

RESTITUTION COMPLETE D'UN CONTOUR NON FERME DU VG PAR LE MODELE SFDP

Christophe LEGER *, Roger LEDEE *, Jacques THIEL *

Léandre POURCELOT **, Frédéric PATAT **

* *Laboratoire d'Electronique, Signaux, Images (LESI) et GdR 134 du CNRS,
ESPEO, Université d'ORLEANS, BP 6744, 45067 ORLEANS Cedex 2*

** *Laboratoire de Biophysique Médicale (LBM), Université de TOURS,
UFR Faculté de Médecine, BP 3223, 37032 TOURS Cedex.*

1. Introduction

L'échocardiographie apporte au clinicien des informations sur l'anatomie et les mouvements du coeur mais la qualité des images est encore insuffisante pour les traiter en temps réel. Pourtant, l'utilisation prochaine de sondes 3D miniatures, actuellement en développement, permet d'envisager de restituer l'évolution spatio-temporelle du coeur, ou du moins de son ventricule gauche (VG) en temps réel et en trois dimensions. Pour atteindre cet objectif, il est indispensable d'extraire très rapidement d'un ensemble d'images des contours myocardiques alors que ceux-ci sont parfois indiscernables en partie. La plupart des algorithmes de reconstruction [1][2][3][4] sont tributaires de paramètres dont les valeurs doivent être fixées *a priori* et conduisent donc à des résultats dépendant de l'opérateur. D'autres études sont axées plus particulièrement sur les variations dynamiques des structures morphologiques et utilisent des techniques de détection de mouvement dans les séquences d'images [5][6][7]. D'autres enfin utilisent des modèles du VG et cette démarche de modélisation semble être aujourd'hui une voie prometteuse pour la restitution 3D en temps réel.

Dans une approche modèle, le VG doit être complètement caractérisé par un jeu de paramètres aussi restreint que possible. Après un ajustement de ces paramètres sur une image initiale, au besoin par intervention manuelle du médecin, leurs variations dans la séquence

d'images du cycle cardiaque seraient déterminées en utilisant la continuité des images et, éventuellement, l'électrocardiogramme. Le modèle ici utilisé est basé sur le développement en série de Fourier de la fonction polaire d'une courbe fermée [8] ; nous le dénommons SFDP pour Série de Fourier du Développement Polaire. Après avoir rappelé qu'il caractérise un contour de VG par seulement 7 paramètres, cette communication propose un algorithme d'estimation de ces paramètres à partir d'échantillonnages incomplets du contour.

2. Le modèle SFDP pour un contour fermé

Soit un contour fermé plan d'équation polaire $\rho(\theta)$, relativement à une origine quelconque interne O, tel que la fonction périodique- 2π qu'il engendre soit continue et dérivable jusqu'à un certain ordre seulement. Sa série de Fourier n'a qu'un nombre fini de termes, par exemple $2M+1$,

$$\rho(\theta) = \sum_{m=-M}^M C_m e^{im\theta}, \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi \quad (1)$$

et ses coefficients de Fourier C_m peuvent être exactement calculés par transformée de Fourier discrète (TFD) de l'échantillonnage $\{\rho_n = \rho(n\pi/2M)\}$, $0 \leq n < 2M$, relativement à une origine angulaire quelconque, qui est conforme au critère de Shannon-Nyquist. En tronquant la somme (1) aux $2K+1$ termes centraux, avec $K < M$, on définit une fonction $\rho^K(\theta)$, périodique- 2π ,

$$\rho^K(\theta) = \sum_{m=-K}^K C_m e^{im\theta}, \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi \quad (2)$$

qui est la meilleure approximation de $\rho(\theta)$ au sens des moindres carrés. Plus précisément, l'écart efficace moyen relatif entre $\rho(\theta)$ et $\rho^K(\theta)$, mesuré sur le support d'échantillonnage, est minimum et égal à

$$\epsilon^K = \sqrt{\frac{1}{2M+1} \sum_{n=0}^{2M} \left[\frac{\rho_n - \rho_n^K}{\langle \rho_n \rangle} \right]^2} = \sum_{m=K+1}^M P_m \quad (3)$$

