

Automates cellulaires, indécidabilité et pavages

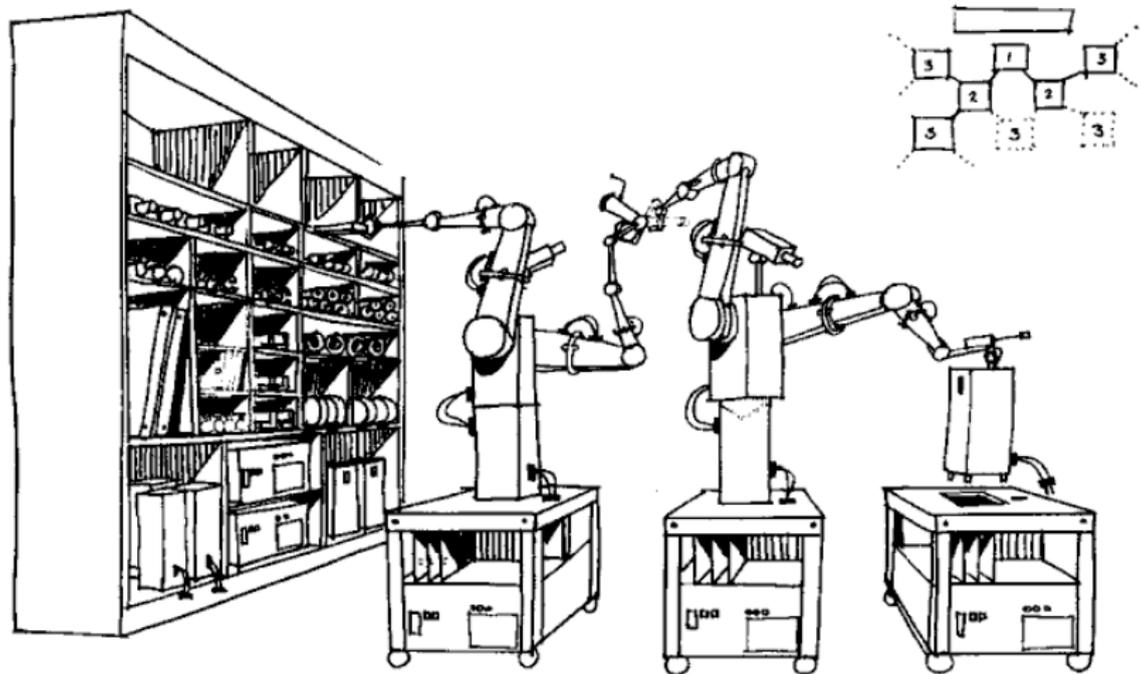
Nicolas Ollinger

LIFO, Université d'Orléans

Conférences de rentrée, ÉNS de Cachan — 13/09/2011



Théorie des machines autorépliquatives

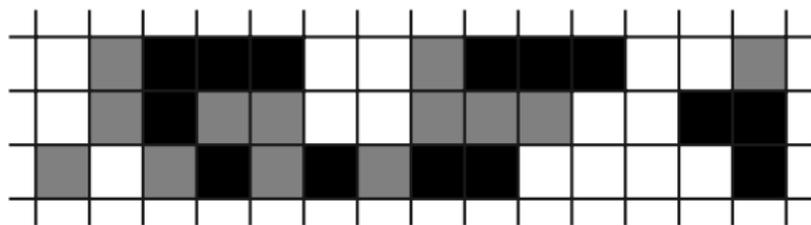


Les **automates cellulaires** émergent à la fin des années 40 des travaux d'Ulam et von Neumann.

Automates cellulaires

Un **automate cellulaire** est un système dynamique discret.

L'**espace** est discret et consiste en une grille régulière infinie de cellules. Chaque cellule est décrite par un **état** appartenant à un **ensemble fini d'états** commun.



Le **temps** est discret. À chaque top d'horloge, les cellules changent d'état de manière **déterministe**, **synchrone** et **uniforme**, selon une **règle locale de transition** commune.

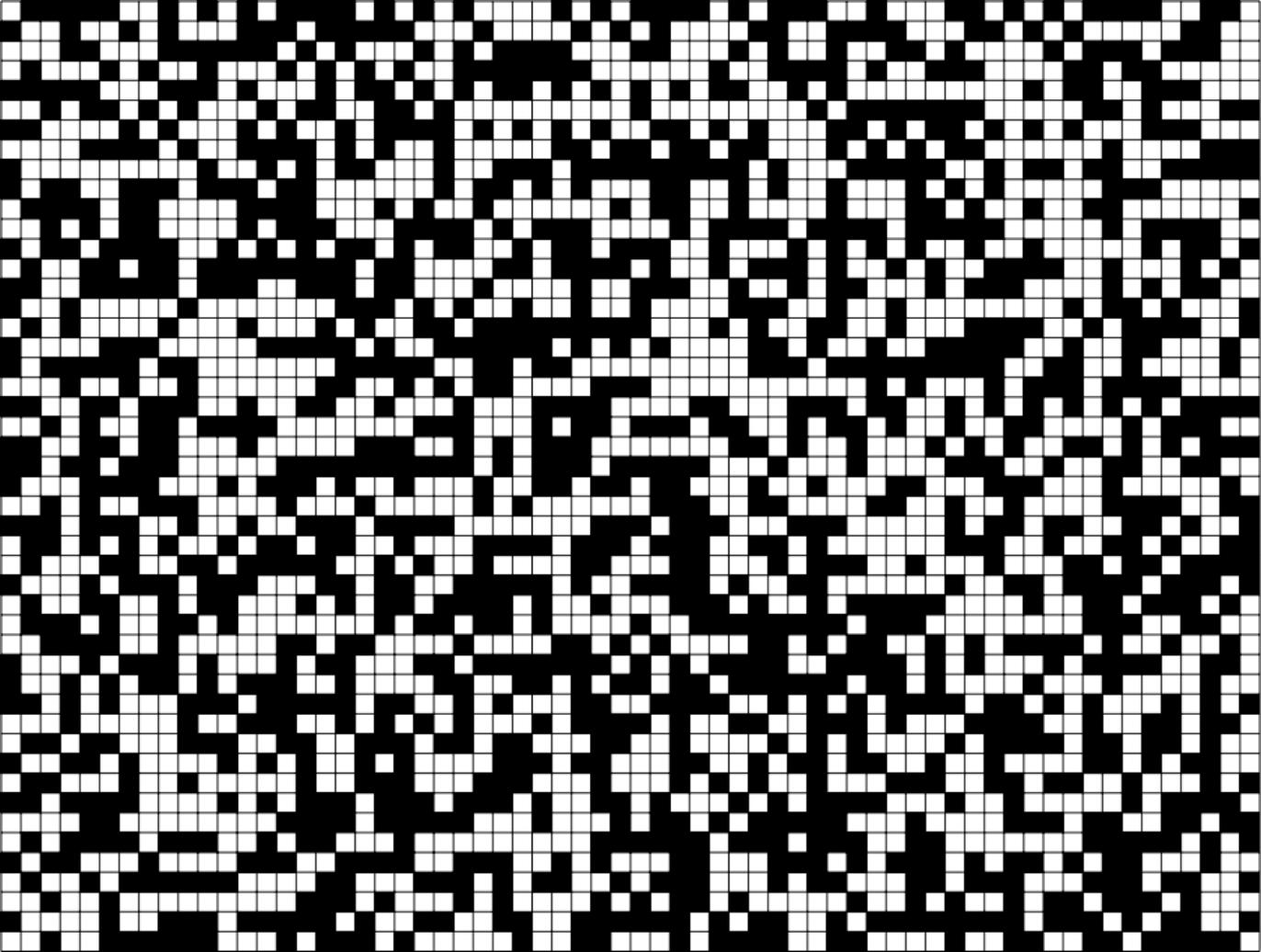
Le jeu de la vie de Conway

Le **jeu de la vie** est un AC inventé par Conway en 1970.

L'**espace** est une grille infinie de cellules **mortes** ou **vivantes**.

La **règle locale de transition** compte le nombre de cellules voisines vivantes parmi les huit qui entourent la cellule :

- **exactement trois** voisines vivantes font **naître** une cellule ;
- **moins de deux** voisines vivantes font mourir d'**isolement** ;
- **plus de trois** voisines vivantes font mourir d'**étouffement** ;
- dans les autres cas, la cellule conserve son état.





