Projet RESSAC

Rechercher et Expliquer les Structures Simples dans les Automates Cellulaires

N. Ollinger

Laboratoire d'Informatique Fondamentale de Marseille
CNRS & Université de Provence

22 mars 2005 / GTi

Plan de l'exposé

Systèmes complexes et émergence

➡ Système complexe. système composé de nombreuses entités semblables qui interagissent

Systèmes complexes et émergence

➡ Système complexe. système composé de nombreuses entités semblables qui interagissent et dans lequel

les règles microscopiques, relativement simples,

Systèmes complexes et émergence

➡ Système complexe. système composé de nombreuses entités semblables qui interagissent et dans lequel

les règles microscopiques, relativement simples,

peuvent engendrer $\downarrow$

des comportements macroscopiques complexes.

Systèmes complexes et émergence

➡ Système complexe. système composé de nombreuses entités semblables qui interagissent et dans lequel

les règles microscopiques, relativement simples,

peuvent engendrer ↓ *concept d'émergence*

des comportements macroscopiques complexes.

Systèmes complexes et émergence

- **Système complexe.** système composé de nombreuses entités semblables qui interagissent et dans lequel

  les règles microscopiques, relativement simples,

  peuvent engendrer ↓ *concept d'émergence*

  des comportements macroscopiques complexes.

- **Automates cellulaires.** un modèle simple et uniforme.

Auto-organisation et structures simples

Une approche pour certains systèmes complexes :

- ➡ structuration progressive à différentes échelles

Auto-organisation et structures simples

Une approche pour certains systèmes complexes :

- ➡ structuration progressive à différentes échelles
- ➡ Auto-organisation. les entités se structurent

Auto-organisation et structures simples

Une approche pour certains systèmes complexes :

- ➡ structuration progressive à différentes échelles
- ➡ Auto-organisation. les entités se structurent
- ➡ Structures simples. les entités du niveau suivant

Auto-organisation et structures simples

Une approche pour certains systèmes complexes :

- ➡ structuration progressive à différentes échelles
- ➡ Auto-organisation. les entités se structurent
- ➡ Structures simples. les entités du niveau suivant

- ➡ Et dans le cas des automates cellulaires ?

c'est ce qui nous intéresse ici...

Automates cellulaires 1D

définition

Définition. Un AC 1D $\mathcal{A}$ est un triplet (Q, r, δ) où

- ➡ Q est l'ensemble fini des états de $\mathcal{A}$;
- ➡ r est le rayon de voisinage de $\mathcal{A}$;
- ➡ $\delta : Q^{2r+1} \longrightarrow Q$ est la règle locale de transition de $\mathcal{A}$.

Une configuration est une application de $\mathbb{Z}$ dans Q.

Automates cellulaires 1D

définition

Définition. Un AC 1D $\mathcal{A}$ est un triplet (Q, r, δ) où

- ➡ Q est l'ensemble fini des états de $\mathcal{A}$;
- ➡ r est le rayon de voisinage de $\mathcal{A}$;
- ➡ $\delta : Q^{2r+1} \longrightarrow Q$ est la règle locale de transition de $\mathcal{A}$.

Une configuration est une application de $\mathbb{Z}$ dans Q.

La fonction globale de transition G vérifie :

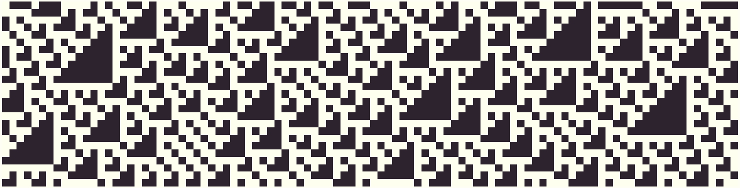
$$\forall p \in \mathbb{Z}, \quad G(C)_p = \delta(C_{p-r}, \ldots, C_p, \ldots, C_{p+r}) \quad .$$

Diagrammes espace-temps

définition

Définition. Le diagramme espace-temps $\Delta : \mathbb{Z} \times \mathbb{N} \to Q$ engendré par la configuration C de $\mathcal{A}$ satisfait :

$$\forall t \in \mathbb{N}, \forall p \in \mathbb{Z}, \quad \Delta(p,t) = G^t(C)_p \quad .$$



exemple : $(\{\square, \blacksquare\}, 1, (l,m,r) \mapsto l \oplus m)$

Classifications

➡ Classifier les AC en fonction de leur dynamique

(Wolfram, Čulik-Yu, …)

Classifications

- ➡ Classifier les AC en fonction de leur dynamique (Wolfram, Čulik-Yu, ...)
- ➡ Nombreuses dynamiques ultimement périodiques

Classifications

- ➡ Classifier les AC en fonction de leur dynamique (Wolfram, Čulik-Yu, . . .)
- ➡ Nombreuses dynamiques ultimement périodiques
- ➡ Deux principaux types de dynamiques non-triviales :

Classifications

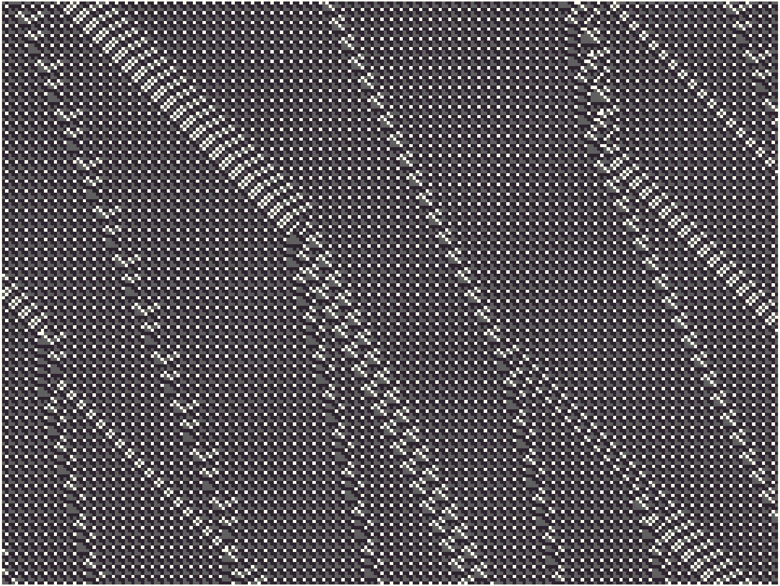
- Classifier les AC en fonction de leur dynamique (Wolfram, Čulik-Yu, …)
- Nombreuses dynamiques ultimement périodiques
- Deux principaux types de dynamiques non-triviales :
  - Classe 3. chaos déterministe, mélange de l'information

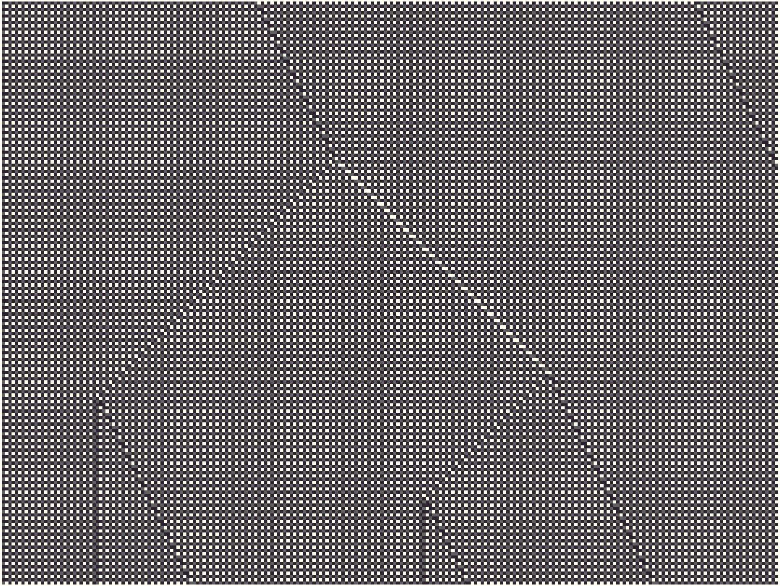
Classifications

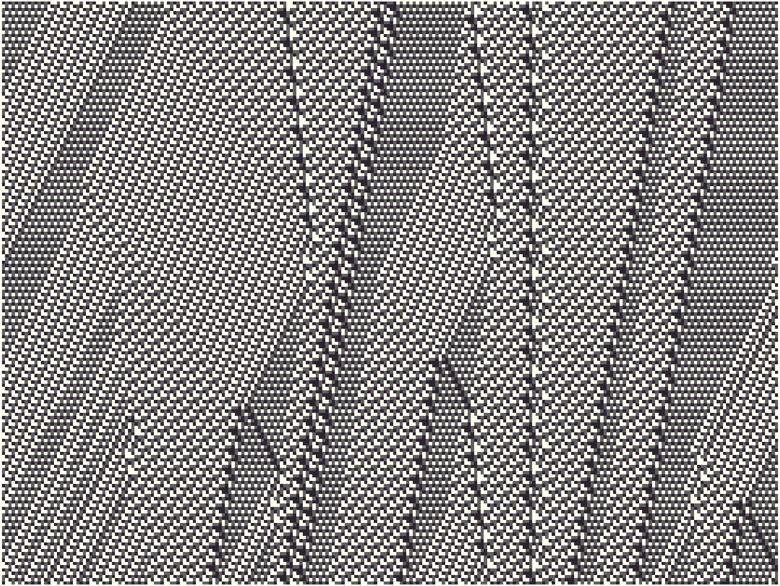
- Classifier les AC en fonction de leur dynamique
  (Wolfram, Čulik-Yu, ...)
- Nombreuses dynamiques ultimement périodiques
- Deux principaux types de dynamiques non-triviales :
  - Classe 3. chaos déterministe, mélange de l'information
  - Classe 4. très structuré, particules et collisions

Classifications

- Classifier les AC en fonction de leur dynamique (Wolfram, Čulik-Yu, ...)
- Nombreuses dynamiques ultimement périodiques
- Deux principaux types de dynamiques non-triviales :
  - Classe 3. chaos déterministe, mélange de l'information
  - Classe 4. très structuré, particules et collisions
- Nous nous intéressons ici au second cas.