où $\langle \rho_n \rangle$ est la moyenne efficace de $\{\rho_n\}$ et P_m est le poids des coefficients C_m et C_{-m} dans le développement (1) :

$$P_m = \frac{2 |C_m|^2}{\sum_{m=-M}^M |C_m|^2} \quad (4)$$

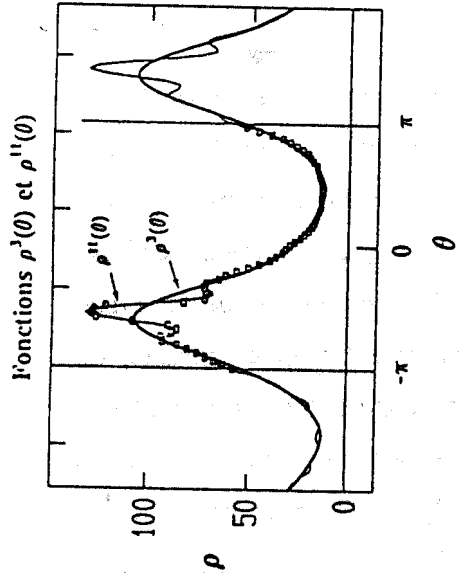
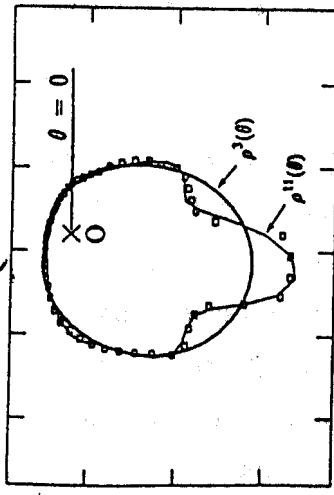
Un exemple de décroissance de ϵ^k avec K est montré sur la figure 1.a. qui illustre l'approximation moindres carrés d'un contour à 64 échantillons par deux troncatures ($K=3$ et 11) de sa série de Fourier avec une origine quelconque O .

Les coefficients de Fourier dépendent de l'origine O choisie pour développer le contour. Nous définissons ci-après l'origine centrale C comme étant celle qui annule le coefficient C_1 et, par voie de conséquence, répartit sa contribution sur les coefficients voisins. Ceci se traduit généralement par une diminution des poids aux harmoniques élevés car les variations d'amplitude des échantillons sont atténuées. Il y a compression d'information vers les basses fréquences et, pour un même nombre K de coefficients non tronqués, l'écart est moindre. Ainsi, lorsque l'origine O est remplacée par le centre C du contour précédent, ϵ^3 est réduit de 13 à 10 % avec l'approximation $\rho^3(\theta)$ tandis qu'un écart inférieur à 3 % est obtenu avec seulement 6 coefficients de Fourier au lieu de 11 avec l'origine excentrée O . L'approximation moindres carrés d'un contour par troncature de sa série de Fourier est donc bien plus efficace avec l'origine centrale C .

Un algorithme itératif pour déterminer C se déduit directement de l'interprétation géométrique de ce résultat. Il est basé sur la constatation que l'amplitude et la phase de C_1 , calculées à partir d'une origine quelconque O , indiquent respectivement la distance et la direction de C par rapport à O . L'origine centrale peut donc être localisée de proche en proche en quelques itérations, chacune d'elles correspondant à une réduction du nombre de coefficients nécessaires pour obtenir un écart fixé. A chaque itération, un nouvel échantillonnage du contour, relativement à l'origine courante, est calculé par interpolation linéaire sur l'échantillonnage disponible qui est relatif à l'origine précédente. Pour les contours du VG relevés sur des coupes échographiques parasternales suivant le petit axe, on obtient toujours un écart inférieur à 1 % avec les 3 coefficients C_0 , C_2 et C_3 après avoir localisé l'origine centrale à mieux de 1‰ du rayon moyen C_0 en moins de 10 itérations. L'algorithme est donc particulièrement robuste ; il est de plus très rapide car tous les coefficients et contours sont calculés par une procédure FFT (Fast Fourier Transform). Il conduit à un modèle de contour du VG où celui-ci est caractérisé par les coordonnées de l'origine centrale C , la valeur de C_0 et les amplitudes et phases de C_2 et C_3 , soit 7 paramètres.