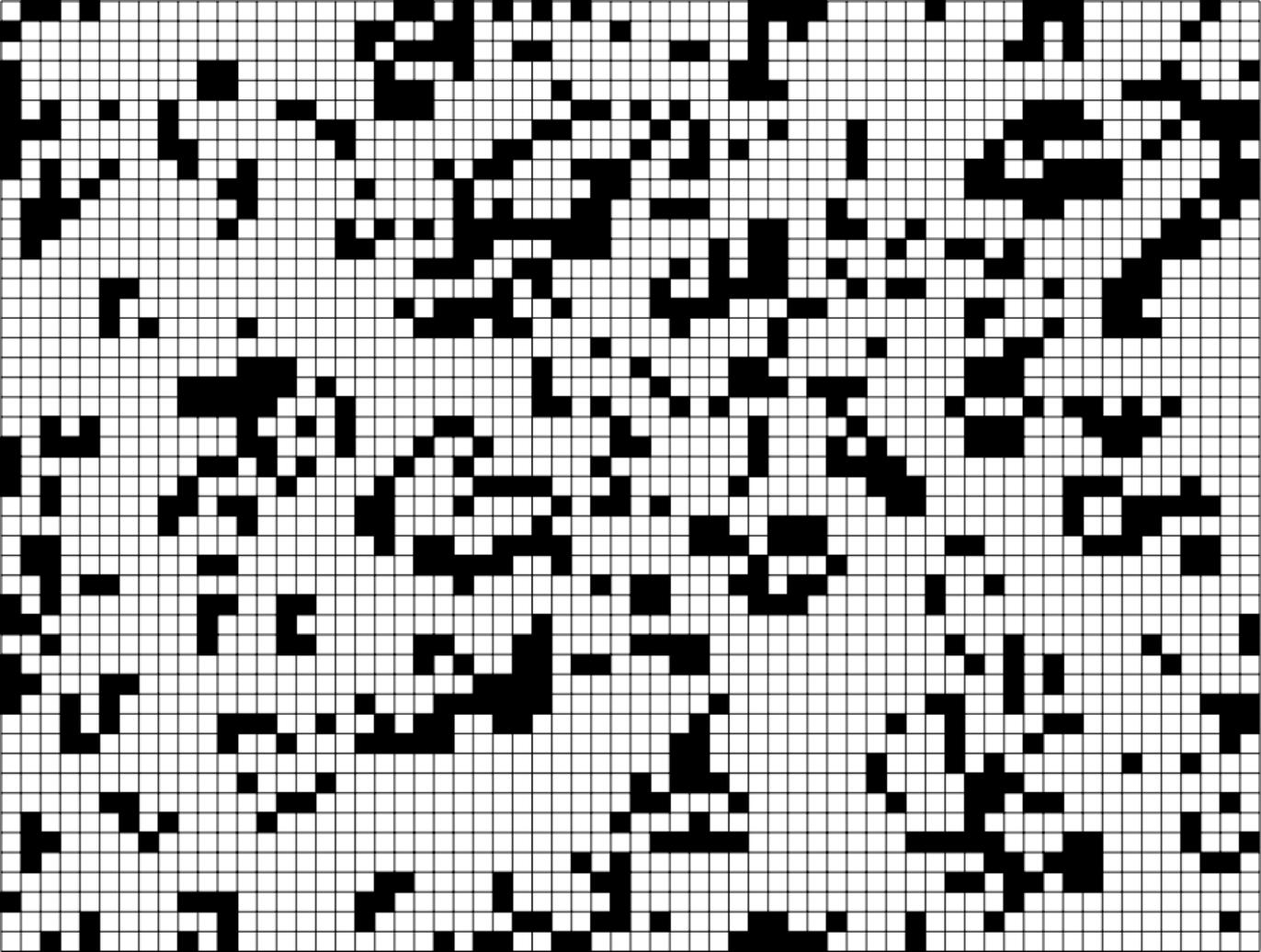


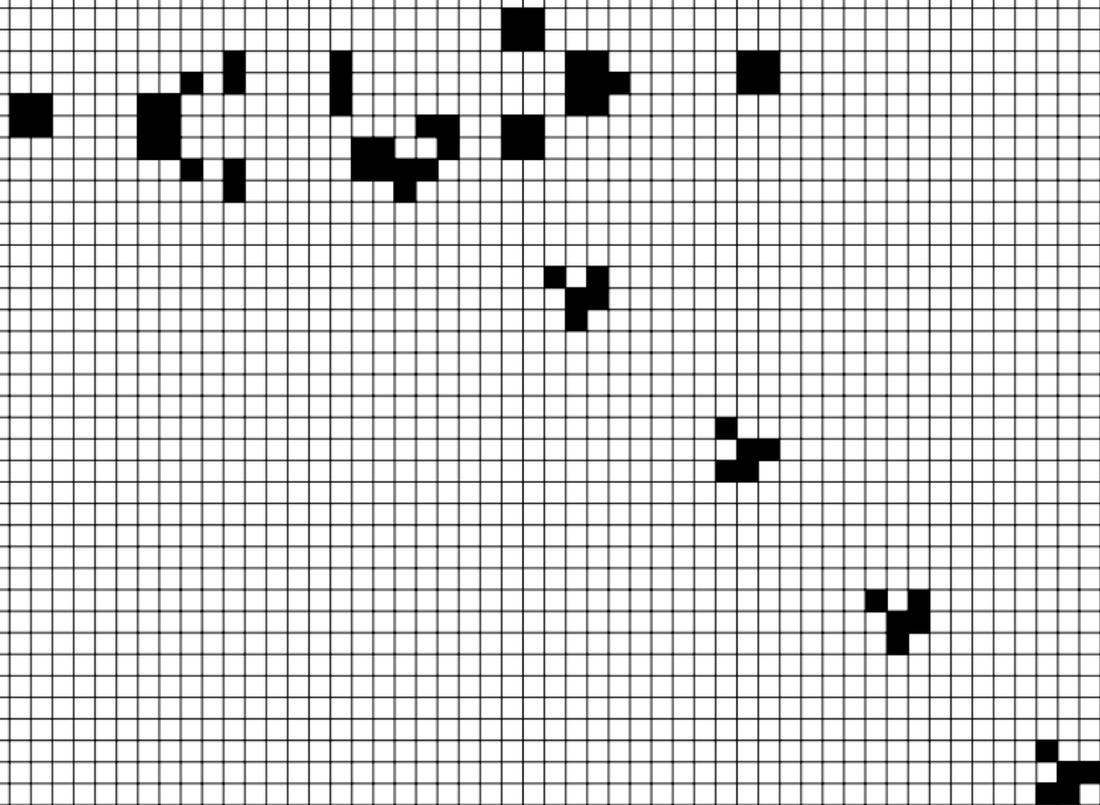


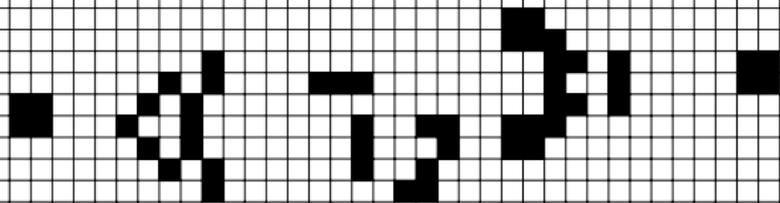


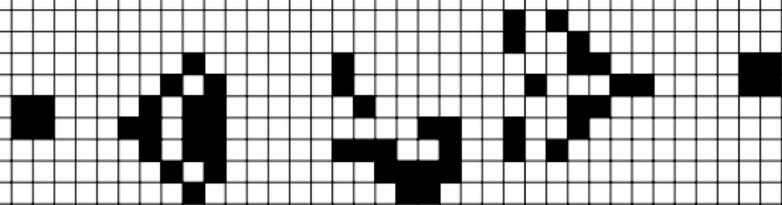


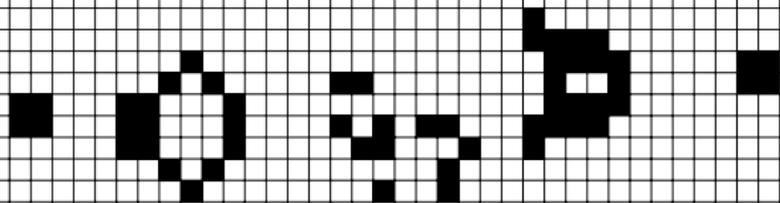


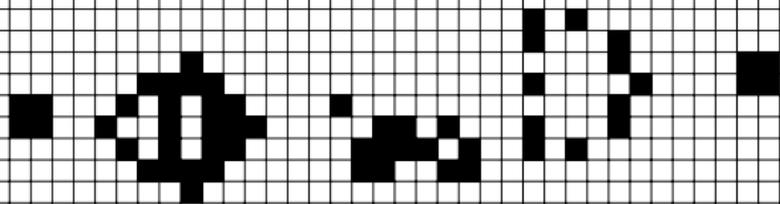


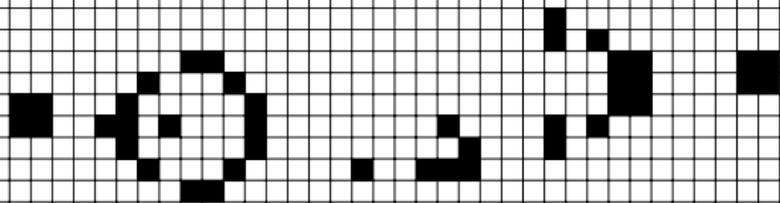


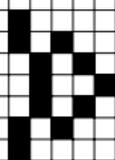
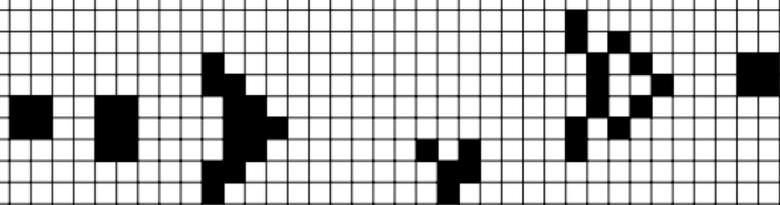


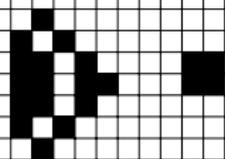
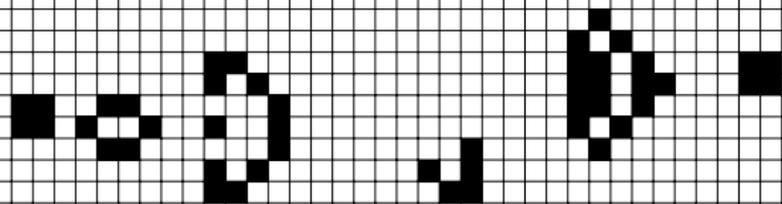






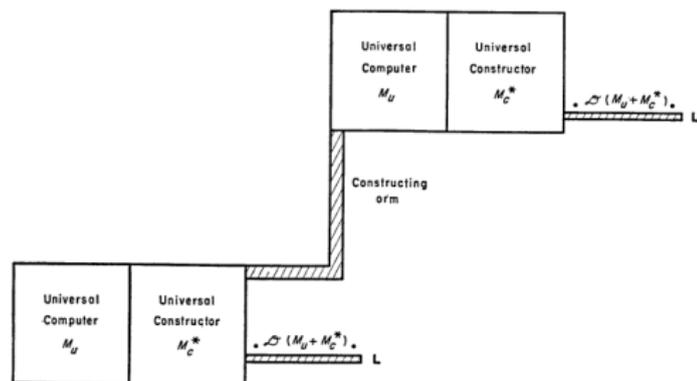






L'AC autoréplicateur de von Neumann

Un AC à **29 states** et voisinage de **von Neumann** réalisant signaux et capacité de construction/destruction.

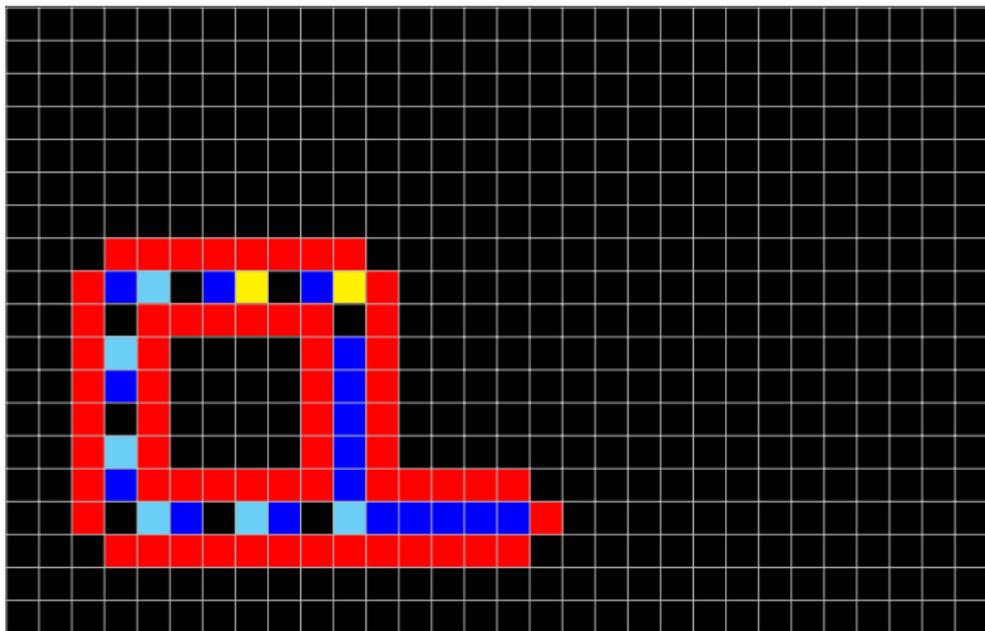


Autorépliquant par calculateur universel + constructeur universel.

Class	Name	Symbol	Number	Summary of transition rule
Ordinary	Unexcitable	U	1	Direct process changes U into sensitized states and then into T_{exc} or C_{ex} . Reverse process kills T_{exc} or C_{ex} into U.
	Confluent	C_{ex}	4	Receives conjunctively from T_{exc} directed toward it; emits with double delay to all T_{exc} , not directed toward it. Killed to U by T_{exc} directed toward it; killing dominates reception.
	Transmission (T_{exc})	T_{exc}	8	Receives disjunctively from T_{exc} directed toward it and from C_{ex} ; emits in output direction with single delay (a) to T_{exc} not directed toward it and to C_{ex} (b) to U or sensitized states by direct process (c) to kill T_{exc} by reverse process. Killed to U by T_{exc} directed toward it; killing dominates reception.
T_{exc}		8	Receives disjunctively from T_{exc} directed toward it and from C_{ex} ; emits in output direction with single delay (a) to T_{exc} not directed toward it (b) to U or sensitized states by direct process (c) to kill T_{exc} or C_{ex} by reverse process. Killed to U by T_{exc} directed toward it; killing dominates reception.	
Special	Sensitized	S_{10} S_{11} S_{12} S_{13} S_{14} S_{15} S_{16} S_{17} S_{18} S_{19}	8	These are intermediary states in the direct process. T_{exc} directed toward U converts it to S_1 . Thereafter, S_2 is followed by (a) S_{21} if some T_{exc} is directed toward the cell (b) S_{22} otherwise, until the direct process terminates in a T_{exc} or C_{ex} . See Figure 10.

