  est *N.i.d.*  $(0, \sigma_\varepsilon^2)$ . On note

$$x_i = \underset{(1,7)}{\begin{bmatrix} 1 & r_i & p_i & m_i & csp_i^{(1)} & csp_i^{(2)} & csp_i^{(3)} \end{bmatrix}} \tag{9}$$

$$\Upsilon = \underset{(7,1)}{(\beta_0 \beta_1 \beta_2 \beta_3 \gamma_1 \gamma_2 \gamma_3)} \tag{10}$$

Les résultats d'estimation par maximum de vraisemblance du modèle tobit simple censuré sont reportés sur la figure (4). On admet que l'estimateur du maximum de vraisemblance est convergent.

**Question 1** (1.5 points) : On considère l'individu moyen de la CSP des "cadres et cadres supérieurs" ( $csp_i^{(2)} = 1$ ) pour lequel on rappelle que  $r_i = 20$  et  $p = 30$ . Calculez pour cet individu une prévision du niveau de consommation potentiel  $E(c_i^* | x_i)$  en l'absence d'action marketing, puis refaites le même calcul en cas d'action marketing. Quelle est alors la variation de consommation potentielle  $c_i^*$  imputable, toutes choses égales par ailleurs, à ce type d'action marketing ?

**Question 2** (1.5 points) : La société  $X$  vous demande d'évaluer (toujours pour le même individu moyen) la variation de la consommation effective imputable à l'action marketing. Vous calculerez pour cela la prévision de la variable dépendante  $E(c_i | x_i)$  avec ou sans action marketing, et vous en déduirez la variation consommation effective imputable à cette action marketing.

**Question 3** (2 points) : Déterminez l'effet marginal associé au revenu  $r_i$  et décomposez cet effet marginal en un effet sur la probabilité de consommer et un effet sur le montant de consommation lorsque cette dernière est observable (McDonald<sup>2</sup> et Moffit 1980). Appliquez cette décomposition à l'individu moyen de la CSP "cadres et cadres supérieurs" en l'absence d'action marketing.

**Question 4** (2 points) : La société  $X$  vous demande une estimation de la volatilité (variance) de la consommation effective  $c_i$ .

**Question 5** (2 points) : La société  $X$  vous demande une estimation de la volatilité (variance) de la consommation  $c_i$  pour les seuls individus qui consomment.

---

<sup>2</sup>McDonald, J. and R. Moffitt (1980) "The Uses of Tobit Analysis", *Review of Economic and Statistics*, 62, pp. 318-321

Figure 4: Estimation du Modèle Tobit

Dependent Variable: CONSO  
 Method: ML - Censored Normal (TOBIT)  
 Date: 12/09/03 Time: 10:39  
 Sample: 1 10000  
 Included observations: 10000  
 Left censoring (value) at zero  
 Convergence achieved after 10 iterations  
 Covariance matrix computed using second derivatives

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	0.492957	0.044944	10.96829	0.0000
R	1.600256	0.000488	3281.586	0.0000
P	-1.198181	0.003742	-320.2157	0.0000
M	0.788603	0.016026	49.20675	0.0000
CSP1	-1.017232	0.018660	-54.51495	0.0000
CSP2	2.771211	0.024125	114.8700	0.0000
CSP3	1.500019	0.022928	65.42398	0.0000

  

Error Distribution				
SCALE:C(B)	0.501245	0.005315	94.30666	0.0000

  

R-squared	0.999722	Mean dependent var	9.811582
Adjusted R-squared	0.999722	S.D. dependent var	19.72987
S.E. of regression	0.329098	Akaike info criterion	0.659519
Sum squared resid	1082.187	Schwarz criterion	0.665287
Log likelihood	-3289.594	Hannan-Quinn criter.	0.661471
Avg. log likelihood	-0.328959		

  

Left censored obs	5627	Right censored obs	0
Uncensored obs	4373	Total obs	10000