Questions

1. Comment caractériser ces automates cellulaires ?

Questions

1. Comment caractériser ces automates cellulaires ?
2. Pourquoi seuls les fonds, particules et collisions apparaissent-ils « après un temps fini » ?

Questions

1. Comment caractériser ces automates cellulaires ?
2. Pourquoi seuls les fonds, particules et collisions apparaissent-ils « après un temps fini » ?
3. Pourquoi les collisions de particules génèrent-elles uniquement des fonds et des particules ?

Questions

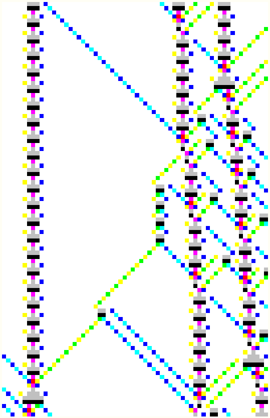
1. Comment caractériser ces automates cellulaires ?
2. Pourquoi seuls les fonds, particules et collisions apparaissent-ils « après un temps fini » ?
3. Pourquoi les collisions de particules génèrent-elles uniquement des fonds et des particules ?
4. Comment caractériser la dynamique de ces automates cellulaires ?

Filtrage

Outils (1)

- ➡ **Idée.** supprimer les fonds
- ➡ transducteur sur les configurations

- ☺ on voit mieux...
- ☺ comprendre l'apparition des particules et des collisions
- ☹ un AC à l'arrivée ?
- ☹ et après ?

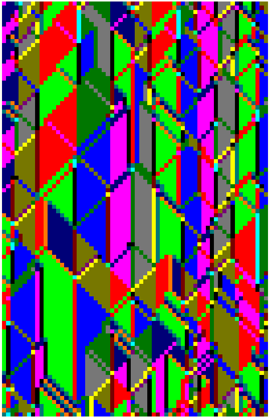


exemple : règle 54

Groupage

Outils (2)

- ➡ **Idée.** changer d'échelle
- ➡ grouper les cellules en rectangles
- ☺ affiner particules et collisions
- ☺ un AC à l'arrivée !
- ☹ explosion combinatoire
- ☹ et après ?

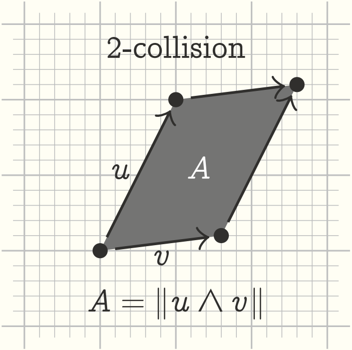


exemple : règle 54

Des particules et des collisions...

Outils (3)

➡ Quelles sont les collisions possibles pour un AC ?

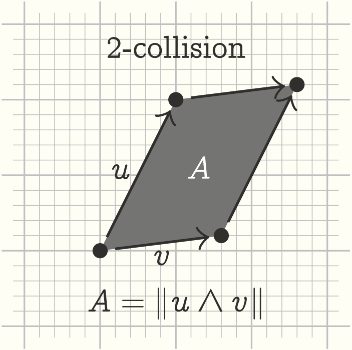


borne sur le nombre de collisions

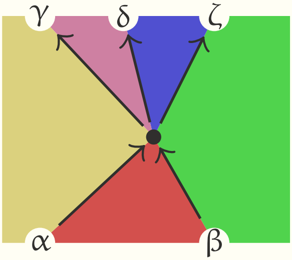
Des particules et des collisions...

Outils (3)

➡ Quelles sont les collisions possibles pour un AC ?



voir [B. Martin II]



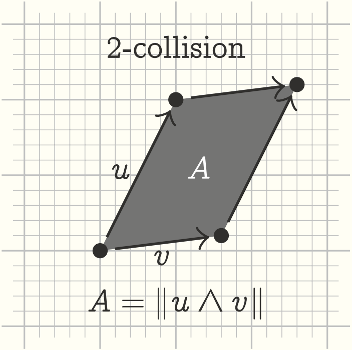
borne sur le nombre de collisions

particules et automate des fonds

Des particules et des collisions...

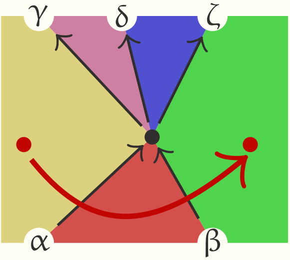
Outils (3)

➡ Quelles sont les collisions possibles pour un AC ?



borne sur le nombre de collisions

voir [B. Martin II]

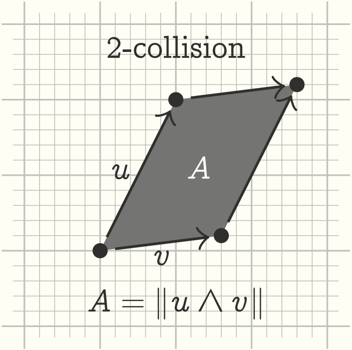


particules et automate des fonds

Des particules et des collisions...

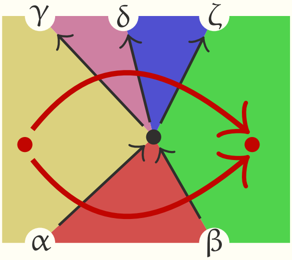
Outils (3)

➡ Quelles sont les collisions possibles pour un AC ?



borne sur le nombre de collisions

voir [B. Martin II]

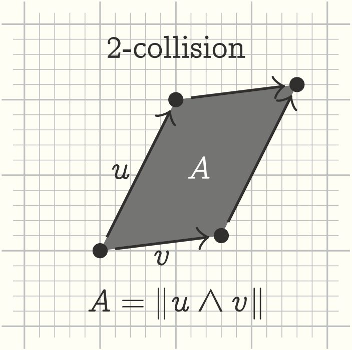


particules et automate des fonds

Des particules et des collisions...

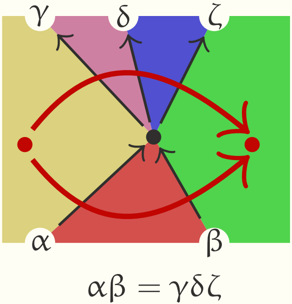
Outils (3)

➡ Quelles sont les collisions possibles pour un AC ?



borne sur le nombre de collisions

voir [B. Martin II]



particules et automate des fonds

Plan de l'exposé

Le temps est un artefact

➡ Raisonner sur les diagrammes espace-temps...

Le temps est un artefact

➡ Raisonner sur les diagrammes espace-temps...

➡ ...le calcul c'est plus simple dans $Q^{\mathbb{Z}^2}$ que dans $Q^{\mathbb{Z}}$!

Le temps est un artefact

- Raisonner sur les diagrammes espace-temps...
- ...le calcul c'est plus simple dans $Q^{\mathbb{Z}^2}$ que dans $Q^{\mathbb{Z}}$!
- les dépendances temporelles sont
  des contraintes comme les autres

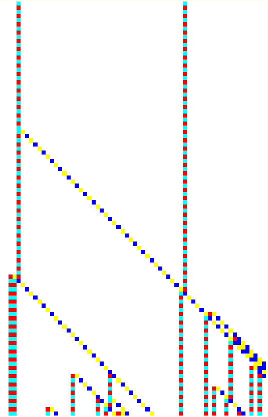
Le temps est un artefact

- Raisonner sur les diagrammes espace-temps...
- ...le calcul c'est plus simple dans $Q^{\mathbb{Z}^2}$ que dans $Q^{\mathbb{Z}}$!
- les dépendances temporelles sont
  des contraintes comme les autres
- Passer des automates cellulaires aux pavages

Un exemple de référence

Table de transition (ordonnée) :

l	m	r	$\delta(l,m,r)$
–	rouge	jaune	blanc
–	rouge	bleu	bleu
–	cyan	jaune	cyan
cyan	jaune	–	blanc
–	cyan	bleu	jaune
cyan	bleu	–	rouge
–	rouge	–	cyan
–	cyan	–	rouge
–	–	jaune	bleu
–	–	bleu	jaune
–	–	–	blanc



$(\{$blanc, rouge, cyan, bleu, jaune$\}, 1, \delta)$

Des fonds

définition

➡ Analogie avec la géométrie Euclidienne.

Des fonds

définition

- Analogie avec la géométrie Euclidienne.

Définition. Un fond est un motif fini 2-périodique de $Q^{\mathbb{Z}^2}$.

Des fonds
définition

➡ Analogie avec la géométrie Euclidienne.

Définition. Un fond est un motif fini 2-périodique de $Q^{\mathbb{Z}^2}$.

Exemple. Un seul fond

$$\left\langle \square, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\rangle$$

Des fonds

définition

➡ Analogie avec la géométrie Euclidienne.

Définition. Un fond est un motif fini 2-périodique de $Q^{\mathbb{Z}^2}$.

Exemple. Un seul fond

$$\left\langle \square, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\rangle$$

➡ Choisir des fonds compatibles avec l'AC

Des fonds

définition

- ➡ Analogie avec la géométrie Euclidienne.

Définition. Un fond est un motif fini 2-périodique de $Q^{\mathbb{Z}^2}$.

Exemple. Un seul fond

$$\left\langle \square, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\rangle$$

- ➡ Choisir des fonds compatibles avec l'AC
- ➡ Le remplissage de $\mathbb{N} \times \mathbb{Z}$ par un fond doit être un diagramme espace-temps.