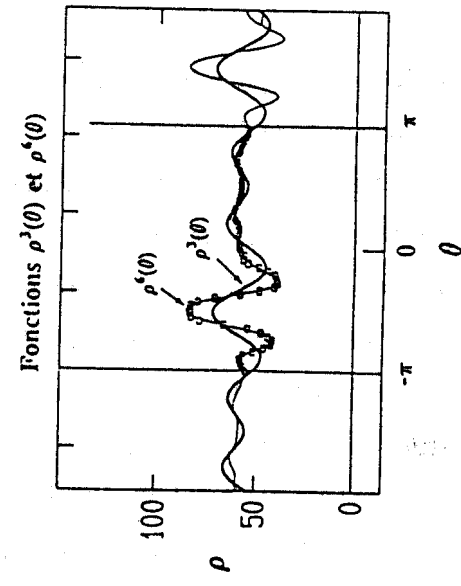
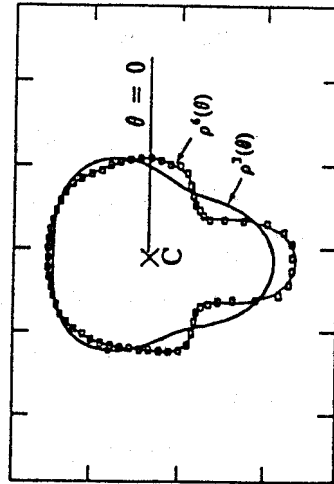
Ces 7 paramètres sont autant d'indicateurs de position ou de forme de la cavité du VG dont l'évolution pendant un cycle cardiaque peut être utile pour le diagnostic. Les coordonnées de C permettent de suivre le déplacement de son centre. Le coefficient C_0 est le rayon du meilleur cercle au sens des moindres carrés et permet un calcul rapide du volume de la cavité en utilisant un modèle tri-dimensionnel sommaire. Quant à C_2 , son module rend compte de l'ellipticité du contour et sa phase de l'orientation de l'ellipse moindres carrés ; il permet donc de détecter une éventuelle rotation du contour qui serait la signature de variations volumiques irrégulières car non centripètes pendant

Origine quelconque, $K=3$ et $K=11$



a. avec origine quelconque O.

Origine centrale, $K=3$ et $K=6$



b. avec origine centrale C.

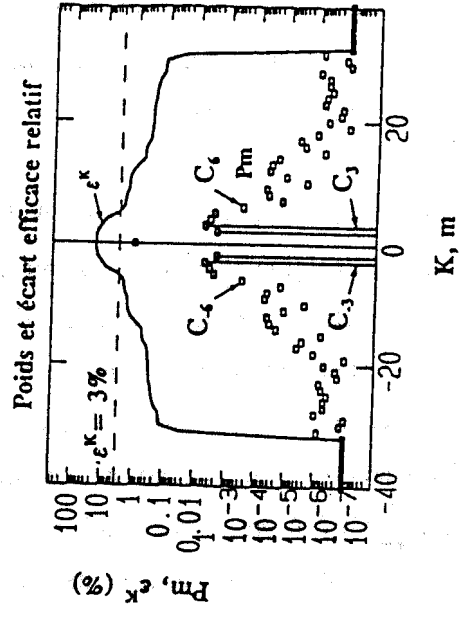
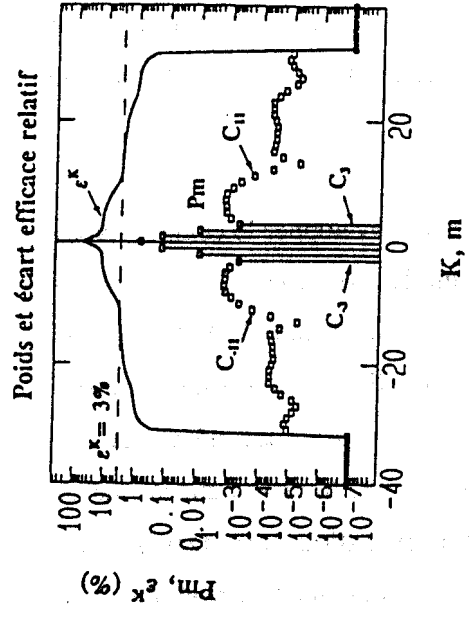