(Theory of Self-Reproducing Automata, edited by Burks, 1966)

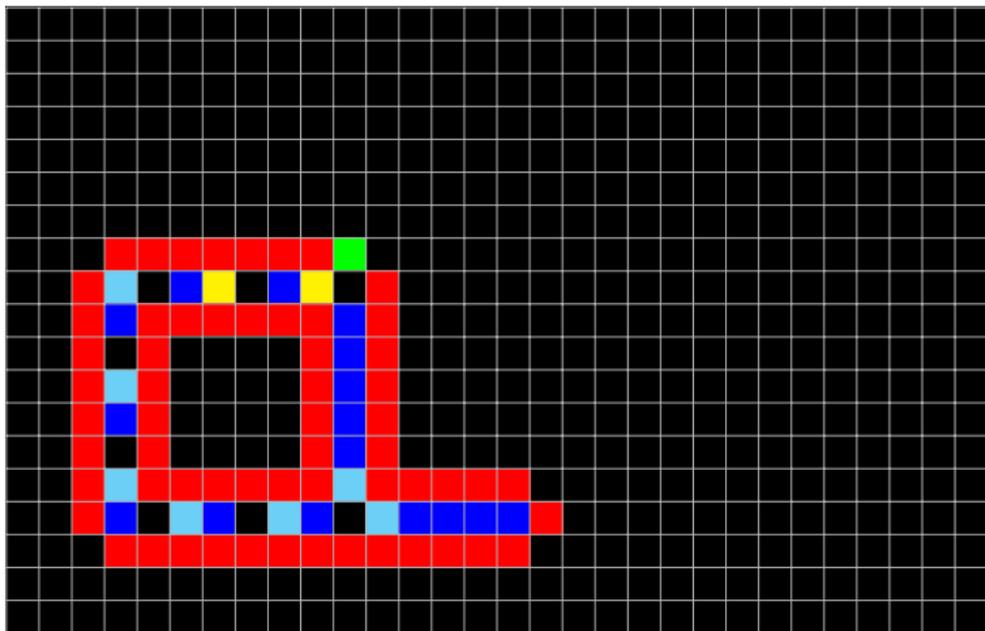
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

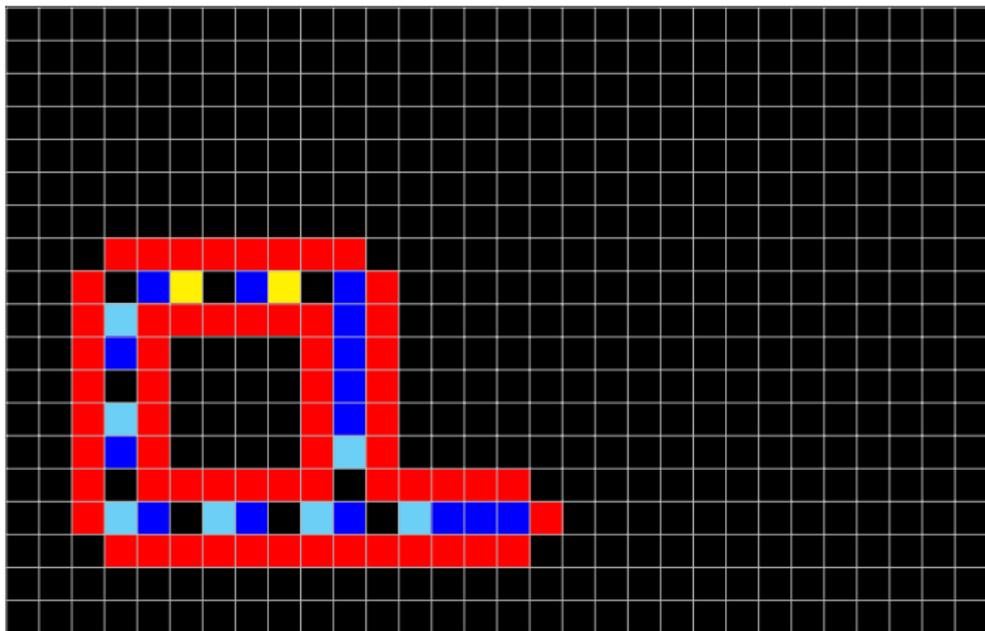
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

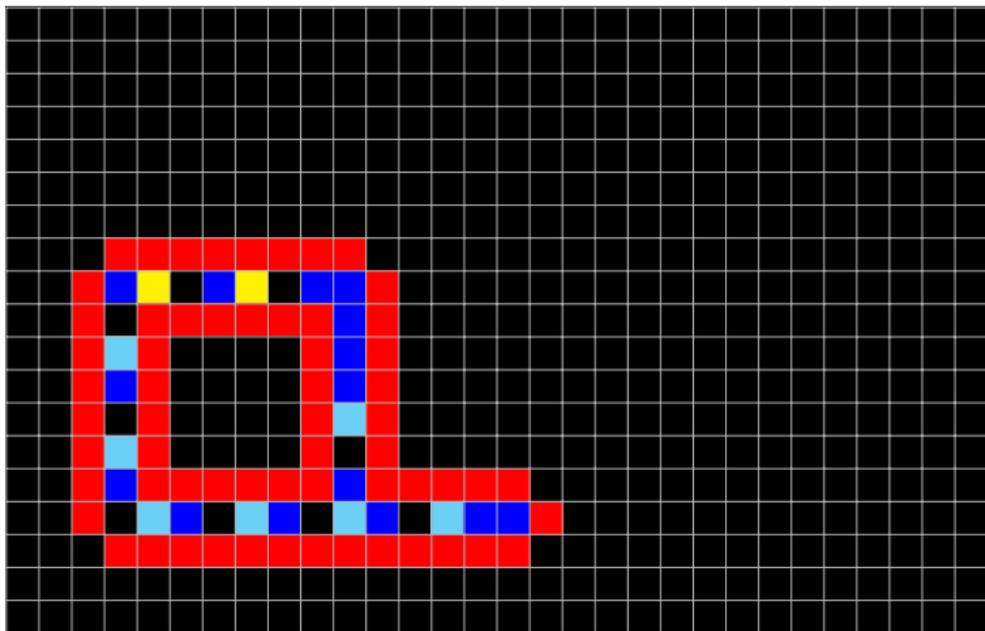
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

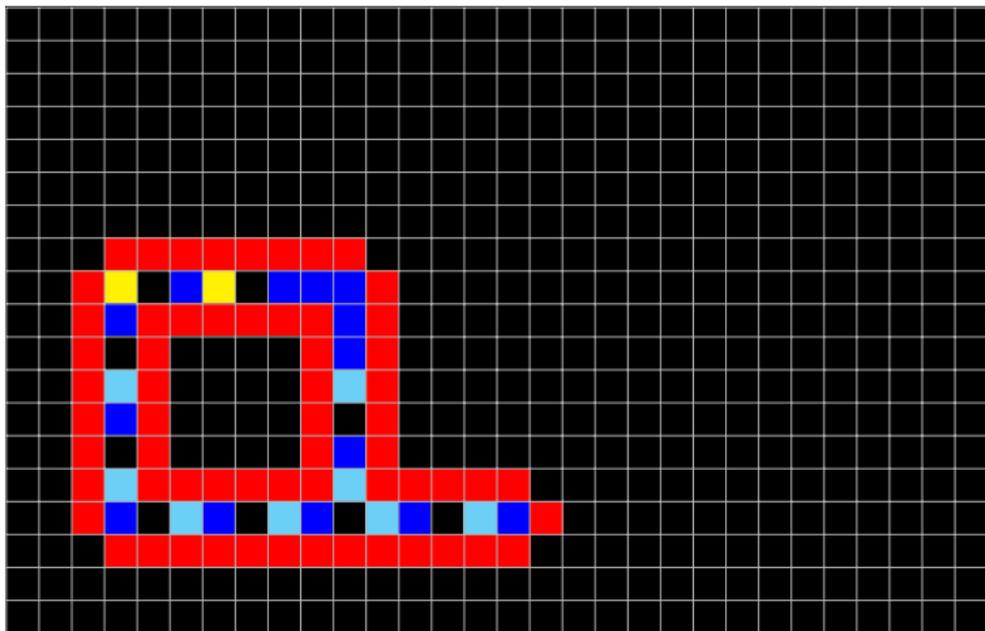
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

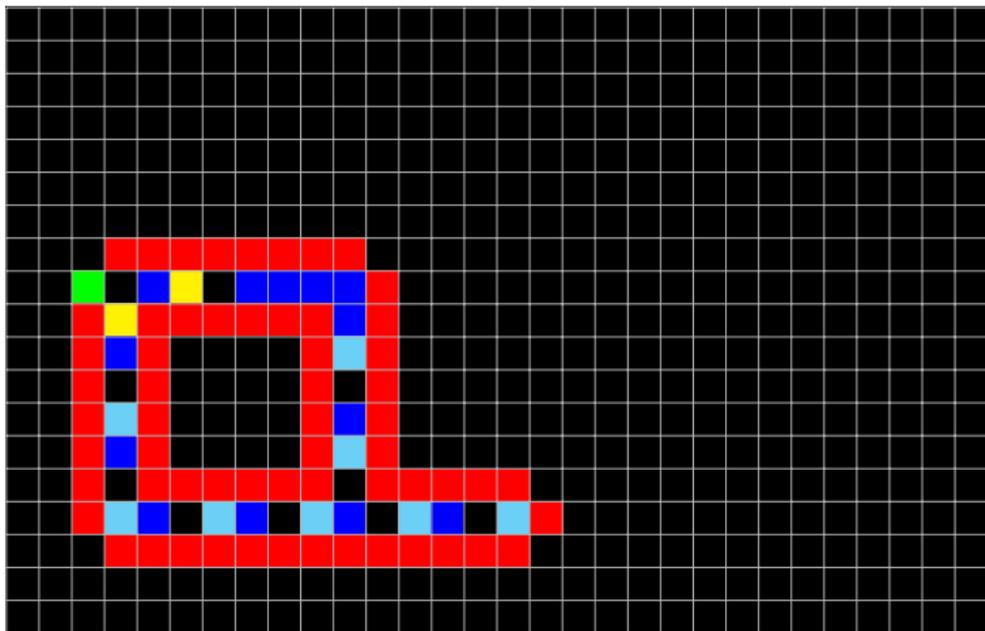
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

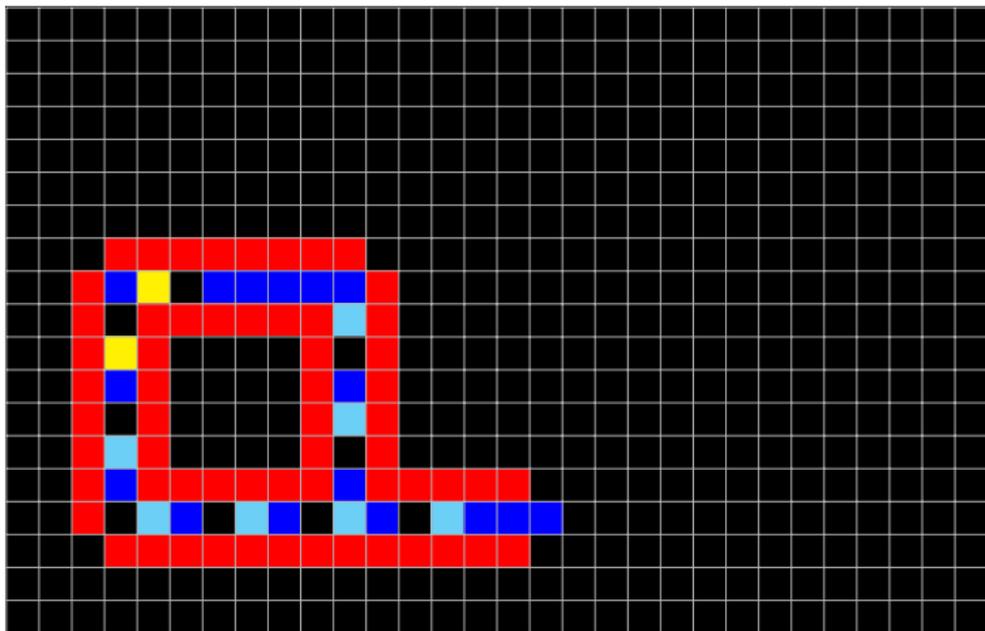
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

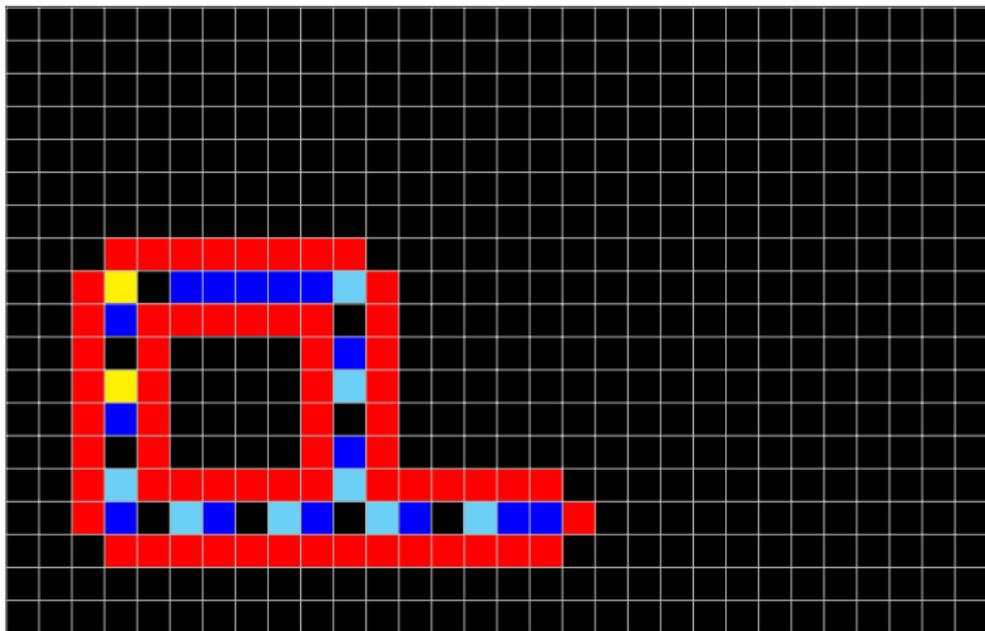
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