Des particules

définition

Définition. Une particule est un motif fini 1-périodique de $Q^{\mathbb{Z}^2}$ entouré de fonds à gauche et à droite.

Des particules

définition

Définition. Une particule est un motif fini 1-périodique de $Q^{\mathbb{Z}^2}$ entouré de fonds à gauche et à droite.

Exemples. Deux particules (fonds triviaux)

$$\pi_v = \left\langle \right.$$  $$\left., \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} \right\rangle \qquad \pi_d = \left\langle \right.$$  $$\left., \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix} \right\rangle$$

Des particules
définition

Définition. Une particule est un motif fini 1-périodique de $Q^{\mathbb{Z}^2}$ entouré de fonds à gauche et à droite.

Exemples. Deux particules (fonds triviaux)

$\pi_v = \Big\langle$  $, \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} \Big\rangle$ $\quad \pi_d = \Big\langle$  $, \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix} \Big\rangle$

➡ Choisir particules et fonds compatibles avec l'AC

Des particules

définition

Définition. Une particule est un motif fini 1-périodique de $Q^{\mathbb{Z}^2}$ entouré de fonds à gauche et à droite.

Exemples. Deux particules (fonds triviaux)

$\pi_v = \Big\langle$  $, \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} \Big\rangle$ $\quad$ $\pi_d = \Big\langle$  $, \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix} \Big\rangle$

- ➡ Choisir particules et fonds compatibles avec l'AC
- ➡ Le remplissage de $\mathbb{N} \times \mathbb{Z}$ par une particule et ses fonds doit être un diagramme espace-temps.

Des collisions
définition

Définition. Une collision est un motif fini 0-périodique de $Q^{\mathbb{Z}^2}$ entouré de points d'ancrage de particules.

Des collisions
définition

Définition. Une collision est un motif fini 0-périodique de $Q^{\mathbb{Z}^2}$ entouré de points d'ancrage de particules.

➡ Choisir collision et particules compatibles avec l'AC

Des collisions
définition

Définition. Une collision est un motif fini 0-périodique de $Q^{\mathbb{Z}^2}$ entouré de points d'ancrage de particules.

- ➡ Choisir collision et particules compatibles avec l'AC
- ➡ Le remplissage de $\mathbb{N} \times \mathbb{Z}$ par une collision, ses particules et leurs fonds doit être un diagramme espace-temps.

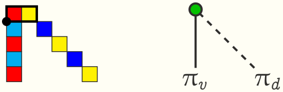
Des collisions
définition

Définition. Une collision est un motif fini 0-périodique de $Q^{\mathbb{Z}^2}$ entouré de points d'ancrage de particules.

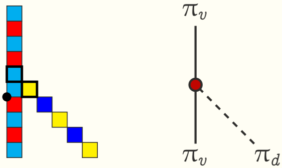
- ➡ Choisir collision et particules compatibles avec l'AC
- ➡ Le remplissage de $\mathbb{N} \times \mathbb{Z}$ par une collision, ses particules et leurs fonds doit être un diagramme espace-temps.
- ➡ Accrocher les collisions entre elles par des particules.

Des collisions

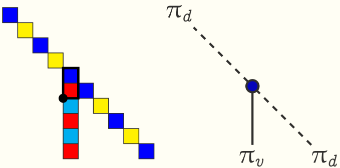
exemple



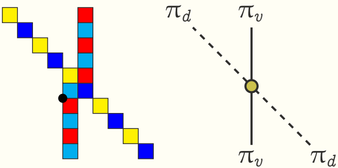
$$\left\langle \, , \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \end{pmatrix} \pi_v^- , \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix} \pi_d^- \right\rangle$$



$$\left\langle \, , \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} \pi_v^- , \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix} \pi_d^- , \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} \pi_v^+ \right\rangle$$

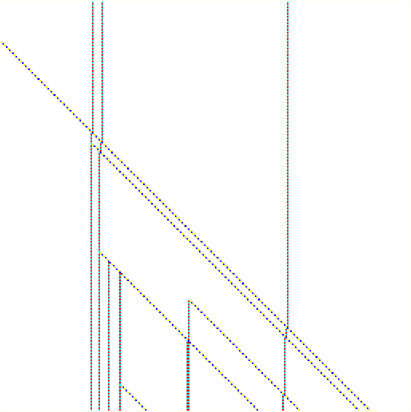


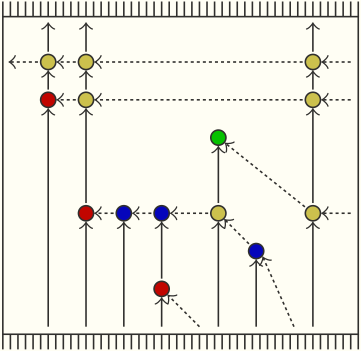
$$\left\langle \, , \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \end{pmatrix} \pi_v^- , \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} \pi_d^- , \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix} \pi_d^+ \right\rangle$$



$$\left\langle \emptyset , \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} \pi_v^- , \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} \pi_d^- , \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \pi_v^+ , \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \pi_d^+ \right\rangle$$

Diagrammes espace-temps et cartes planaires

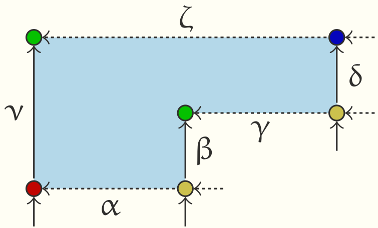




Des faces

définition

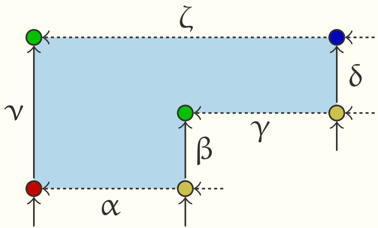
Définition. Une face est un polyomino délimité par une suite de collisions et de particules associées.



Des faces

définition

Définition. Une face est un polyomino délimité par une suite de collisions et de particules associées.



➡ Combien de répétition pour chaque particule ?

Contraintes générés par les faces

version simplifiée

Quelles contraintes sur les répétitions ?

$$\begin{pmatrix}3\\-4\end{pmatrix}+\alpha\begin{pmatrix}2\\-2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}+\beta\begin{pmatrix}0\\2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}3\\0\end{pmatrix}+\gamma\begin{pmatrix}2\\-2\end{pmatrix}+$$
$$\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}+\delta\begin{pmatrix}0\\2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-1\\4\end{pmatrix}+\zeta\begin{pmatrix}-2\\2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-3\\0\end{pmatrix}+\nu\begin{pmatrix}0\\-2\end{pmatrix}=0$$

Contraintes générés par les faces

version simplifiée

Quelles contraintes sur les répétitions ?

$$\alpha\begin{pmatrix}2\\-2\end{pmatrix}+\beta\begin{pmatrix}0\\2\end{pmatrix}+\gamma\begin{pmatrix}2\\-2\end{pmatrix}+\delta\begin{pmatrix}0\\2\end{pmatrix}+\zeta\begin{pmatrix}-2\\2\end{pmatrix}+\nu\begin{pmatrix}0\\-2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-4\\0\end{pmatrix}$$

➡ Système de deux équations diophantiennes sur $\mathbb{N}$

Contraintes générés par les faces

version simplifiée

Quelles contraintes sur les répétitions ?

$$\left\{ \begin{array}{rcl} 2\alpha + 2\gamma + 4 & = & 2\zeta \\ 2\beta + 2\delta + 2\zeta & = & 2\alpha + 2\gamma + 2\nu \end{array} \right.$$

➡ Système de deux équations diophantiennes sur $\mathbb{N}$

Contraintes générés par les faces

version simplifiée

Quelles contraintes sur les répétitions ?

$$\begin{cases} \alpha + \gamma + 2 & = & \zeta \\ \beta + \delta + \zeta & = & \alpha + \gamma + \nu \end{cases}$$

➡ Système de deux équations diophantiennes sur $\mathbb{N}$

Contraintes générés par les faces

version simplifiée

Quelles contraintes sur les répétitions ?

$$\begin{cases} \zeta & = & \alpha + \gamma + 2 \\ \nu & = & \beta + \delta + 2 \end{cases}$$

- ➡ Système de deux équations diophantiennes sur $\mathbb{N}$
- ➡ Cas général : ensemble de solutions semi-linéaire

Contraintes générés par les faces

version simplifiée

Quelles contraintes sur les répétitions ?

$$\begin{cases} \zeta & = & \alpha + \gamma + 2 \\ \nu & = & \beta + \delta + 2 \end{cases}$$

- ➡ Système de deux équations diophantiennes sur $\mathbb{N}$
- ➡ Cas général : ensemble de solutions semi-linéaire
- ➡ Semi-linéaire = facile.

Contraintes générés par les faces

la vie n'est pas toujours simple

➡ Hélas, on a négligé des choses...

Contraintes générés par les faces

la vie n'est pas toujours simple

- Hélas, on a négligé des choses...
- Les particules trop proches (collisions)
- Les faces croisées (particules)

Contraintes générés par les faces

la vie n'est pas toujours simple

- Hélas, on a négligé des choses...
- Les particules trop proches (collisions)
- Les faces croisées (particules)
- À chaque fois on n'obtient pas un polyomino

Contraintes générés par les faces

version complète

- ➡ On recommence avec les contours sur $\{h, b, g, d\}$.