Figure 1: Approximation d'un contour fermé par troncature de la série de fourier.

le cycle cardiaque. Le coefficient C_3 , enfin, donne un chiffrage de l'écart entre le contour réel et le modèle elliptique. Les informations fournies par un modèle SFDP simplifié à 7 paramètres sont donc significatives. Nous allons maintenant montrer que ces informations peuvent également être extraites - sous certaines conditions - d'un contour non fermé du VG.

3. Cas des contours non fermés

La piètre qualité des images échocardiographiques et la morphologie du VG conduisent très souvent à travailler avec des données incomplètes. Certaines parties des contours ventriculaires interne et externe n'apparaissent que très faiblement, voire pas du tout, lorsque l'écho est peu ou pas discernable, tandis que d'autres peuvent être considérées comme gênantes pour le diagnostic (comme les piliers par exemple). Pour pallier cet inconvénient, nous proposons ci-dessous deux algorithmes d'estimation des paramètres du modèle précédent à partir d'échantillons $\{\rho'_n\}$ de $\rho(\theta)$ où $0 \leq n \leq 2M$ mais $n \notin I$, I étant l'ensemble des parties du support d'échantillonnage où $\rho(\theta)$ n'est pas défini. Notre objectif est évidemment de déterminer C_0 et les K premières paires de coefficients de Fourier C_m et C_{-m} qui minimisent l'écart efficace

$$\epsilon^K = \sqrt{\langle (\rho'_n - \rho_n^K) \rangle^2} \quad (5)$$

Deux cas sont envisagés : (i) estimation du nombre K et des valeurs des coefficients tels que ϵ^K soit inférieure à un certain seuil, lorsque l'origine est fixée arbitrairement, (ii) estimation des 7 paramètres du modèle, c'est-à-dire localisation de l'origine centrale C avec une précision fixée et calcul simultané des 3 coefficients de Fourier C_0 , C_2 et C_3 qui minimisent ϵ^K .

Pour fixer les idées, nous continuons d'utiliser l'échantillonnage précédent $\{\rho_n\}$, $0 \leq n < 64$, après en avoir extrait la vingtaine d'échantillons qui correspondent aux parties rentrantes du contour.

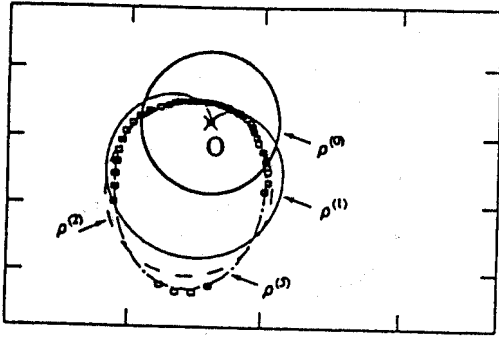
Lorsque l'origine O est fixée, les premiers coefficients de Fourier peuvent être estimés successivement, mais dans l'ordre, puisqu'une série de Fourier tronquée est la meilleure approximation moindres carrés de l'échantillonnage $\{\rho'_n\}$. Ainsi, C_0 est la moyenne moindres carrés (égale à la moyenne simple) des échantillons, l'amplitude $|C_1|$ et la phase ϕ_1 de C_1 sont celles de la sinusoïde moindres carrés de biais C_0 et de période 2π , $C_2 = |C_2|e^{i\phi_2}$ caractérise la sinusoïde de période π superposée à la précédente et qui minimise ϵ'^2 , ... Conséquence directe de l'orthogonalité des exponentielles, cette propriété des séries de Fourier est à la base de l'algorithme proposé :

