
RESUME : Dans cette thèse, on s'intéresse au problème de la représentation géométrique des systèmes symboliques substitutifs. On se place dans le cadre des substitutions inversibles, que l'on étend en automorphismes de groupe libre. La dynamique de ces derniers est parfois étudiée au moyen d'arbres réels munis d'une action du groupe libre par isométries. Ces méthodes sont mises en commun avec des résultats habituels sur les substitutions.

On étudie un peu plus en détails le système dynamique symbolique (Ω, S) (où S est l'application shift) engendré par une substitution primitive inversible σ (σ désigne également l'automorphisme associé). Notamment, si σ est un élément de l'automorphisme extérieur Φ , on montre que le développement en préfixes-suffixes (par rapport à σ) d'un mot bi-infini de Ω est ultimement périodique si et seulement si il est fixe par un élément de Φ . On en déduit une méthode pour caractériser les couples (u, v) de mots de Ω vérifiant $u_i = v_i$ pour tout i de \mathbb{N} (resp. $-\mathbb{N}^*$).

On introduit les substitutions d'arbre. Combinatoirement, elles peuvent être vues comme des généralisations des substitutions sur les mots. Les points fixes des substitutions d'arbre sont d'abord étudiés. Puis, on se sert de cette analyse pour associer un compact à toute substitution d'arbre vérifiant certaines conditions combinatoires ; ce compact est muni d'une action minimale de pseudo-groupe.

On étudie également les substitutions d'arbre d'un point de vue métrique. On a ainsi un moyen simple de construire des arbres fractals auto-similaires ; on montre que ceux-ci peuvent être vus comme des invariants de constructions graphes-dirigées au sens de Mauldin et Williams.

Enfin, on se sert des substitutions d'arbre pour représenter des systèmes symboliques substitutifs sur deux classes d'exemples. Pour une substitution, on construit un arbre réel par substitution d'arbre et on définit un échange de domaines conjugué au système symbolique initial.

ABSTRACT : We study ways of giving geometric representations to symbolic substitutive systems. We consider invertible substitutions, and see them as automorphisms of the free group. Real trees endowed with actions of the free group by isometries are often used to study the dynamics of these automorphisms. These methods will be exploited alongside usual results on substitutions.

We study properties of the symbolic dynamical system (Ω, S) (S is the shift map) generated by a primitive invertible substitution σ (σ also refers to the induced automorphism). Specifically, if σ is an element of the outer morphism Φ , we prove that the prefix-suffix development (with respect to σ) of a bi-infinite word of Ω is ultimately periodic if and only if it is a fixed word of an element of Φ . We then give methods to identify pairs (u, v) of words in Ω verifying $u_i = v_i$ for all i in \mathbb{N} (resp. $-\mathbb{N}^*$).

Tree substitutions are introduced. From a combinatorial side, these can be seen as generalisations of substitutions on words. We start the study by identifying fixed points of tree substitutions. We use this analysis to associate a compact set to each tree substitution which verify simple combinatorial properties ; this compact set will be endowed with a minimal action of a pseudogroup.

We also study tree substitutions from a metric point of view. They give an easy way to obtain self-similar fractal real trees ; we show that these trees can be seen as invariants of graph-directed constructions (in the sense of Mauldin and Williams).

Lastly, we use tree substitutions to give geometric representations to substitutive symbolic systems on two sets of examples. For each substitution, we produce a real tree using a tree substitution, and we define a domain exchange which is conjugate to the original symbolic system.

Mots clés : dynamique symbolique, substitutions, automorphismes de groupe libre, arbres réels, substitutions d'arbre, automate des préfixes-suffixes