Contraintes générés par les faces

version complète

- On recommence avec les contours sur $\{h, b, g, d\}$.
- **ex** : $bbdbd \cdot (bdbd)^{\alpha} \cdot d \cdot (hh)^{\beta} \cdot hdbd \cdot (bdbd)^{\gamma} \cdots$

Contraintes générés par les faces

version complète

- On recommence avec les contours sur $\{h, b, g, d\}$.
- ex : $bbdbd \cdot (bdbd)^{\alpha} \cdot d \cdot (hh)^{\beta} \cdot hdbd \cdot (bdbd)^{\gamma} \cdots$
- Formaliser l'absence d'intersection dans Presburger

$$\bigwedge_m \bigwedge_n \neg \exists i \exists j \, (i \in [1, \alpha_m] \wedge j \in [1, \beta_n] \wedge \varphi_m(i) = \varphi_n(j))$$

Contraintes générés par les faces

version complète

- On recommence avec les contours sur $\{h, b, g, d\}$.
- ex : $bbdbd \cdot (bdbd)^{\alpha} \cdot d \cdot (hh)^{\beta} \cdot hdbd \cdot (bdbd)^{\gamma} \cdots$
- Formaliser l'absence d'intersection dans Presburger

$$\bigwedge_m \bigwedge_n \neg \exists i \exists j \, (i \in [1, \alpha_m] \wedge j \in [1, \beta_n] \wedge \varphi_m(i) = \varphi_n(j))$$

- Ensemble de solutions semi-linéaire

Contraintes générés par les faces

version complète

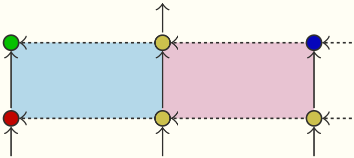
- On recommence avec les contours sur $\{h, b, g, d\}$.
- ex : $bbdbd \cdot (bdbd)^\alpha \cdot d \cdot (hh)^\beta \cdot hdbd \cdot (bdbd)^\gamma \cdots$
- Formaliser l'absence d'intersection dans Presburger

$$\bigwedge_m \bigwedge_n \neg \exists i \exists j \, (i \in [1, \alpha_m] \wedge j \in [1, \beta_n] \wedge \varphi_m(i) = \varphi_n(j))$$

- Ensemble de solutions semi-linéaire
- Explosion combinatoire

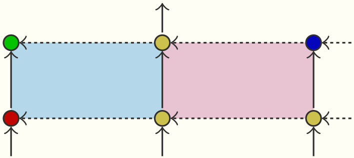
Collage de faces

➡ Combinaison de faces



Collage de faces

- ➡ Combinaison de faces

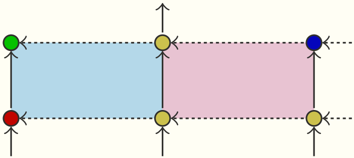


- ➡ un « Produit synchronisé » de semi-linéaires

$$\varphi(\alpha) \wedge \psi(\beta) \wedge \alpha = \beta$$

Collage de faces

- Combinaison de faces



- un « Produit synchronisé » de semi-linéaires

$$\varphi(\alpha) \wedge \psi(\beta) \wedge \alpha = \beta$$

- Ensemble de solutions semi-linéaire

Faces extérieures

➡ Quelles autres contraintes ?

Faces extérieures

- ➡ Quelles autres contraintes ?
- ➡ Non-intersection des particules des faces extérieures

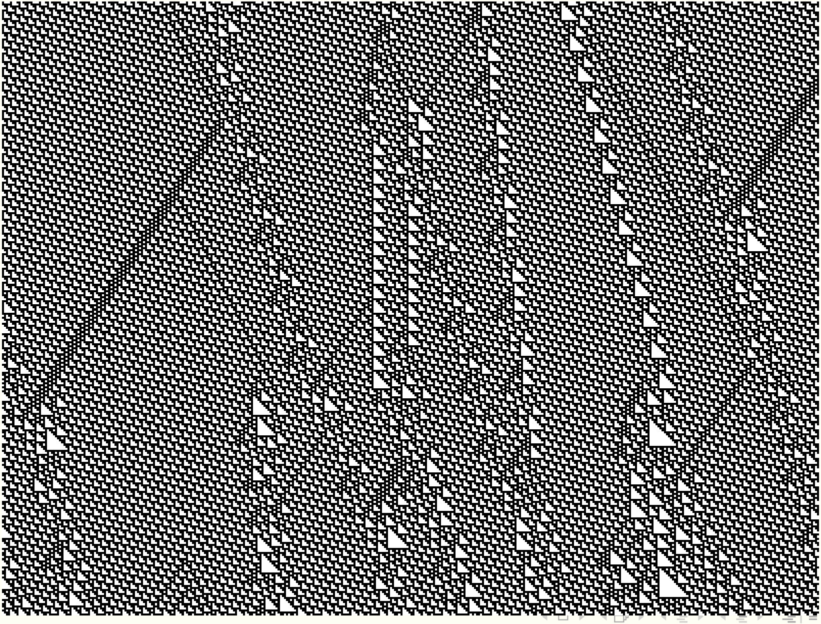
Faces extérieures

- ➡ Quelles autres contraintes ?
- ➡ Non-intersection des particules des faces extérieures
- ➡ Et c'est tout !

Faces extérieures

- ➡ Quelles autres contraintes ?
- ➡ Non-intersection des particules des faces extérieures
- ➡ Et c'est tout !
- ➡ On caractérise les cartes planaires réalisables.

Plan de l'exposé



Systèmes de Post cycliques

[Cook 2004] Universality in Elementary Cellular Automata
Complex Systems Vol. 15

➡ Système de calcul du type système de Post

Systèmes de Post cycliques

[Cook 2004] Universality in Elementary Cellular Automata
Complex Systems Vol. 15

- ➡ Système de calcul du type système de Post
- ➡ Configurations : les mots sur $\{0, 1\}$

Systèmes de Post cycliques

[Cook 2004] Universality in Elementary Cellular Automata
Complex Systems Vol. 15

- Système de calcul du type système de Post
- Configurations : les mots sur $\{0, 1\}$
- Machine : ensemble fini de mots $v_0, \ldots, v_n$

Systèmes de Post cycliques

[Cook 2004] Universality in Elementary Cellular Automata
Complex Systems Vol. 15

- ➡ Système de calcul du type système de Post
- ➡ Configurations : les mots sur $\{0, 1\}$
- ➡ Machine : ensemble fini de mots $v_0, \ldots, v_n$
- ➡ au temps t : $0u \vdash u$

Systèmes de Post cycliques

[Cook 2004] Universality in Elementary Cellular Automata
Complex Systems Vol. 15

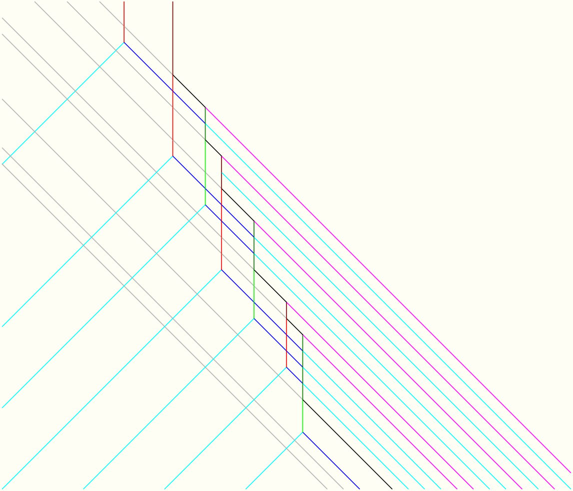
- Système de calcul du type système de Post
- Configurations : les mots sur $\{0, 1\}$
- Machine : ensemble fini de mots $v_0, \ldots, v_n$
- au temps t : $0u \vdash u$
- au temps t : $1u \vdash uv_k$ avec $k = t \mod n$

Systèmes de Post cycliques

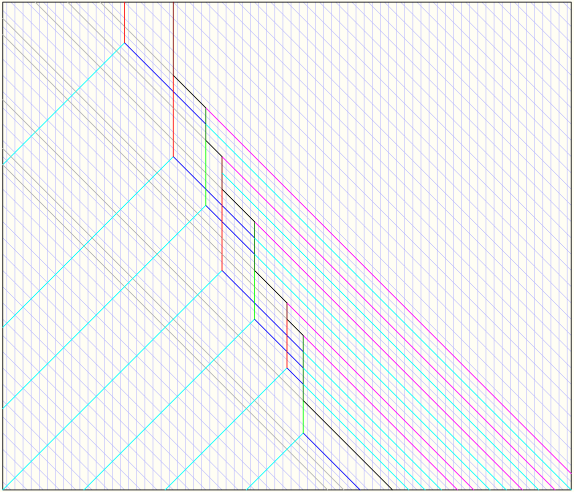
[Cook 2004] Universality in Elementary Cellular Automata
Complex Systems Vol. 15

- ➡ Système de calcul du type système de Post
- ➡ Configurations : les mots sur $\{0, 1\}$
- ➡ Machine : ensemble fini de mots $v_0, \ldots, v_n$
- ➡ au temps t : $0u \vdash u$
- ➡ au temps t : $1u \vdash uv_k$ avec $k = t \mod n$
- ➡ universel pour le calcul

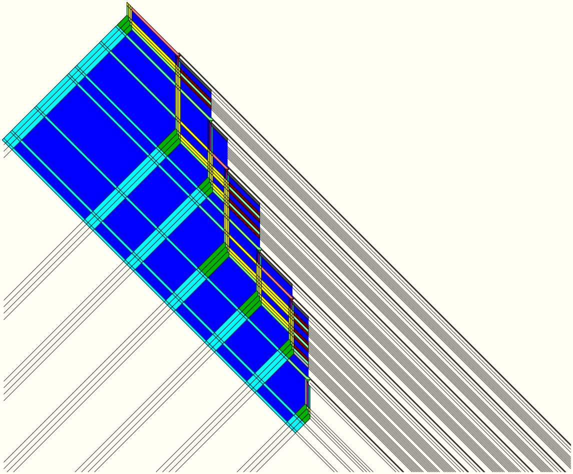
Particules et collisions continues



Discrétisation (grille)



Transformations locales



Résolution

➡ Il suffit de résoudre toutes les faces

Résolution

- Il suffit de résoudre toutes les faces
- Combinaisons « régulières » de faces

  c'est le passage difficile

Résolution

- Il suffit de résoudre toutes les faces
- Combinaisons « régulières » de faces
  c'est le passage difficile
- Exhibition d'une solution générale

Résolution

- Il suffit de résoudre toutes les faces
- Combinaisons « régulières » de faces
  c'est le passage difficile
- Exhibition d'une solution générale
- C'est la machine qui fait les calculs !