- estimation de la moyenne des échantillons du contour incomplet pour obtenir C_0 ,

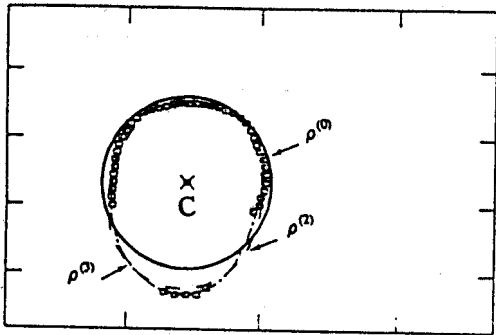
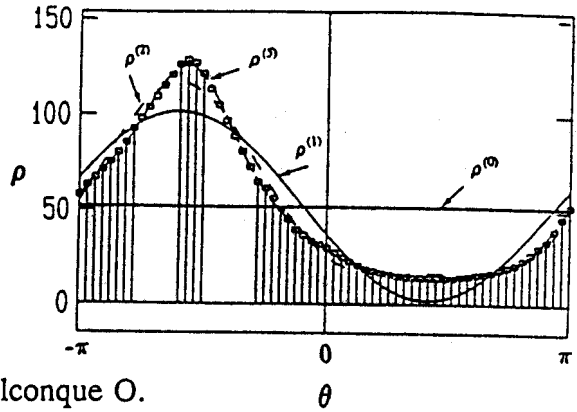
- estimations conjointes de $|C_1|$ et de ϕ_1 par minimisations successives de ϵ^1 en ajustant alternativement l'amplitude puis la phase d'une sinusoïde de période 2π et de biais C_0 jusqu'à obtention d'un minimum stable de ϵ^1 ,
- superpositions successives de sinusoïdes de périodes $\pi, 2\pi/3, \pi/2, \dots$ dont les amplitudes et phases sont ajustées comme précédemment pour estimer C_2, C_3, C_4, \dots
- arrêt de l'algorithme au $K^{\text{ième}}$ coefficient C_K lorsque le minimum courant de ϵ^K est inférieur au seuil fixé.

Par TFD inverse sur les coefficients $\{C_m\}$, $-K \leq m \leq K$, ainsi déterminés, on restitue sans difficulté un contour fermé du VG. La figure 2 présente les contours ρ^k obtenus de la sorte à chaque itération k jusqu'à obtenir un écart ϵ^k inférieur à 1 % de C_0 . La comparaison des résultats avec les deux origines O (figure 2.a) et C (figure 2.b) suggère à l'évidence d'itérer conjointement sur l'estimation des coefficients de Fourier et la localisation de l'origine centrale C.

L'algorithme itératif que nous proposons pour estimer simultanément les 7 paramètres du modèle SFDP à partir d'un échantillonnage incomplet du contour du VG est basé sur une idée simple: remplacer à chaque itération les échantillons manquants par ceux du contour défini par les valeurs courantes de ces 7 paramètres. Soit une origine quelconque $O^{(0)}$ de départ, la procédure est initialisée en remplaçant les échantillons manquants par interpolation linéaire entre les deux échantillons disponibles mitoyens comme illustré sur la figure 3.a. qui concerne le même échantillonnage et la même origine de départ que pour la figure 2. La TFD de l'échantillonnage ainsi complété fournit des premières valeurs $C_0^{(0)}, C_1^{(0)}, C_2^{(0)}$ et $C_3^{(0)}$ des 4 premiers coefficients de Fourier qui eux-mêmes permettent d'obtenir un premier contour fermé $\rho^{(0)}$ par TFD inverse. $C_1^{(0)}$ est utilisé pour déplacer l'origine courante $O^{(0)}$ en $O^{(1)}$, plus proche de l'origine centrale C, tandis que $\rho^{(0)}$ est utilisé pour fermer le contour initial. Un nouvel échantillonnage est alors réalisé à partir de $O^{(1)}$ par interpolation linéaire sur l'échantillonnage de départ, relatif à l'origine de départ $O^{(0)}$, complété par l'échantillonnage $\{\rho^{(0)}\}$ qui est lui aussi relatif à $O^{(0)}$. En procédant ainsi de suite jusqu'à ce que l'origine courante soit aussi proche que désiré de la précédente. La figure 3.b. reproduit le contour ainsi obtenu en 16 itérations à partir des mêmes données que précédemment, le critère d'arrêt étant que la distance entre deux origines successives soit inférieure à 1 % de C_0 . Avec ce même critère d'arrêt, la figure 4 illustre l'efficacité de l'algorithme pour restituer des contours sur 4 exemples d'échantillonnages incomplets de contours du VG relevés sur des images échocardiographiques.