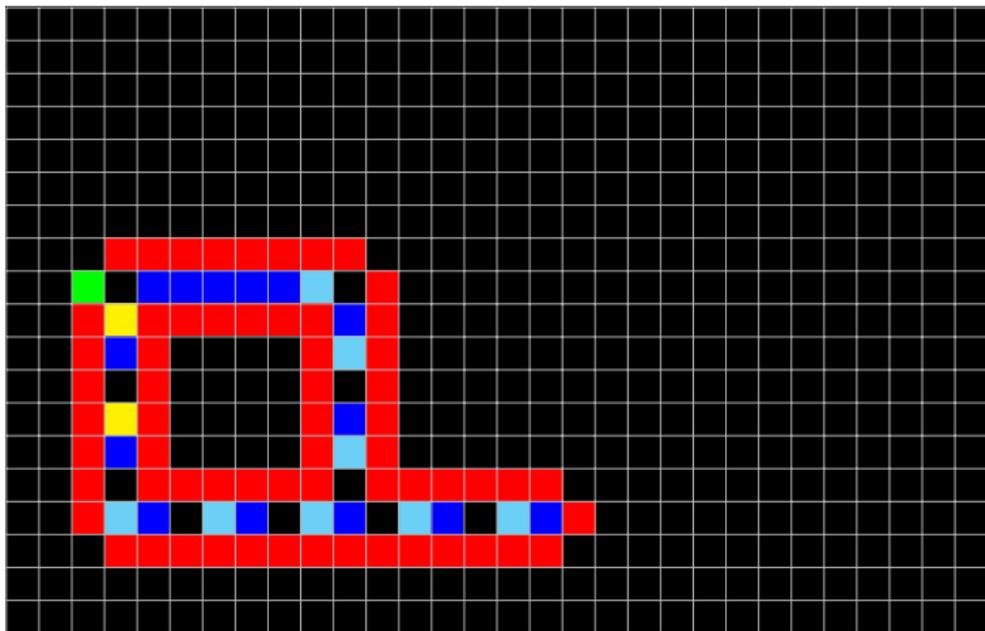
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

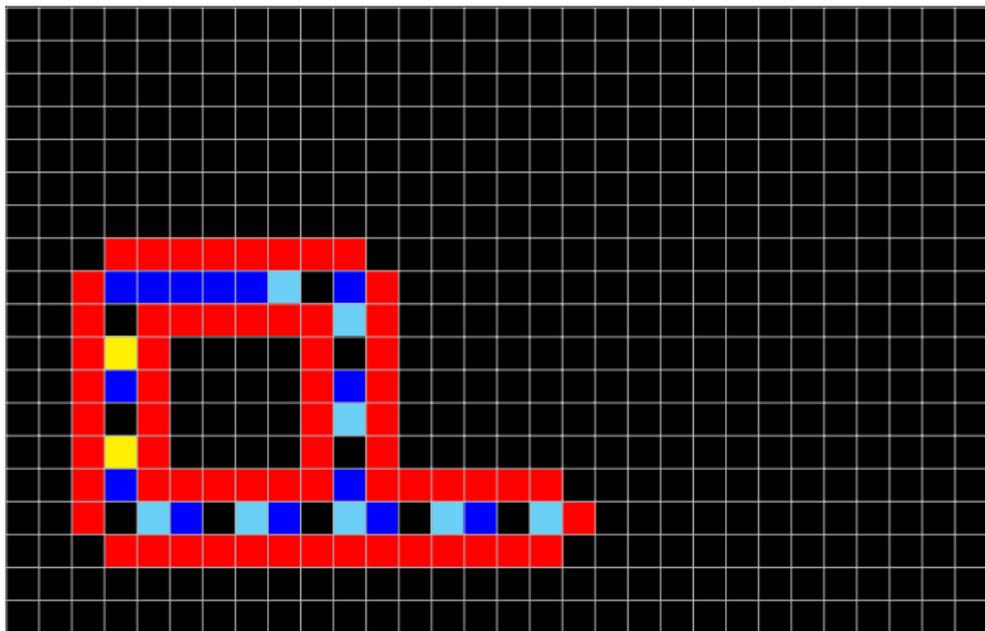
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

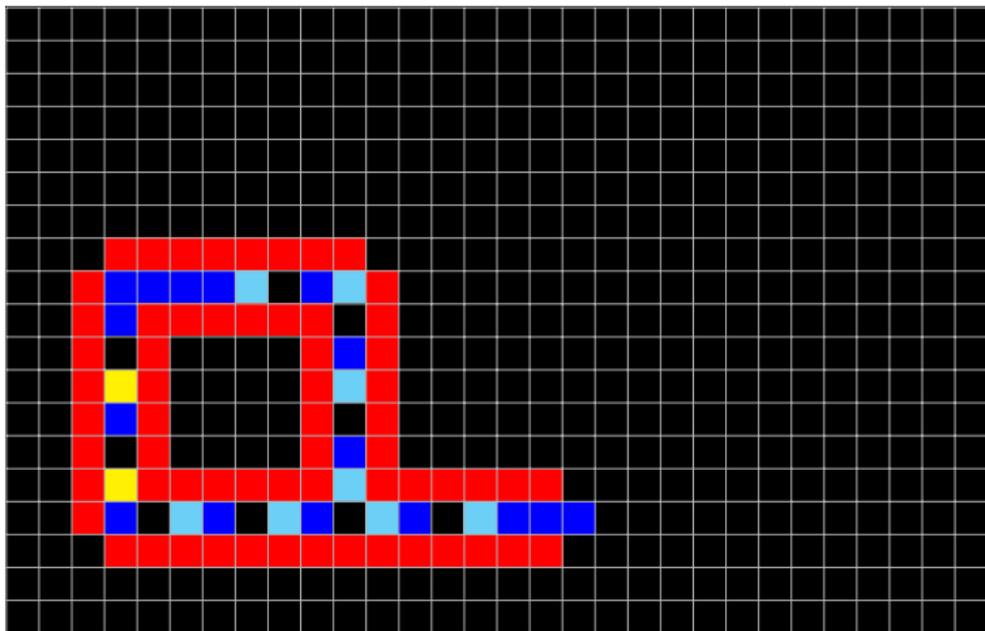
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

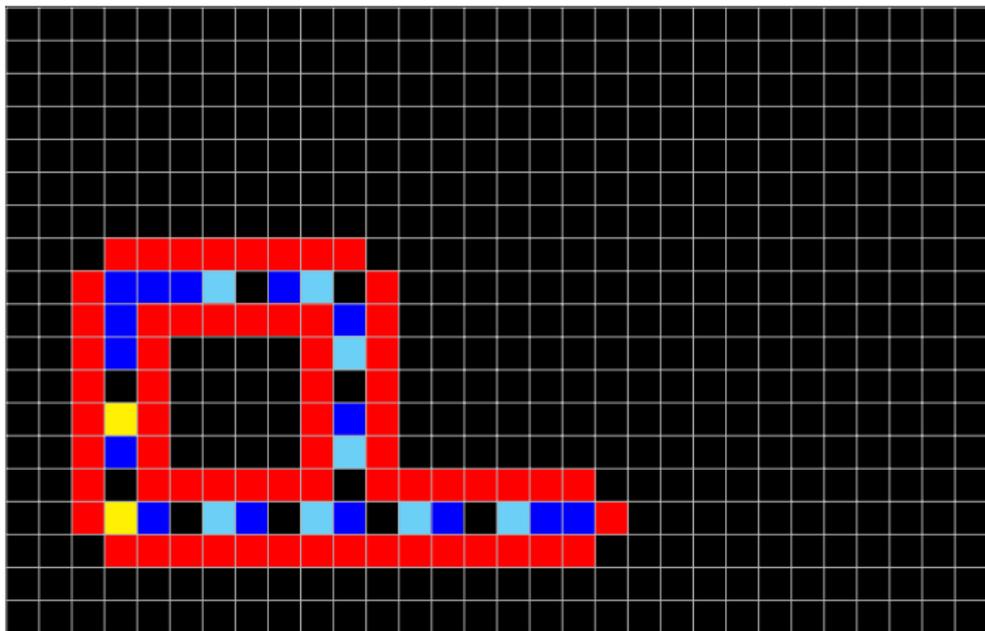
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

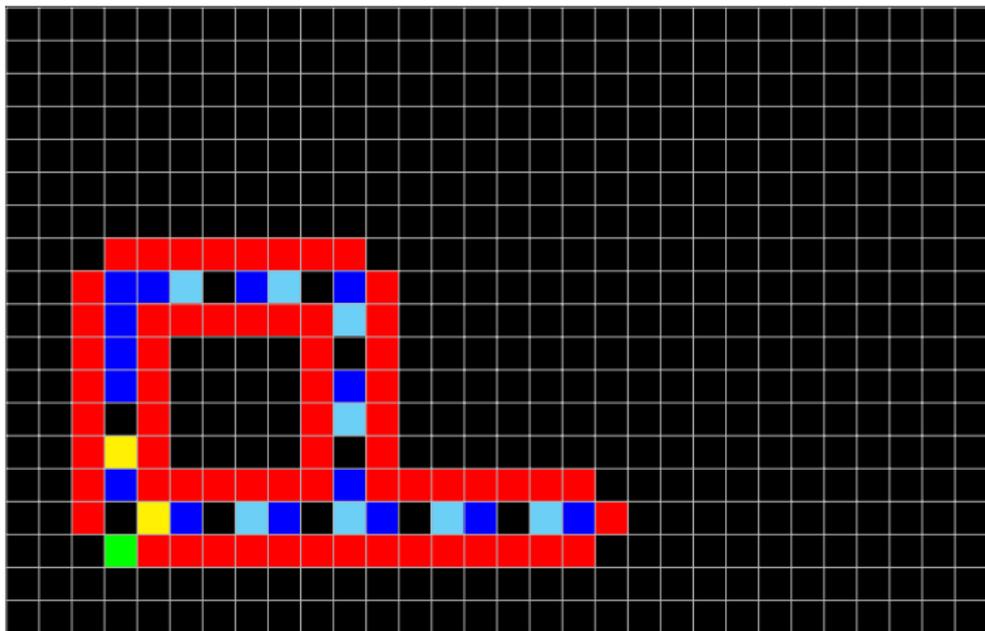
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

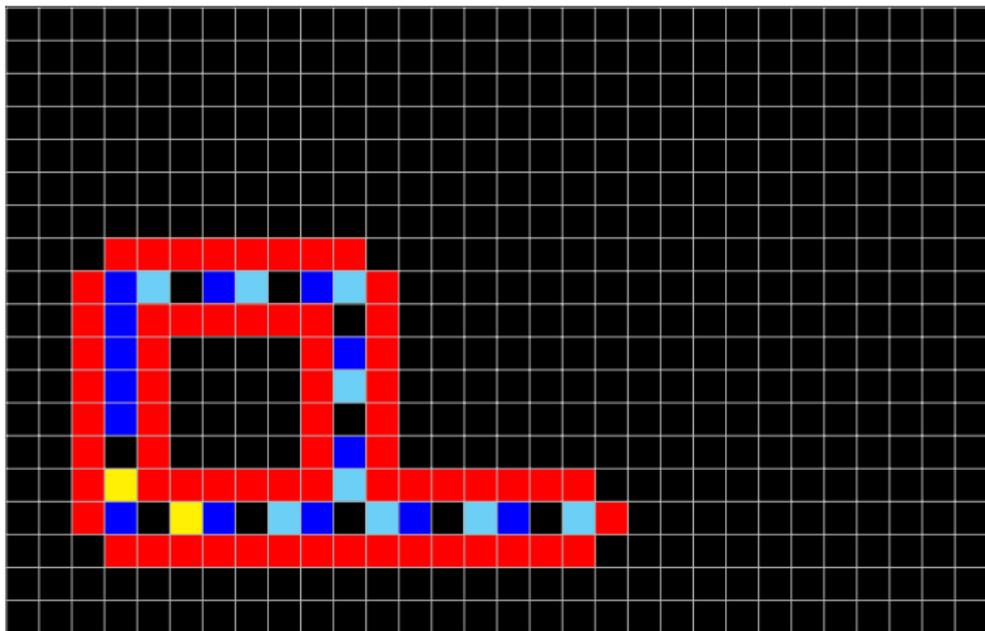
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