Complexes de faces infinis

➡ Comment explorer l'ensemble des cartes planaires ?

on se restreint à un unique complexe

Complexes de faces infinis

➡ Comment explorer l'ensemble des cartes planaires ?

on se restreint à un unique complexe

➡ De quelle nature sont les contraintes ?

semi-linéaires sur $\mathbb{N}^\omega$? **Non**

Complexes de faces infinis

- Comment explorer l'ensemble des cartes planaires ?

  on se restreint à un unique complexe

- De quelle nature sont les contraintes ?

  semi-linéaires sur $\mathbb{N}^\omega$? **Non**

- Que dire sur l'ensemble des motifs finis ?

Notion de carte planaire « régulière »

➡ En 1D régulier c'est facile, en 2D c'est difficile

Notion de carte planaire « régulière »

- En 1D régulier c'est facile, en 2D c'est difficile
- Qu'est-ce qu'une carte planaire « régulière » ?

Notion de carte planaire « régulière »

- En 1D régulier c'est facile, en 2D c'est difficile
- Qu'est-ce qu'une carte planaire « régulière » ?
- **Idée** : récursivité + régularité des contraintes

Notion de carte planaire « régulière »

- En 1D régulier c'est facile, en 2D c'est difficile
- Qu'est-ce qu'une carte planaire « régulière » ?
- **Idée** : récursivité + régularité des contraintes
- Comment capturer le cas de la règle 110 ?

Vers une notion de groupage

- ➡ **Pour 110** : transformation locales entre deux systèmes de particules/collisions/faces

Vers une notion de groupage

- ➡ **Pour 110 :** transformation locales entre deux systèmes de particules/collisions/faces
- ➡ Une piste pour comparer les systèmes entre eux ?

Vers une notion de groupage

- **Pour 110 :** transformation locales entre deux systèmes de particules/collisions/faces
- Une piste pour comparer les systèmes entre eux ?
- Quelle notion de groupage pour quel sens ?

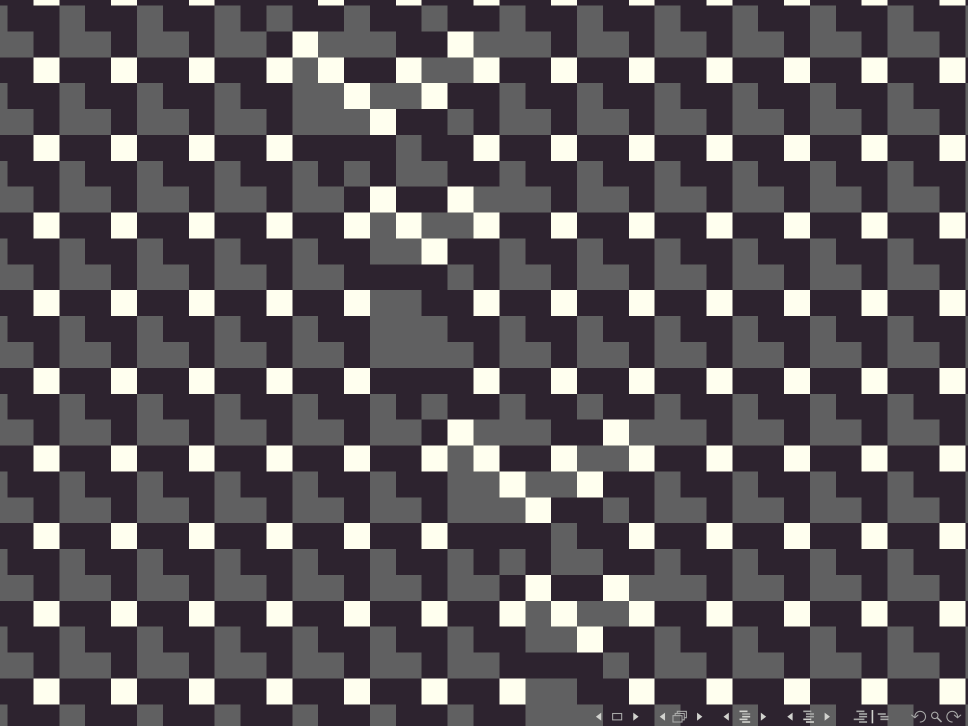
Vers une notion de groupage

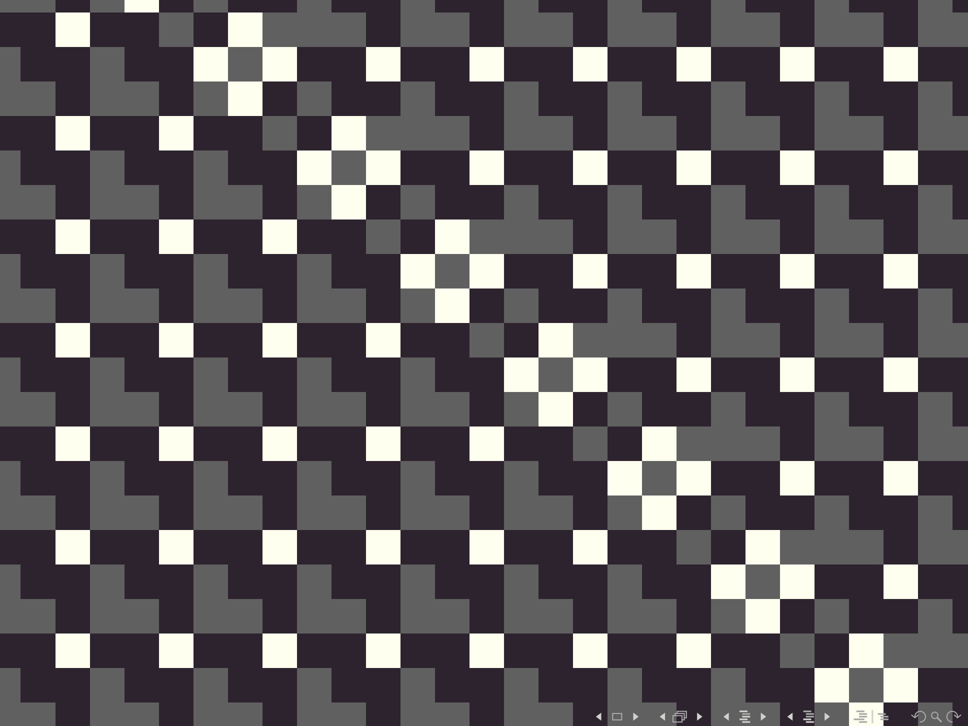
- **Pour 110 :** transformation locales entre deux systèmes de particules/collisions/faces
- Une piste pour comparer les systèmes entre eux ?
- Quelle notion de groupage pour quel sens ?
- Comment transférer aux AC sous-jacents ?

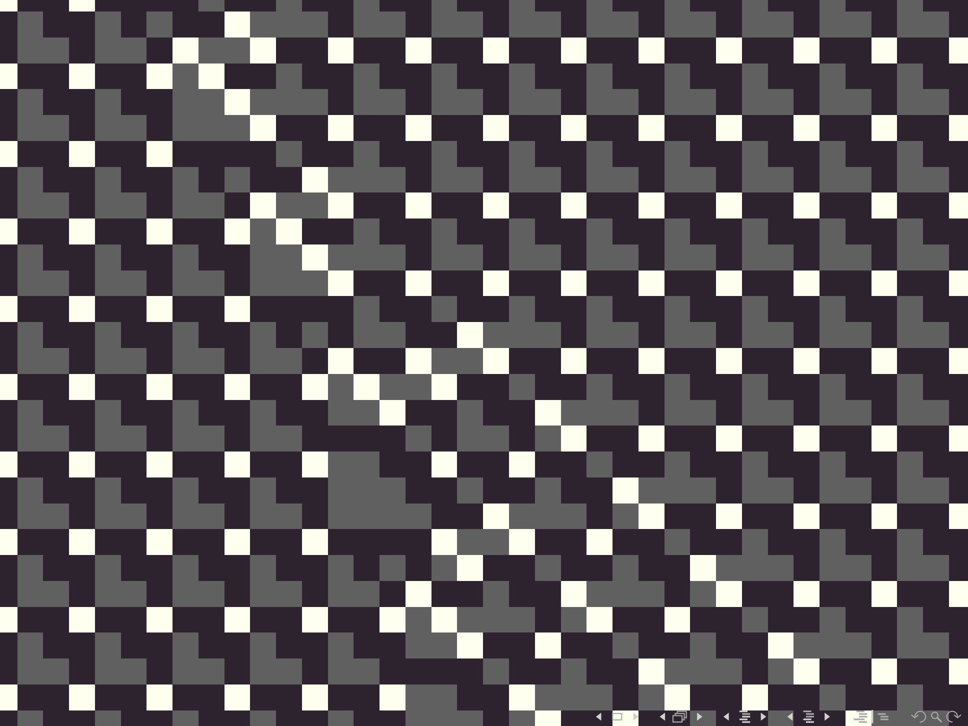
À suivre...