a. avec origine quelconque O.



b. avec origine centrale C.

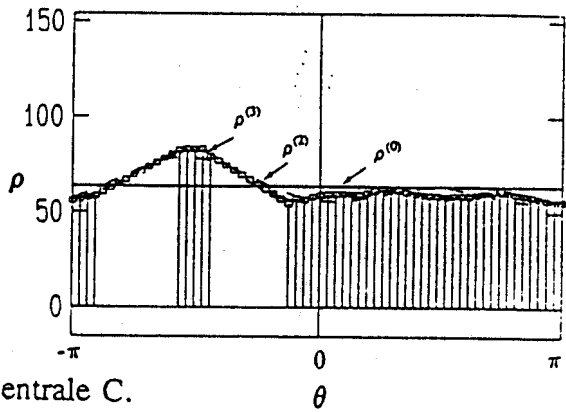
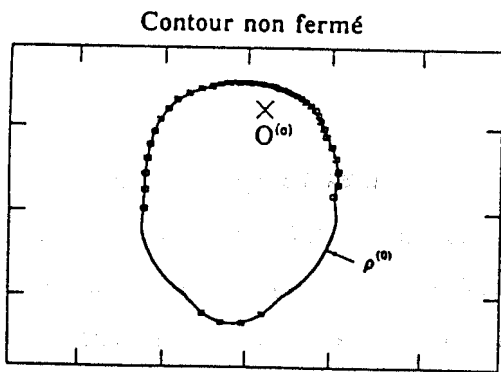
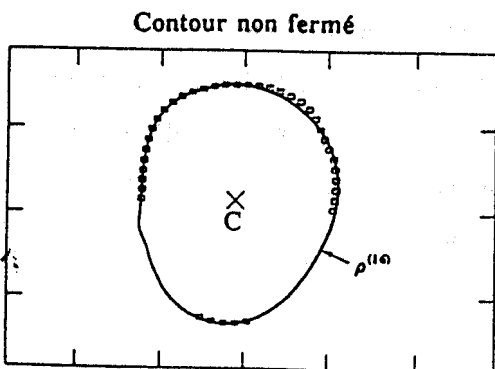
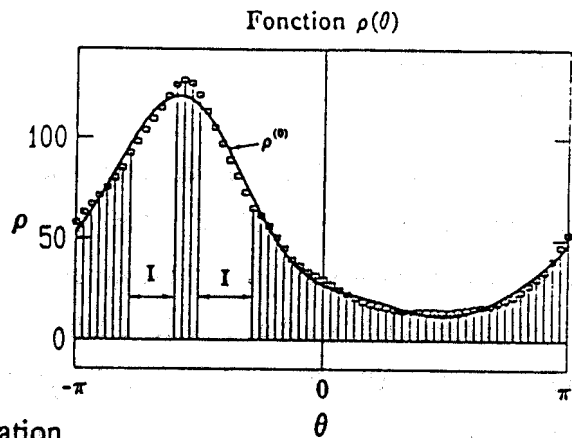


Figure 2: Estimations successives des premiers coefficients de Fourier à partir d'une origine fixée.



a. après 1 itération.



b. après 16 itérations.