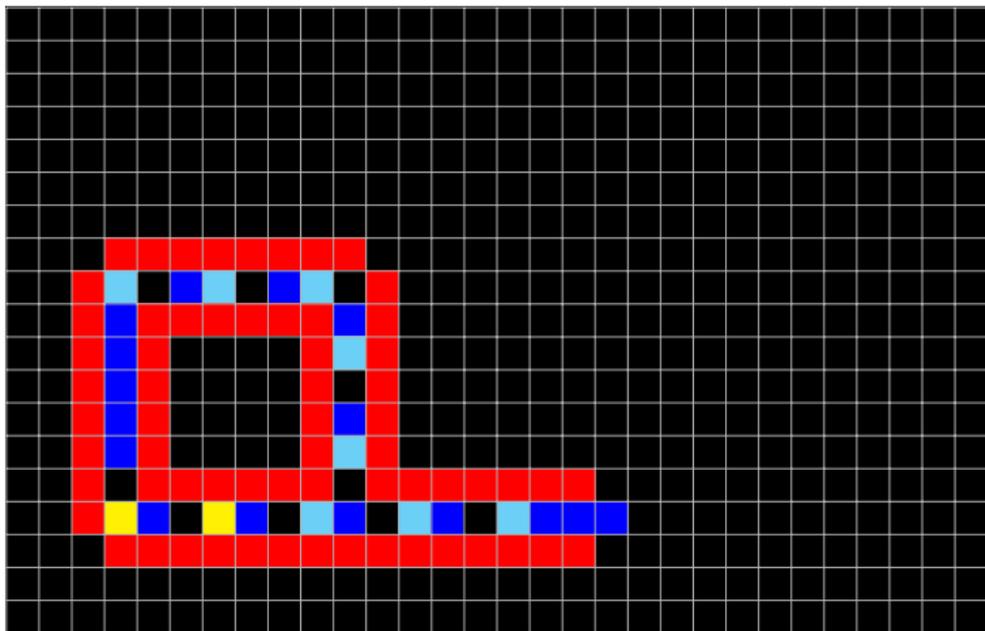
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

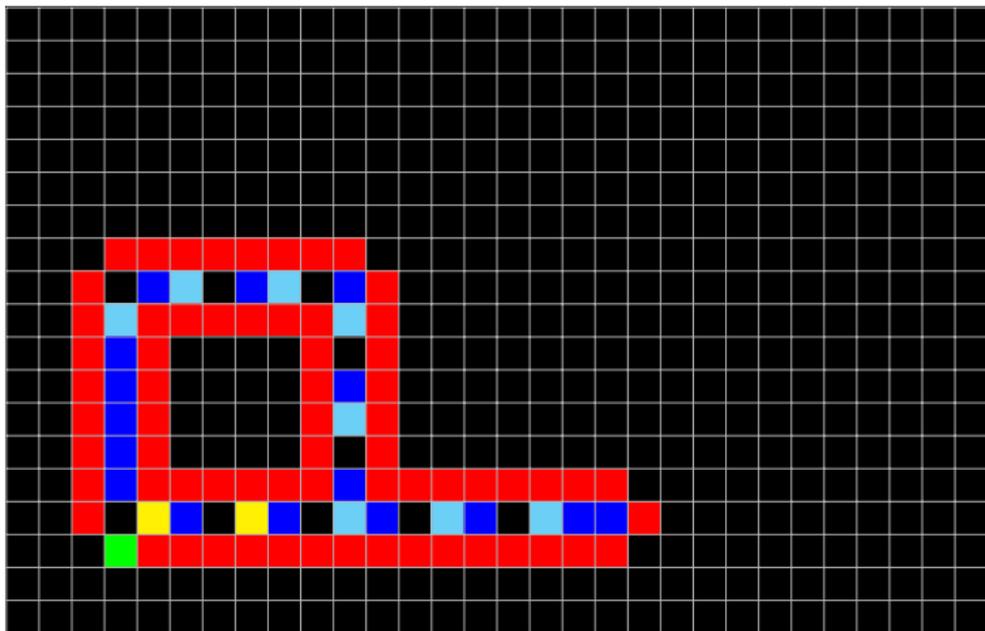
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

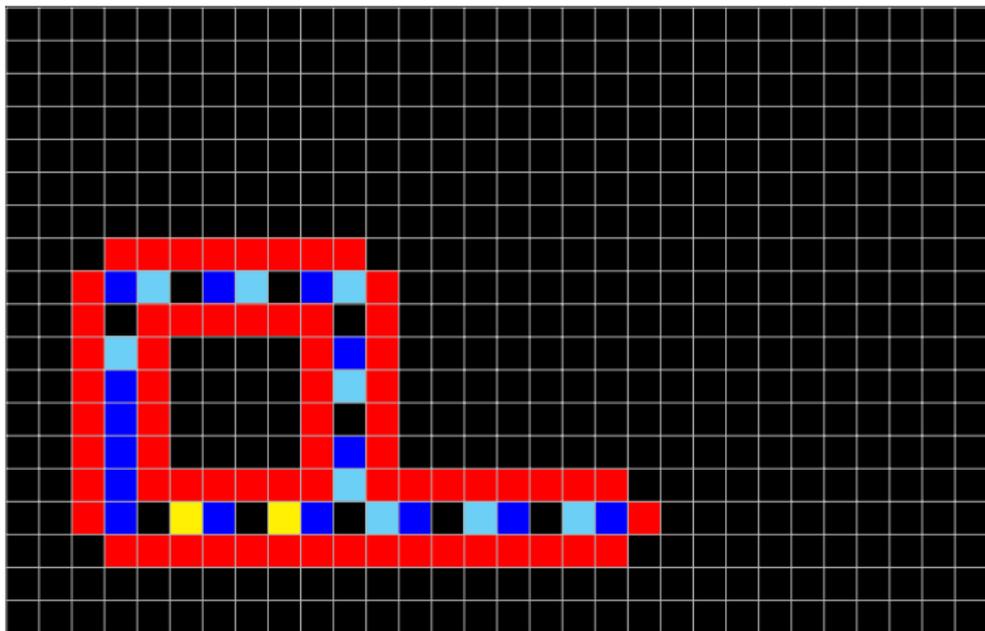
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

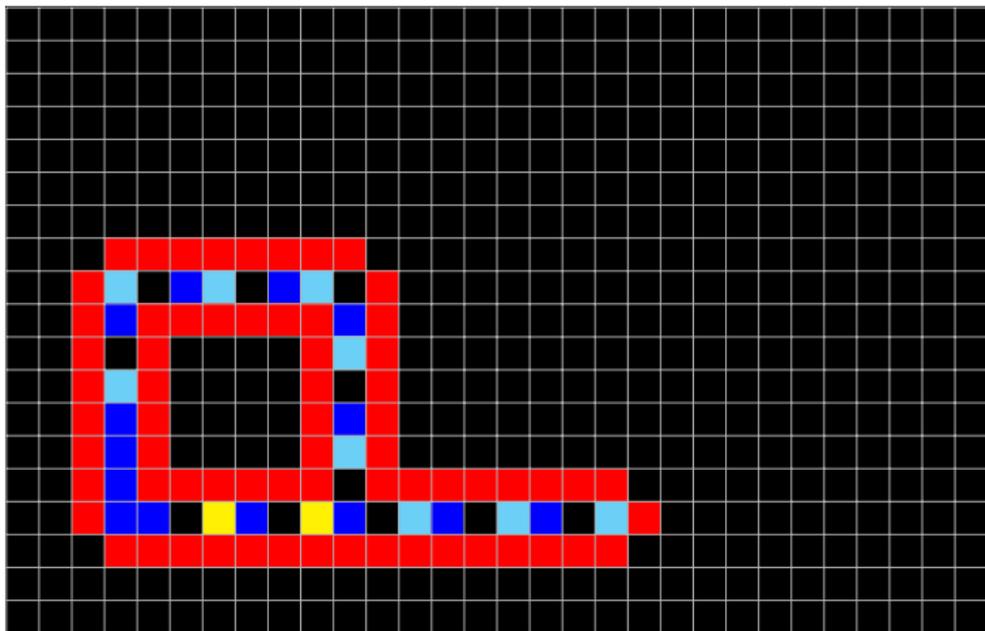
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

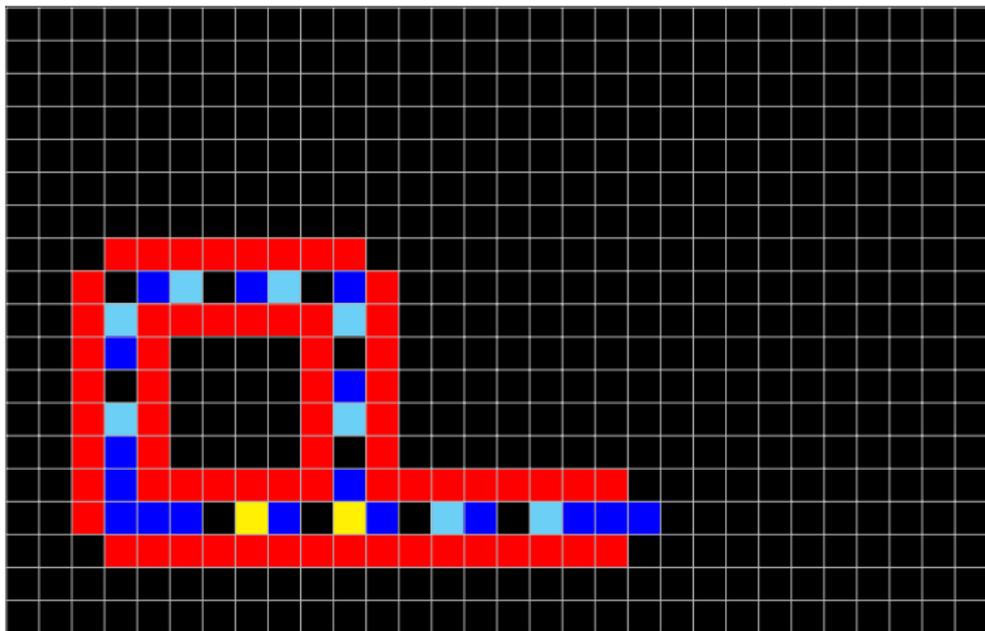
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

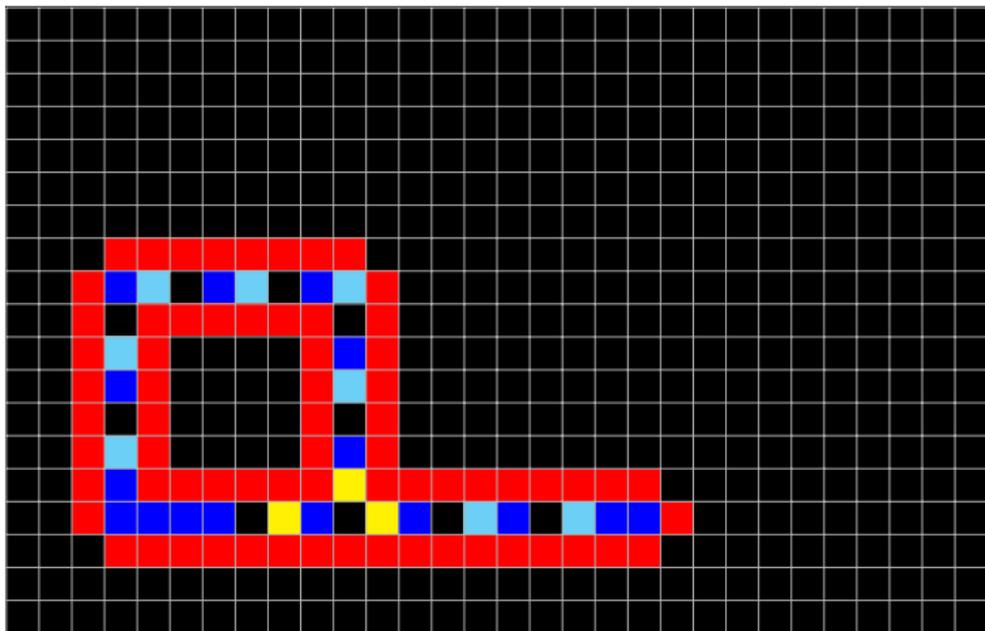
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