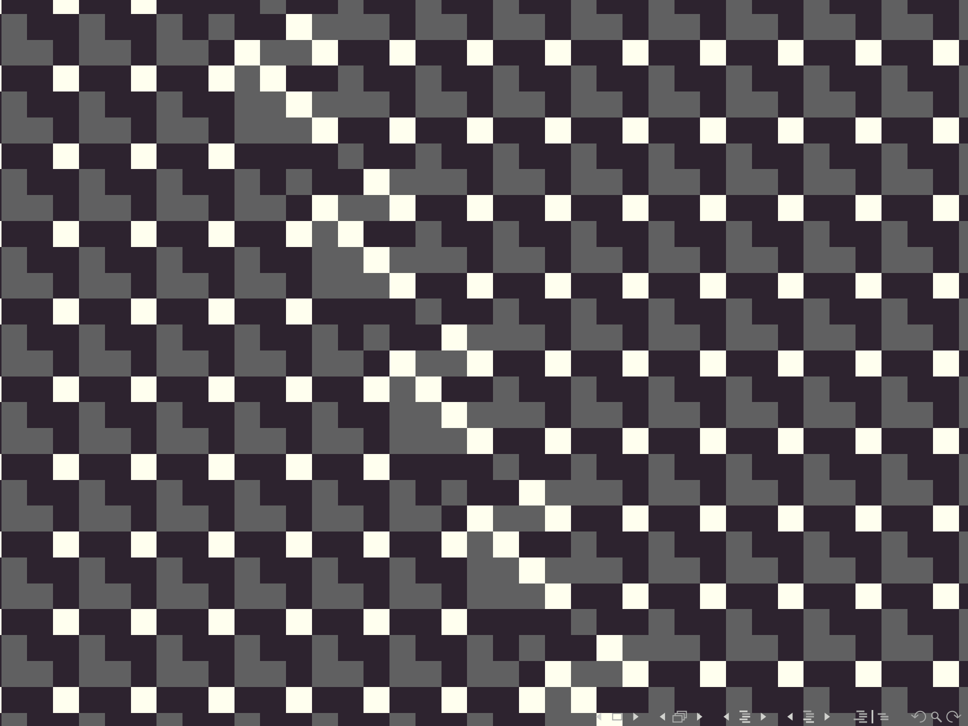
À suivre...

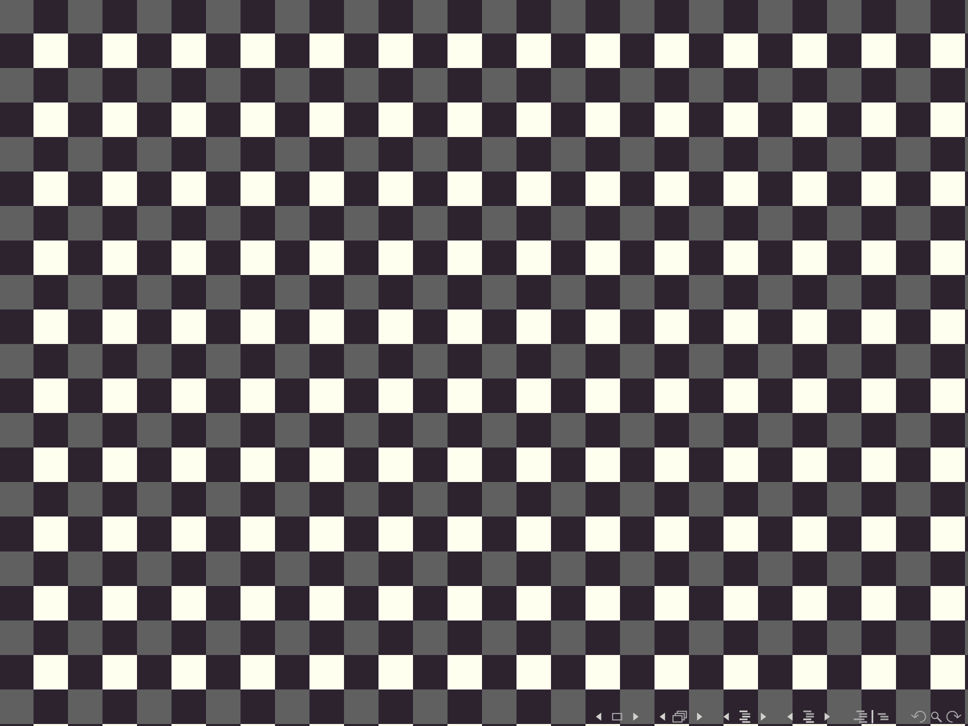
...au boulot !