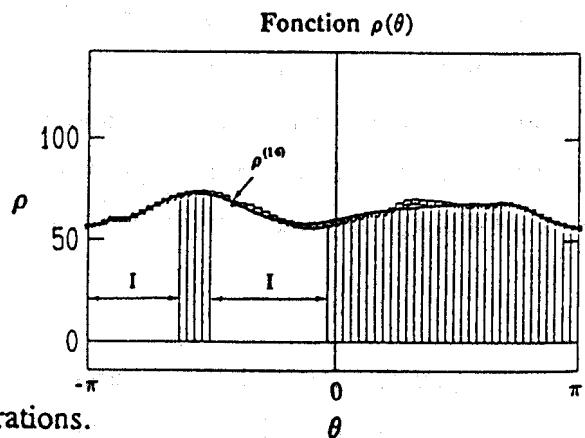


Figure 3: Interpolation des échantillons manquants avec recherche simultanée de l'origine centrale.

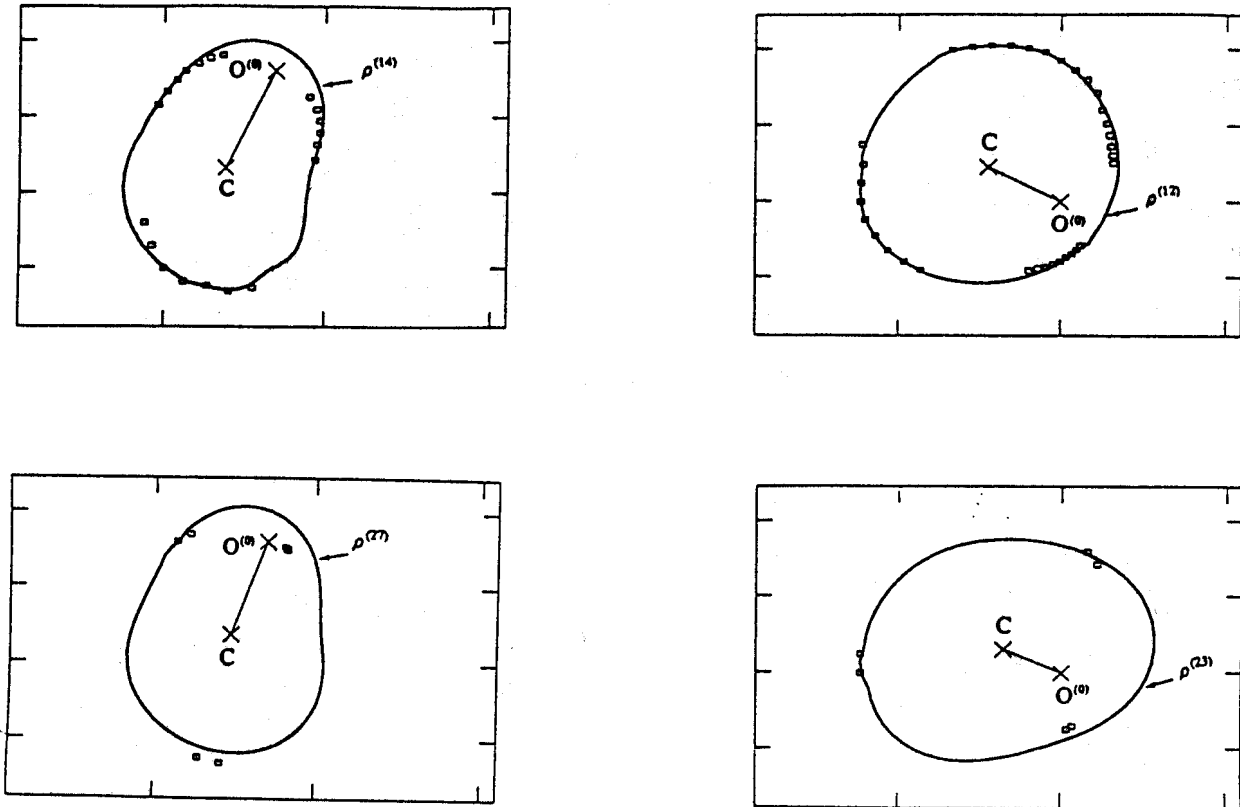


Figure 4: Restauration de contours incomplets par le modèle SFDP.