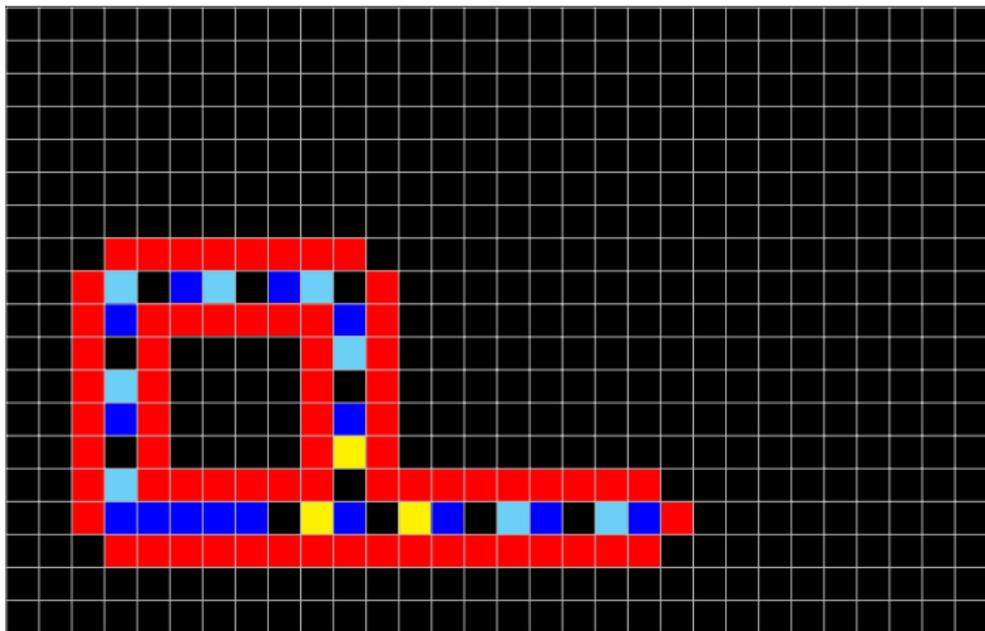
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

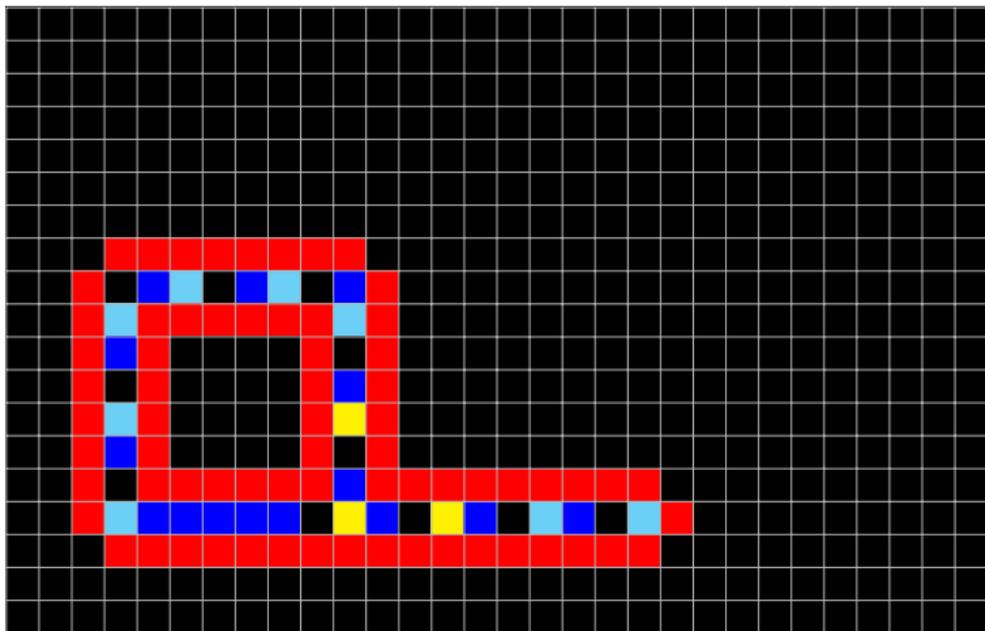
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

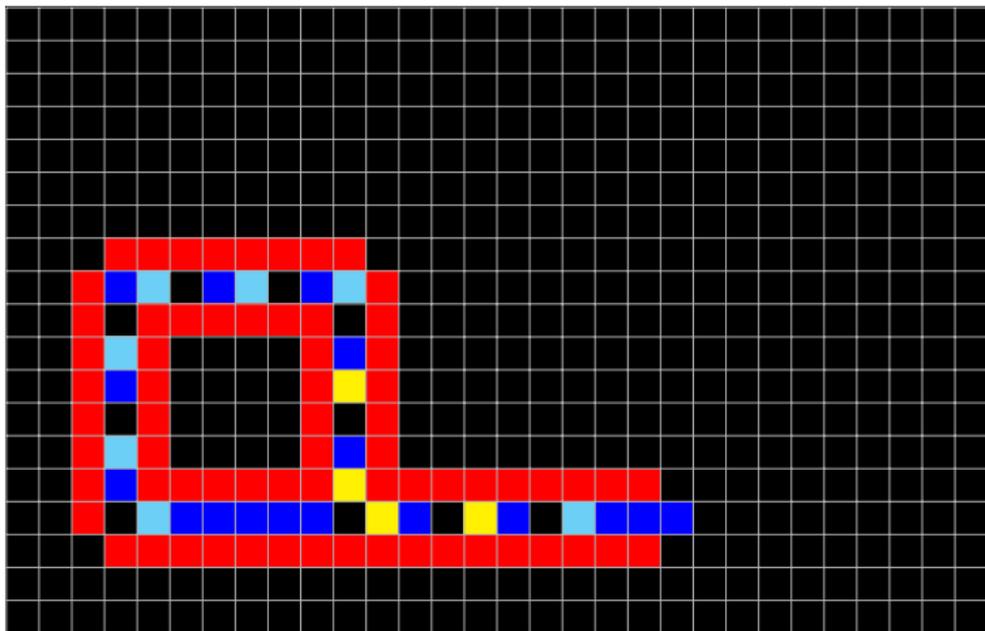
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

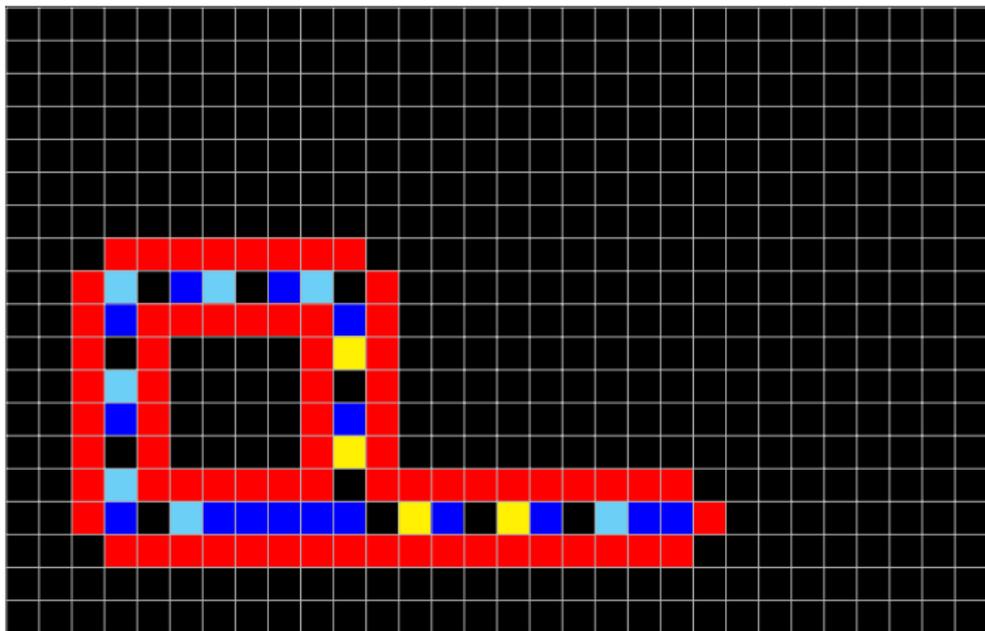
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

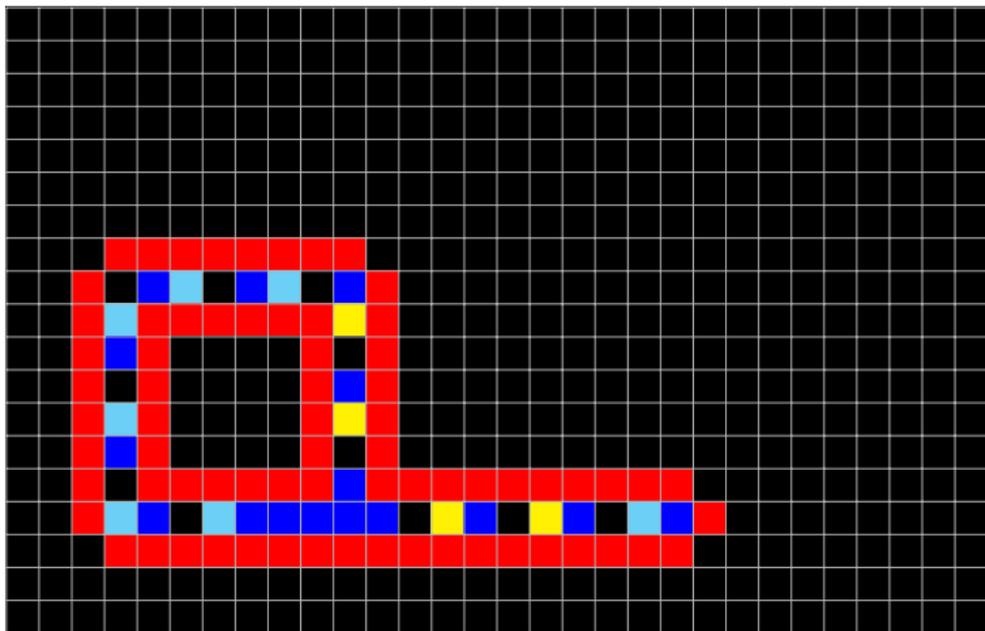
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

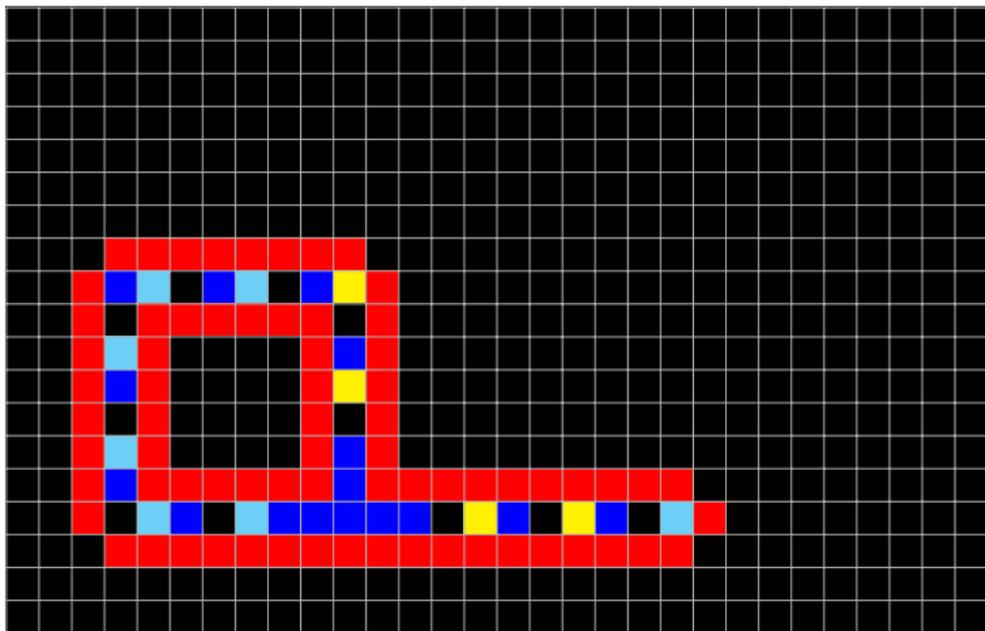
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

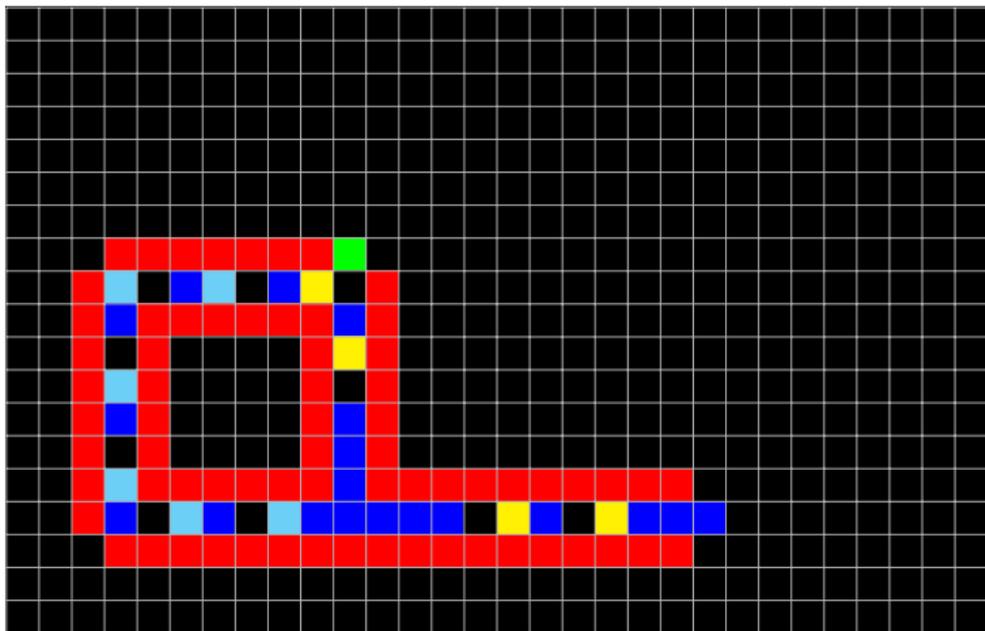
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