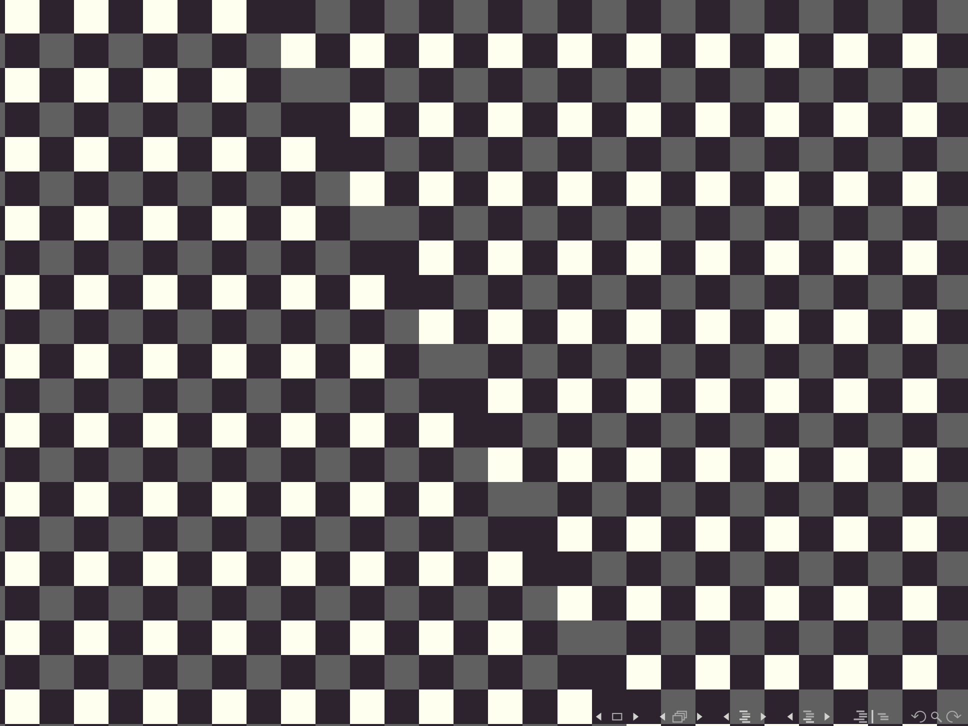


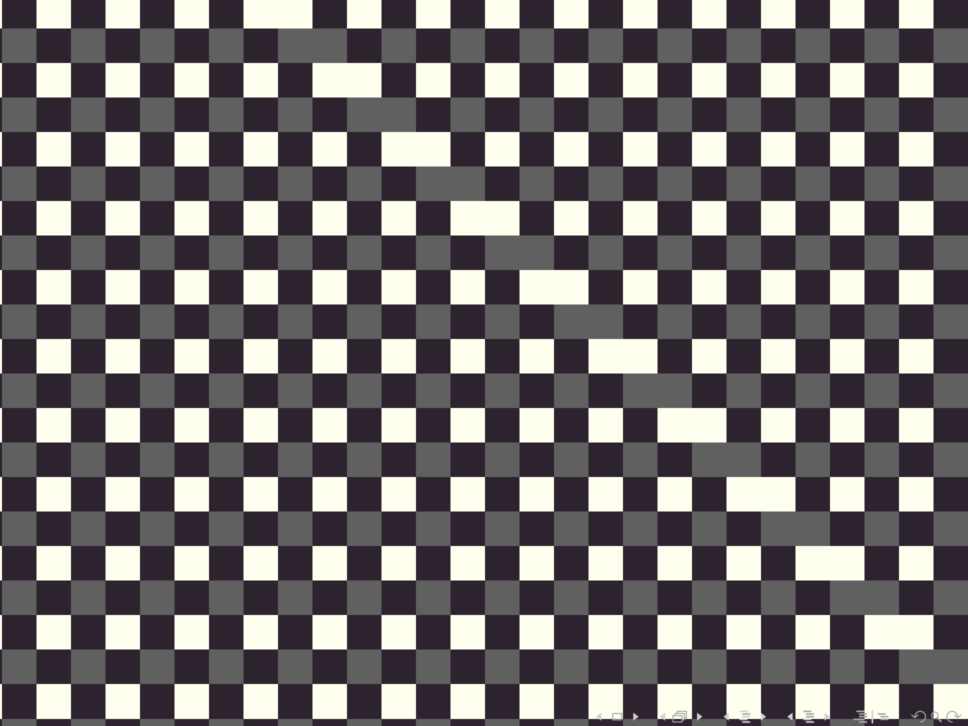


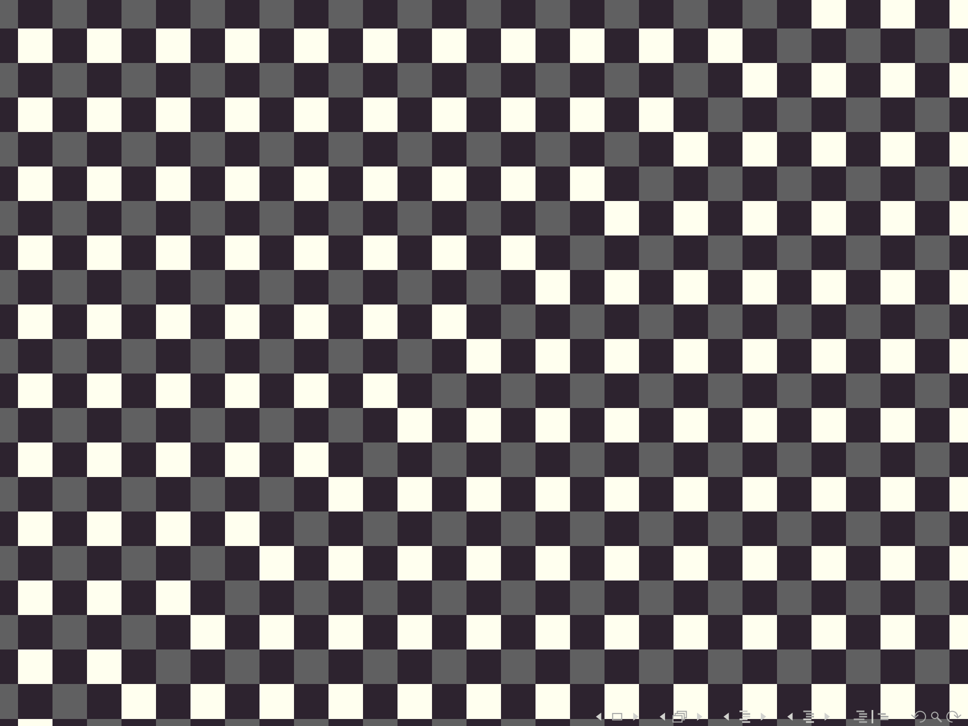


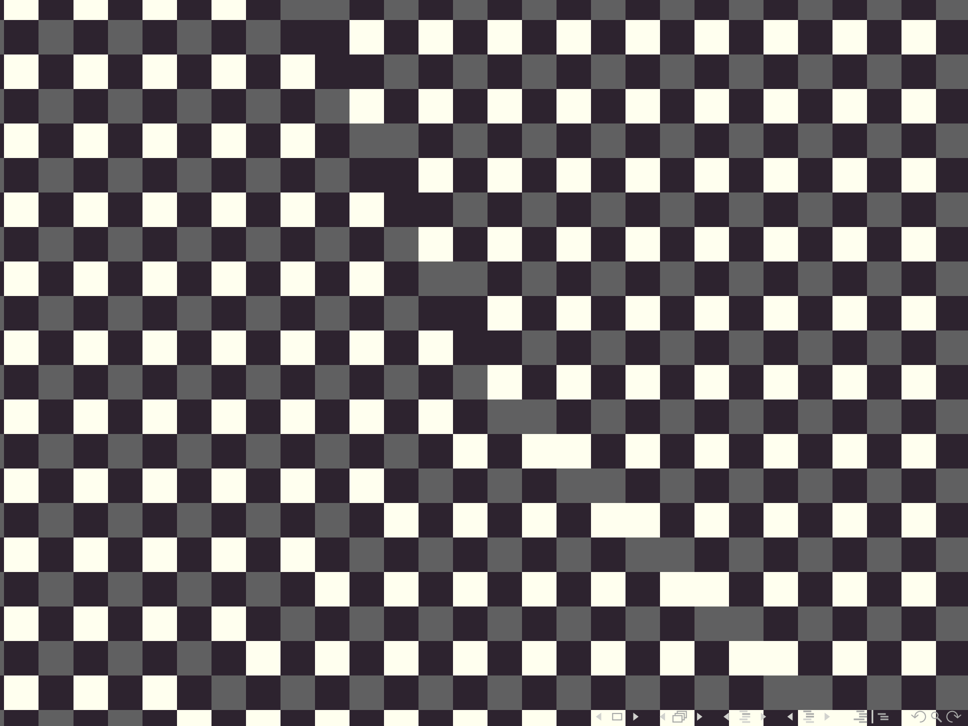


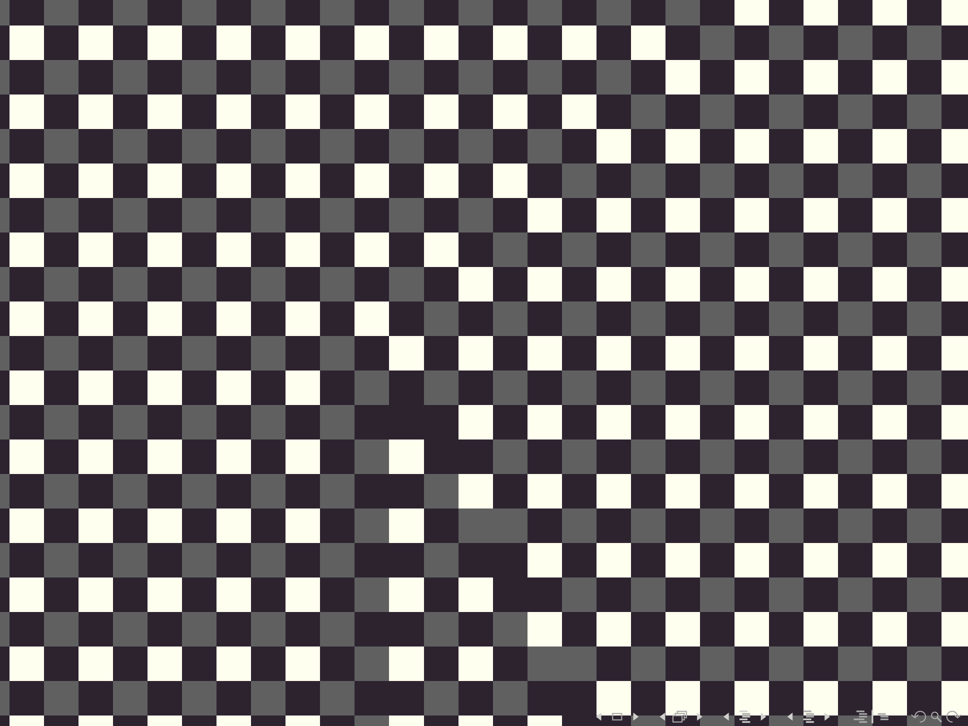


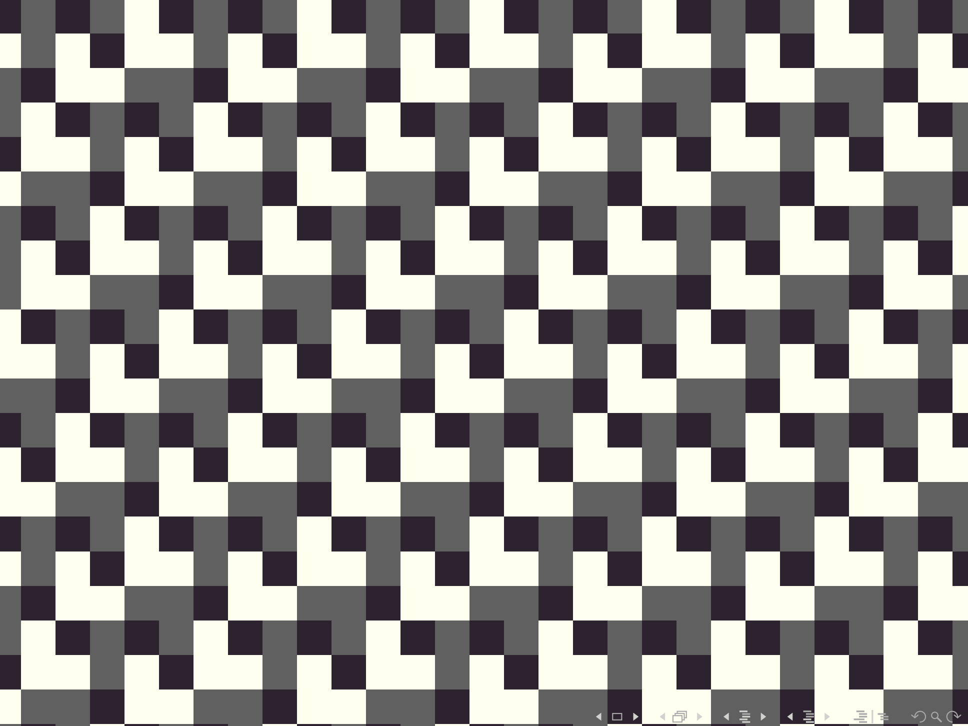


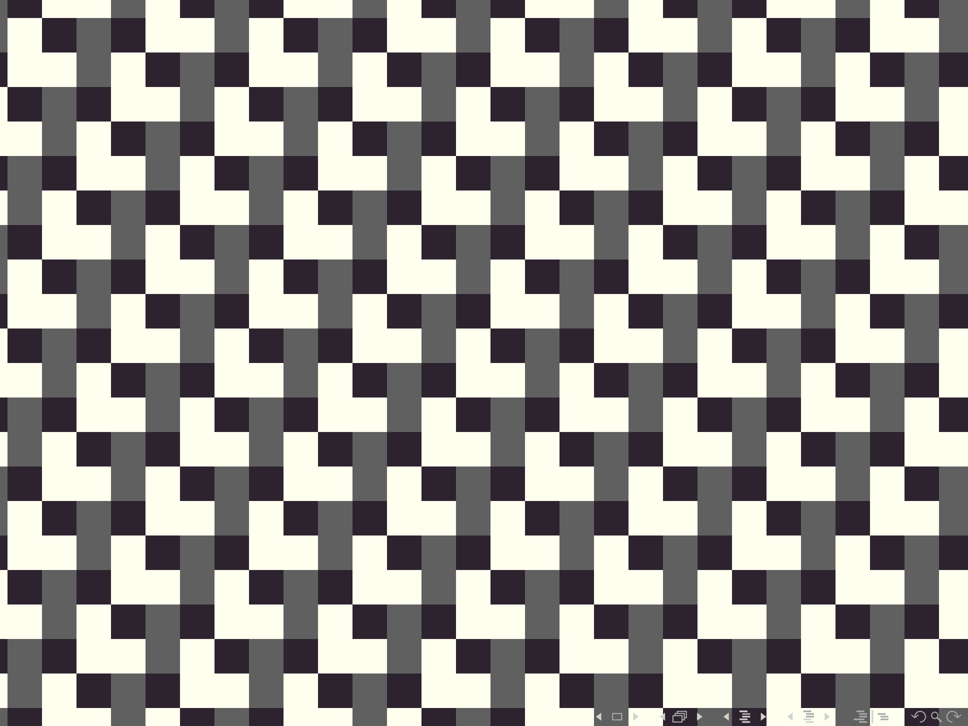


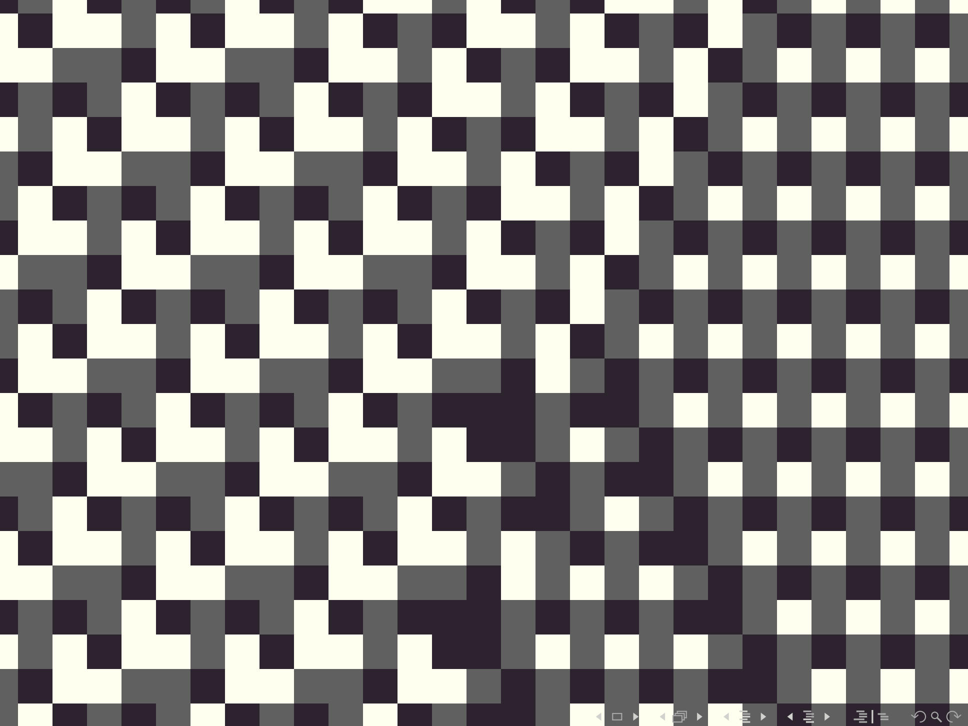


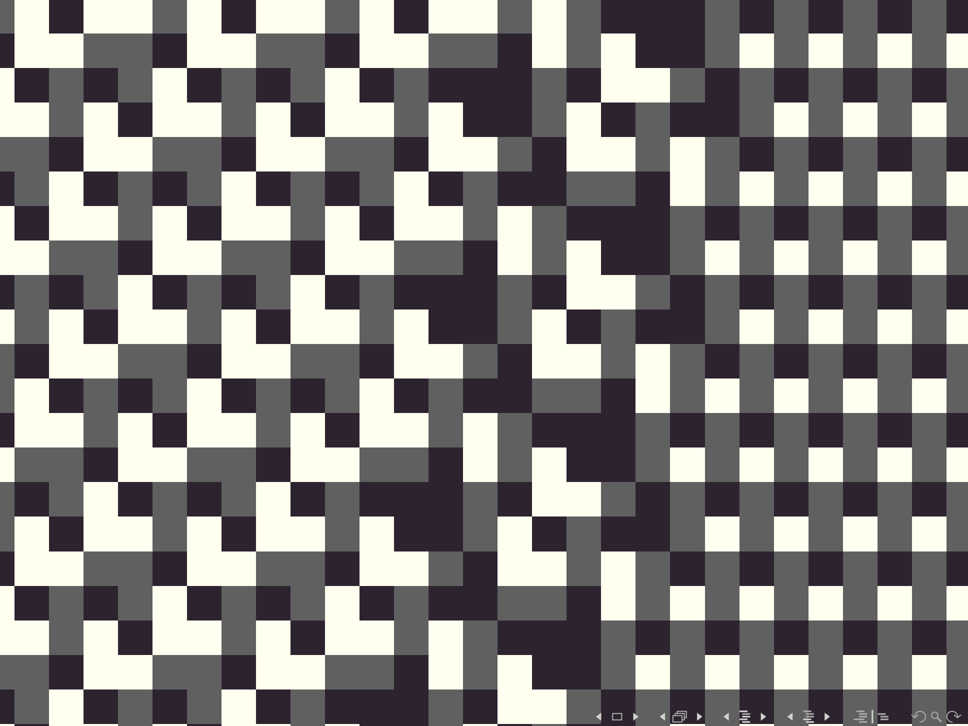






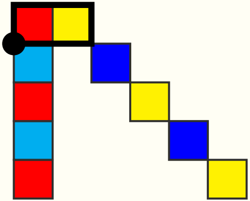


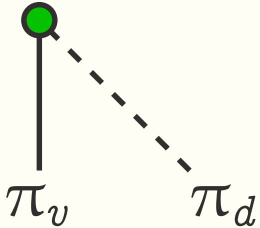


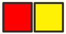


Des collisions

exemple

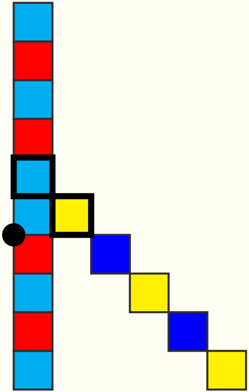


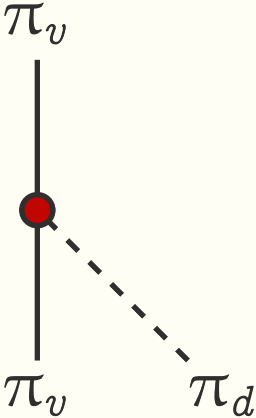


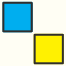
$\langle$  $, \begin{pmatrix}0\\-2\end{pmatrix}\pi_{\overline{v}}, \begin{pmatrix}3\\-2\end{pmatrix}\pi_{\overline{d}} \rangle$

Des collisions

