

**Proposition de sujet de thèse :**  
**Dynamique symbolique des arbres infinis et des systèmes 2D**

**Thématique :** Théorie des automates, dynamique symbolique

**Laboratoire, institution et université :** Université Paris-Est Marne-la-Vallée, Laboratoire d'informatique de l'Institut Gaspard-Monge

**Équipe :** Équipe Algorithmique du laboratoire

**Nom des directeurs de thèses :** Marie-Pierre Béal, beal@univ-mlv.fr  
Mathieu Sablik

**Nom du directeur du laboratoire :** Gilles Roussel, gilles.roussel@univ-mlv.fr

La dynamique symbolique en une dimension consiste en l'étude des suites bi-infinies de lettres qui sont caractérisées par leurs blocs (ou facteurs) finis. Par exemple, les suites bi-infinies de flèches consécutives d'un graphe fini forment un système dynamique symbolique. Ces systèmes dynamiques sont invariants par l'opération appelée shift qui effectue le décalage d'une lettre sur une suite bi-infinie. Plus généralement, on peut considérer des systèmes de dimension 2 (ou plus). Ce sont les parties fermées de  $A^{\mathbb{Z}^2}$ , où  $A$  est un alphabet fini, qui sont invariantes par les deux décalages horizontaux et verticaux. Deux classes particulièrement importantes de systèmes sont par exemple les systèmes de type fini et les systèmes sofiques.

Beaucoup de résultats sur la dynamique en une dimension ne restent plus valables en dimension supérieure, essentiellement car la modélisation de ces systèmes à l'aide d'automates finis n'est plus possible. Néanmoins, une conjugaison (ou isomorphisme) de systèmes 2D de type fini peut se décomposer, comme en dimension 1, en un nombre fini d'opérations élémentaires appelées éclatements textiles, fusions textiles et inversions (voir A. Johnson et K. Madden 99). On propose d'essayer de classifier les conjugaisons de systèmes de type fini à l'aide des systèmes textiles de M. Nasu et du résultat de Johnson et Madden.

A mi-chemin entre les systèmes de dimension 1 et 2, on peut considérer la dynamique sur des arbres infinis binaires : les opérations de décalage consistent à prendre le sous-arbre gauche ou droit d'un arbre. On étudiera des propriétés dynamiques classiques pour les arbres infinis : les notions de systèmes de type fini, de systèmes sofiques avec le lien avec les automates d'arbres infinis. On pourra chercher si l'entropie des motifs interdits minimaux est un invariant par conjugaison. On cherchera un théorème de décomposition pour les conjugaisons. Au travers de ces propriétés, on regardera si

la dynamique des arbres infinis se rapproche plus de la dynamique à droite des systèmes de dimension 1 ou la dynamique des systèmes 2D.