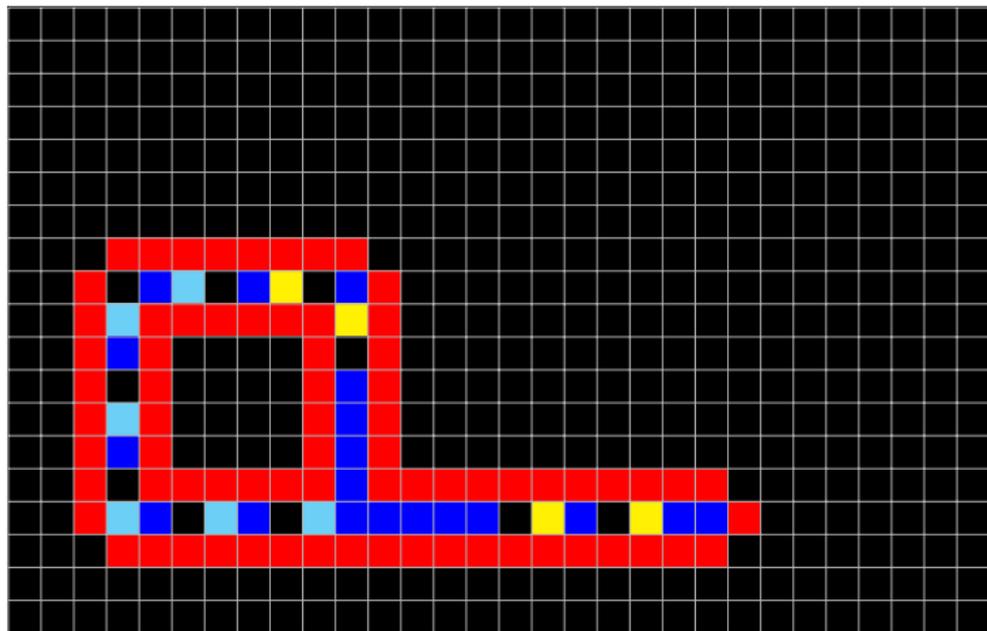
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

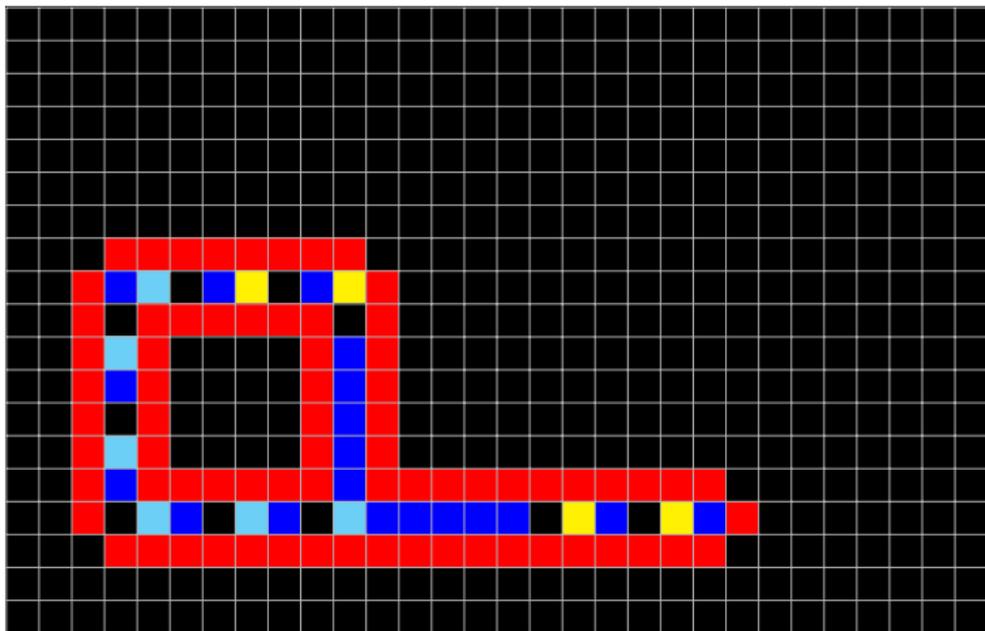
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

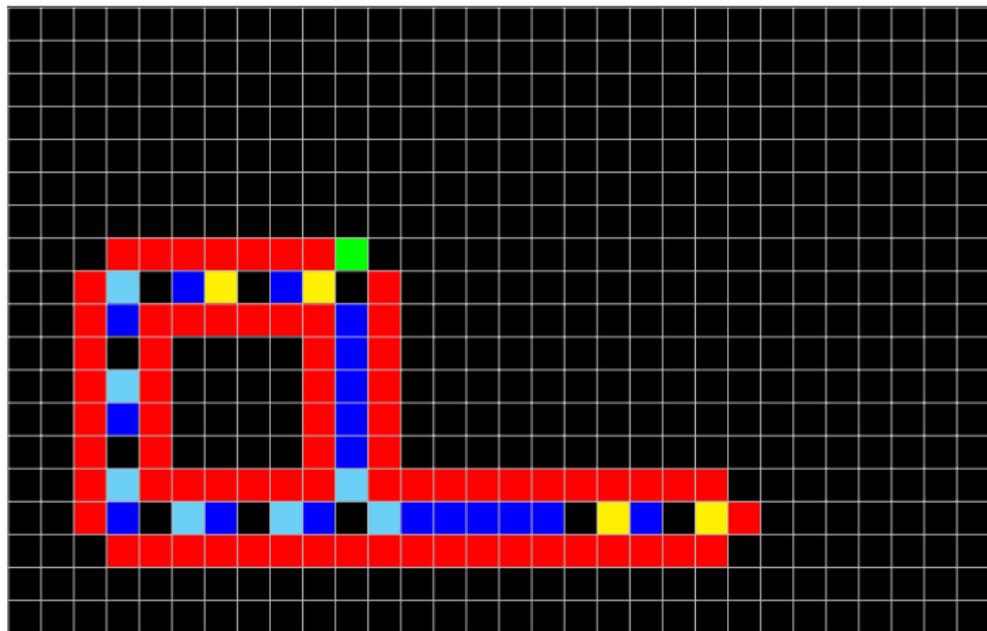
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

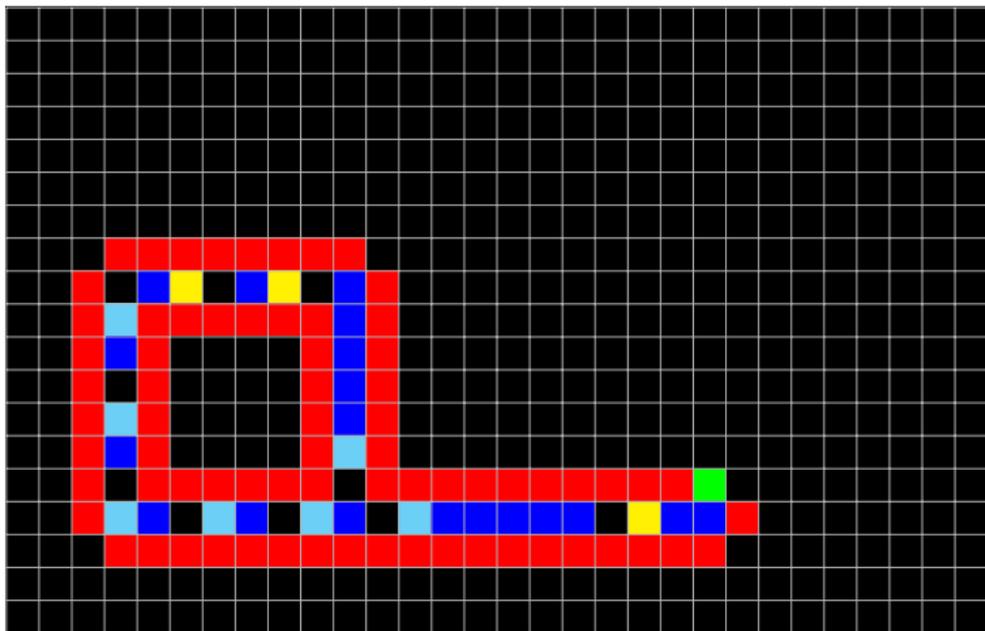
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

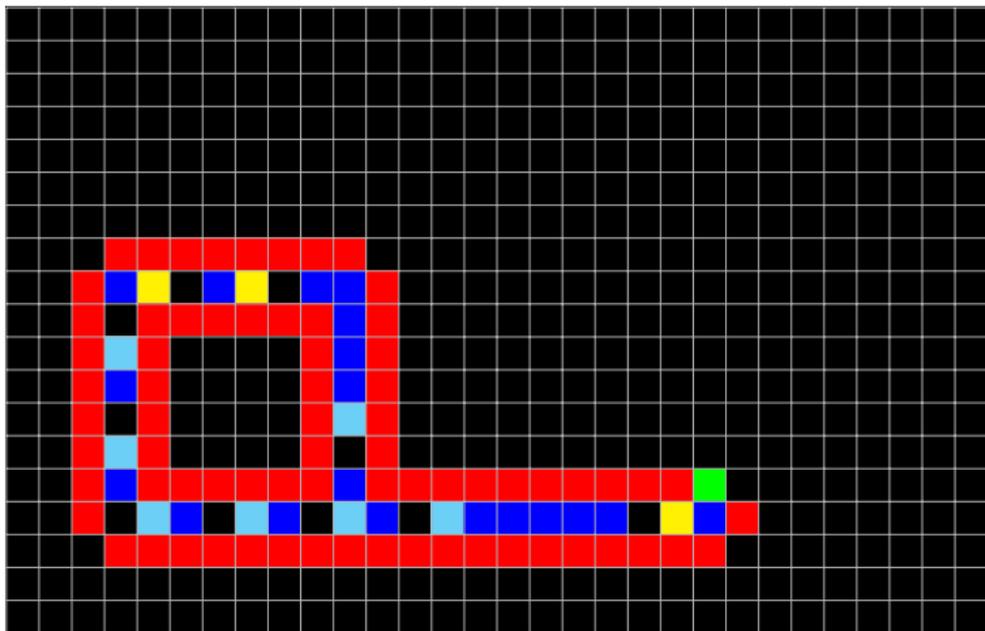
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

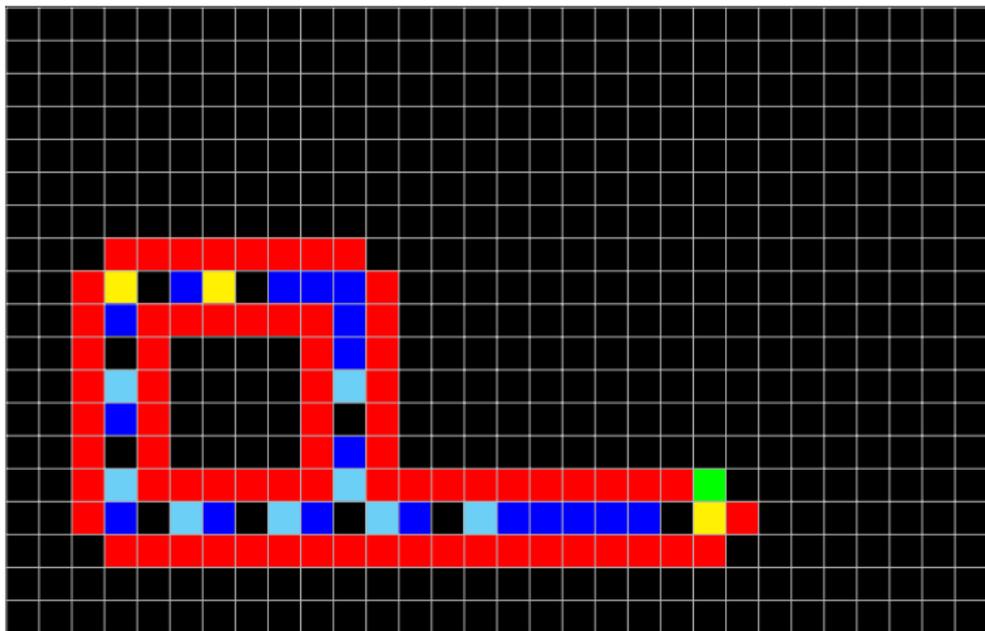
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