4. Conclusion

Le modèle SFDP à 7 paramètres permet de restituer un contour fermé du VG à partir de données incomplètes résultant d'un suivi manuel discontinu du contour sur des images échocardiographiques 2D. Il est basé sur une approximation moindres carrés des données disponibles par troncature de la série de Fourier relativement à une origine centrale. Les résultats préliminaires présentés dans cette communication indiquent que cette restitution est satisfaisante du point de vue physique car les contours obtenus sont compatibles avec la morphologie du VG. Elle l'est également du point de vue algorithmique car notre méthode d'optimisation converge en quelques itérations. Une étude exhaustive de possibles contours incomplets est actuellement en cours pour délimiter le domaine d'application de la méthode en échocardiographie 2D. C'est pourquoi il est envisagé d'utiliser le modèle SFDP pour développer un algorithme de restauration automatique des contours du VG d'une séquence d'images échocardiographiques acquises à la cadence vidéo.

La première image de la séquence serait traitée à partir d'un repérage manuel des parties visibles du contour puis utilisation de l'algorithme SFDP pour obtenir un premier jeu de 7 paramètres.

Pour l'image suivante, un nouvel échantillonnage serait obtenu dans chaque direction polaire à partir de l'origine définie par les deux premiers paramètres de l'image initiale. Plusieurs méthodes rapides sont envisageables pour une analyse différentielle (puisque l'on dispose du contour modélisé précédent), étant entendu que l'absence de résultat ne constituerait pas un handicap rhédibitoire. A partir de l'échantillonnage incomplet ainsi obtenu, les paramètres du contour seraient à nouveau déterminés par l'algorithme SFDP, ce qui initialiserait la recherche sur l'image suivante, et ainsi de suite pour toute la séquence d'images.

Références

- [1] Tamura S., Yata K., Matsumoto M.: Plan-based boundary extraction and 3-D reconstruction for orthogonal 2-D echocardiography. *Pattern Recognition*, 1987, vol. 20, n°2, 155-167.
- [2] Eiho S., Kuwahara M.: 3-D reconstruction of the left ventricle. *Proc 8th IEEE EMBS, Dallas-Fort Worth*, 1986, 112-115.
- [3] Martin R.W., Bashein G., Nessly M.L.: Left-ventricular transesophageal ultrasound 3d scanning and reconstruction. *Proc 11th IEEE EMBS, Seattle*, 1989, 421-422.
- [4] Azhari H., Sideman S., Beyar R., Grenadier E., Dinnar U.: An analytical descriptor of three-dimensional geometry: application to the analysis of the left ventricle shape and contraction. *IEEE Transactions on biomedical engineering*, 1987, vol. BME-34, n°5, 345-354.
- [5] Zhang L.F., Geiser E.A.: An effective algorithm for extracting serial endocardial borders from 2-Dimensional echocardiograms. *IEEE Transactions on biomedical engineering*, 1984, vol. BME-31, n°6, 441-447.
- [6] Prasad R.S., Srinivasan T.M.: An image processing method for cardiac motion analysis. *IEEE Transactions on biomedical engineering*, 1987, vol BME-34, n°3, 244-247.
- [7] Lemoine J., Petit E., Abdellaoui M., Bunel P.: Estimation du flux optique sur une séquence d'images échocardiographiques. *Treizième colloque GRETSI Juan-les-pins*, 1991, 177-180.
- [8] Léger C., Thiel J., Lédée R., Patat F., Pourcelot L.: Left ventricle modeling by discrete polar Fourier transform using echocardiographic images. *Proc 14th IEEE EMBS, Paris*, 1992, 410-411.