exemple

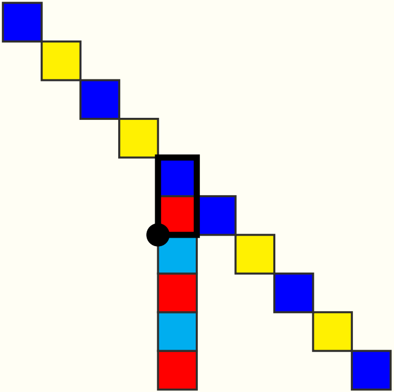


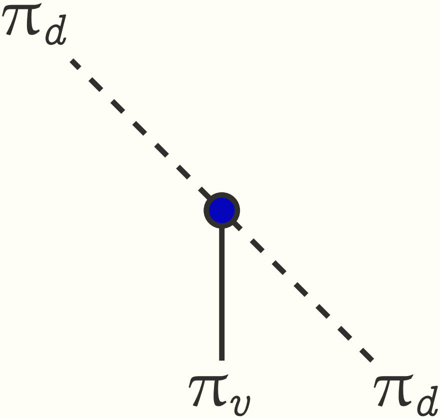


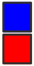


$$\left\langle \;, \begin{pmatrix}0\\-1\end{pmatrix}\pi_v^{-}, \begin{pmatrix}3\\-2\end{pmatrix}\pi_d^{-}, \begin{pmatrix}0\\2\end{pmatrix}\pi_v^{+} \right\rangle$$

Des collisions
exemple

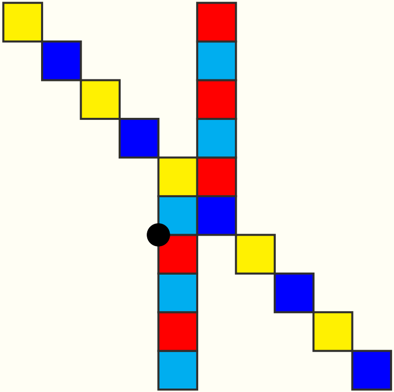


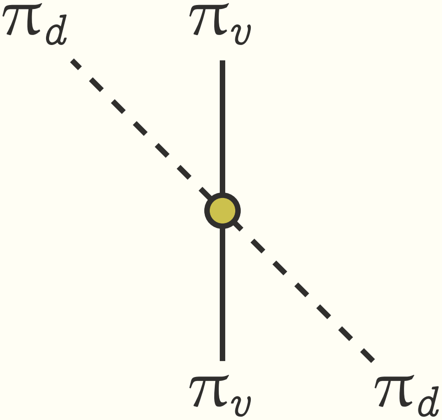


$\Big\langle$  $, \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \end{pmatrix} \pi_v^- , \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} \pi_d^- , \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix} \pi_d^+ \Big\rangle$

Des collisions

exemple





$$\left\langle \emptyset, \binom{0}{-1}\pi_v^-, \binom{2}{-1}\pi_d^-, \binom{1}{1}\pi_v^+, \binom{0}{1}\pi_d^+ \right\rangle$$