

Université d'Orléans - Maîtrise Econométrie

Econométrie des Variables Qualitatives

Contrôle Avril 2006. Sessi TOKPAVI

Exercice 1 (8.5 points): Modèle Tobit Simple

On considère l'exemple simplifié suivant, où le nombre d'heures travaillées (y) pour un échantillon de femmes âgées de 30 à 60 ans est fonction de deux variables explicatives, l'âge (x_1) et le nombre d'enfants à charge (x_2). Soit le modèle Tobit Type I tel que:

$$y_i = \begin{cases} y_i^* = \beta_0 + \beta_1 x_{1,i} + \beta_2 x_{2,i} + u_i & \text{si } y_i^* > 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (1)$$

où u_i est distribué normalement avec moyenne 0 et variance σ^2 . On désire dans un premier temps, modéliser l'espérance de y_i conditionnellement aux seules observations positives, soit:

$$y_i = E(y_i / y_i > 0) + v_i \quad (2)$$

avec v_i de moyenne nulle.

Question 1 (1.5 points): (i) En utilisant l'expression conditionnelle d'une variable tronquée et normalement distribuée, dérivez l'expression de la spécification correspondante à l'équation (2). (ii) Expliquez pourquoi la méthode des MCO n'est pas adaptée à une telle spécification.

Question 2 (2.5 points): (i) Exposez brièvement le principe général de la méthode d'estimation en deux étapes proposée par Heckman (1976) pour une telle spécification. (ii) Ecrire l'ensemble des programmes SAS pour l'estimation en deux étapes.

Le modèle tel que formulé peut être estimé en une étape par la méthode du *Maximum de Vraisemblance* (MV).

Question 3 (1 point): (i) Dérivez l'expression de la *Log-Vraisemblance* pour un échantillon de N individus, (ii) ainsi que l'effet marginal d'une variation unitaire de l'âge sur la prévision du nombre d'heures travaillées.

Question 4 (1 point): Calculez ces deux quantités pour l'individu moyen de l'échantillon (Les résultats de l'estimation par MV sont disponibles en Annexe A).

Question 5 (2.5 points): L'effet marginal de la question (3) a deux composantes distinctes selon la décomposition de *McDonald et Moffit (1980)*. (i) Donnez l'expression de la décomposition et interprétez. (ii) En déduire la valeur de l'effet marginal d'une variation unitaire de l'âge sur la prévision du nombre d'heures travaillées, pour les seuls individus ayant réellement travaillé

Exercice 2 (8 points): Logit Multinomial

Soit l'exemple simplifié du choix de la filière d'étude après l'obtention du BAC en fonction de caractéristiques exogènes. Soit y une variable polytomique prenant quatre modalités résumant l'ensemble des choix de filières possibles (en évacue les problèmes d'exhaustivité).

$$y_i = \begin{cases} 1 & \text{si Economie/Droit} \\ 2 & \text{si Langues} \\ 3 & \text{si Maths/Physiques/Informatique} \\ 4 & \text{si Prepa} \end{cases} \quad i = 1, \dots, N \quad (3)$$

Les variables exogènes disponibles pour modéliser le choix d'orientation dans une filière donnée sont: l'âge à l'obtention du BAC (x_1), le sexe (x_2) qui prend la valeur 1 si homme et 0 sinon (modèle sans constante). Les coefficients à estimer sont respectivement α_1 et α_2 .

Question 1 (2 points): On prend comme modalité de référence ($y_i = 4$). (i) Donnez l'expression des probabilités $P_j = \text{Prob}(y_i = j)$ $j = 1, 2, 3, 4$. (ii) En déduire l'expression de la *Log-Vraisemblance* pour un échantillon de taille N .

Question 2 (2.5 points): (i) Donnez l'expression de l'effet marginal d'une variation unitaire de l'âge, sur la probabilité qu'un individu choisisse la filière *Langues*. (ii) Calculez la valeur de cet effet marginal pour un homme âgé de 18 ans (une partie des résultats SAS est disponible en Annexe B). (iii) Interprétez.

Notons qu'il est parfois plus simple, surtout pour l'interprétation, de présenter le modèle en terme de cote ou (odds-ratio), soit $\frac{P_{j,i}}{p_{4,i}}$ $j = 1, 2, 3$

Question 3 (1point): Donnez l'expression (i) de la cote $\frac{P_{j,i}}{p_{4,i}} \quad \forall j = 1, 2, 3$, (ii) de la cote $\frac{P_{j,i}}{p_{4,i}}$ suite à une augmentation unitaire de l'âge, en fonction de la cote initiale.

Question 4 (2.5 points): Retrouvez les valeurs manquantes du bloc 'Odds ratios' disponible à la fin de l'annexe B.

Exercice 3 (5 points): Probit/Tobit

Soit z_1 et z_2 deux variables exogènes continues.

Question A (1 points): Dans le modèle suivant $P(y = 1/z_1, z_2) = \Phi(\delta_1 z_1 + \delta_2 z_2 + \delta_3 z_2^2)$, quel est l'effet marginal de z_2 sur la probabilité que $y = 1$.

On considère le modèle suivant:

$$w^* = \exp(x\beta + u)$$

$$u / x \rightarrow N(0, \sigma^2)$$

$$w = \max(c, w^*)$$

Question B (4 points): (i) Dérivez la vraisemblance de ce modèle. (ii) Parmi les trois quantités suivantes, laquelle est la plus pertinente pour l'analyse: $E(w^* / x)$, $E(w^* / x, w^* > c)$ et $E(w / x)$.