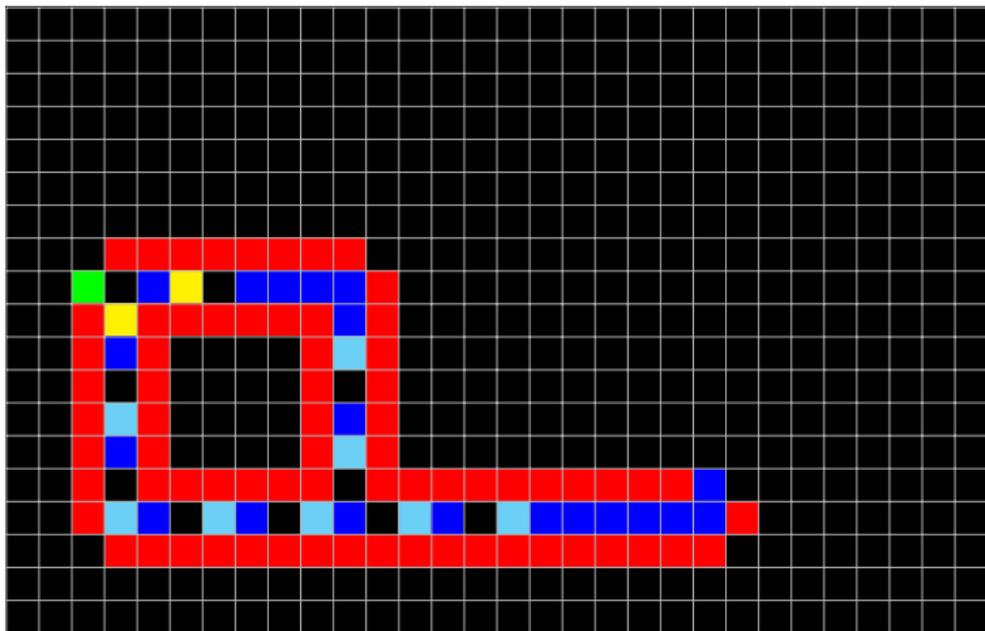
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

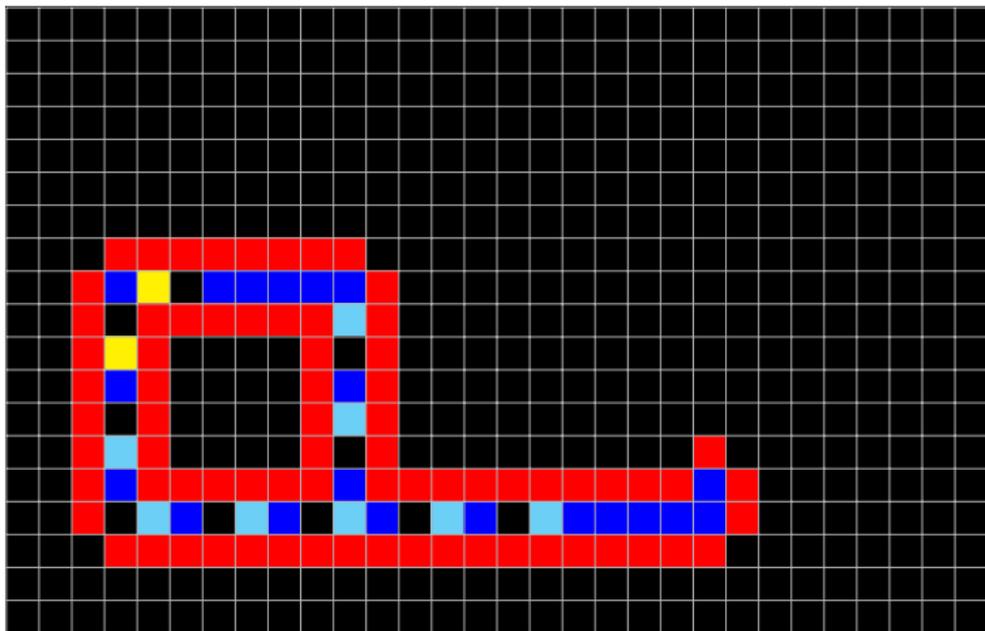
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

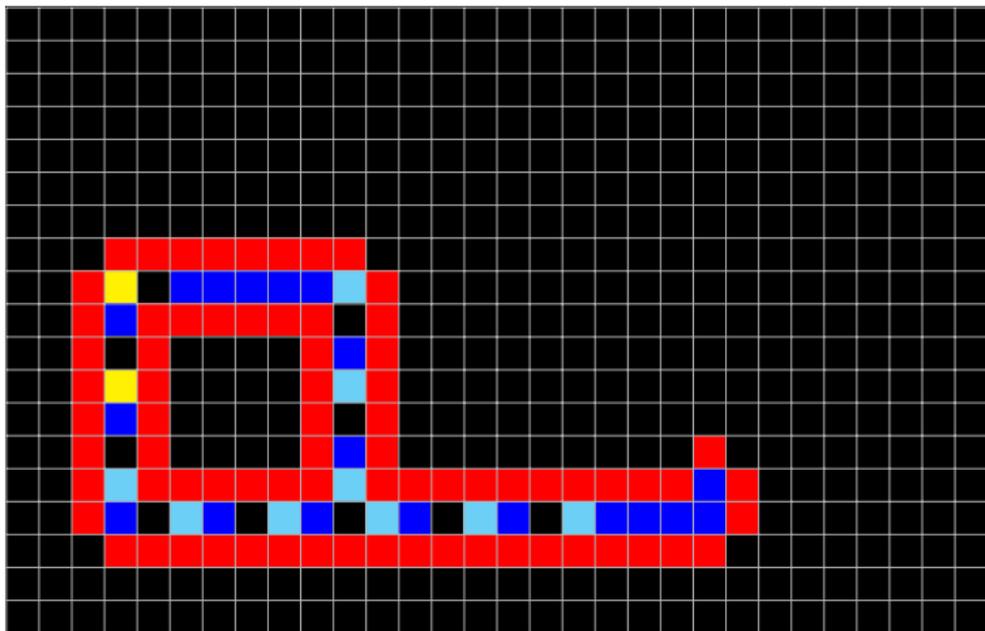
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

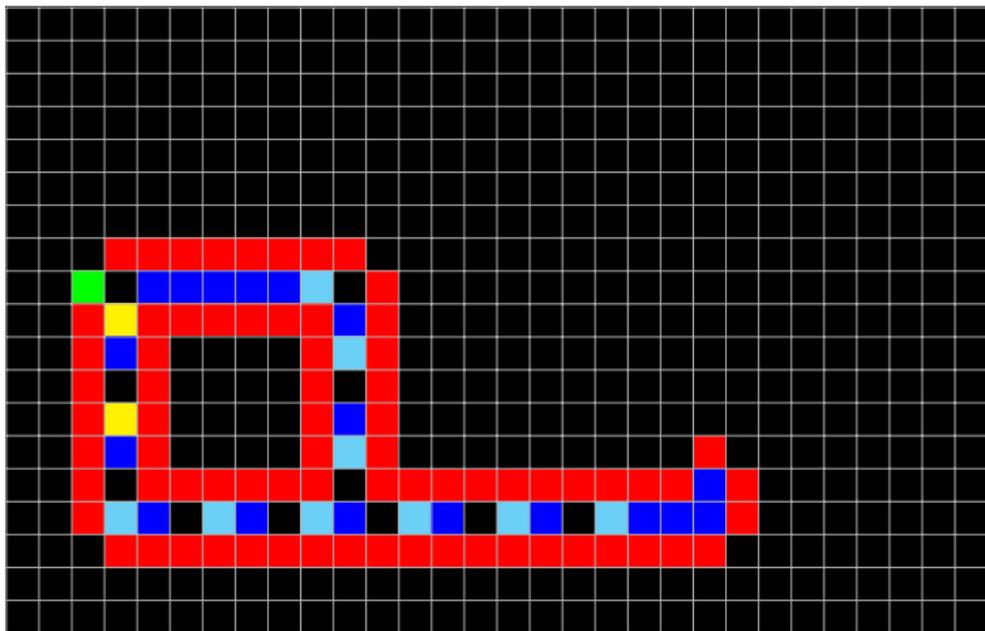
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

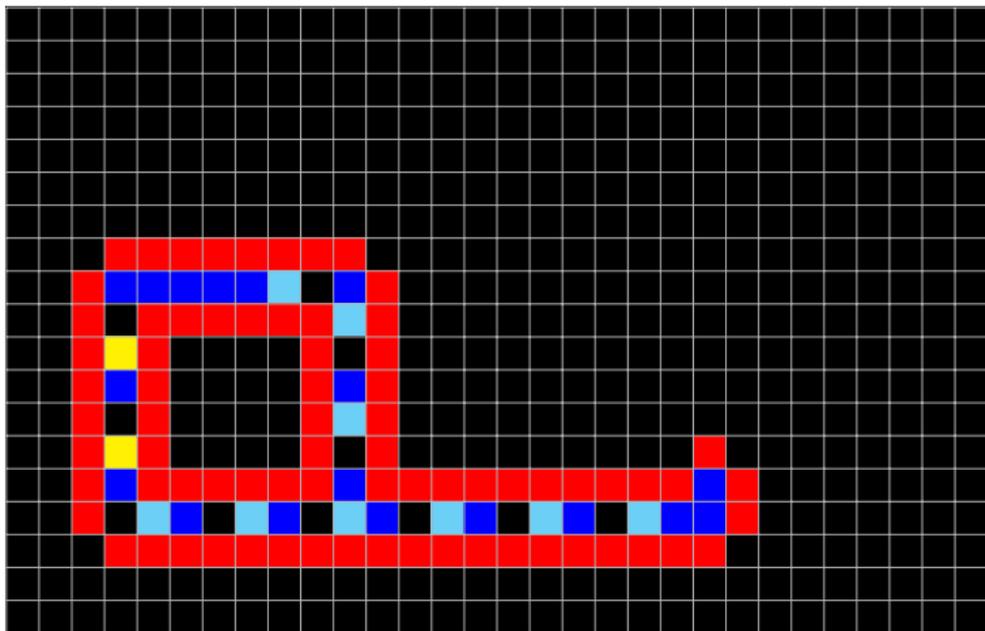
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

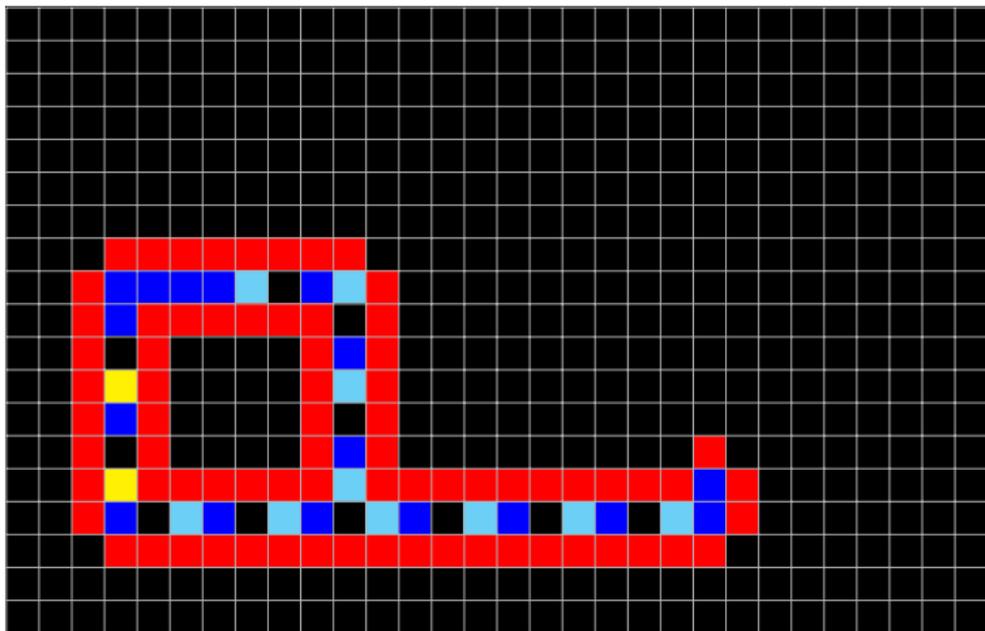
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

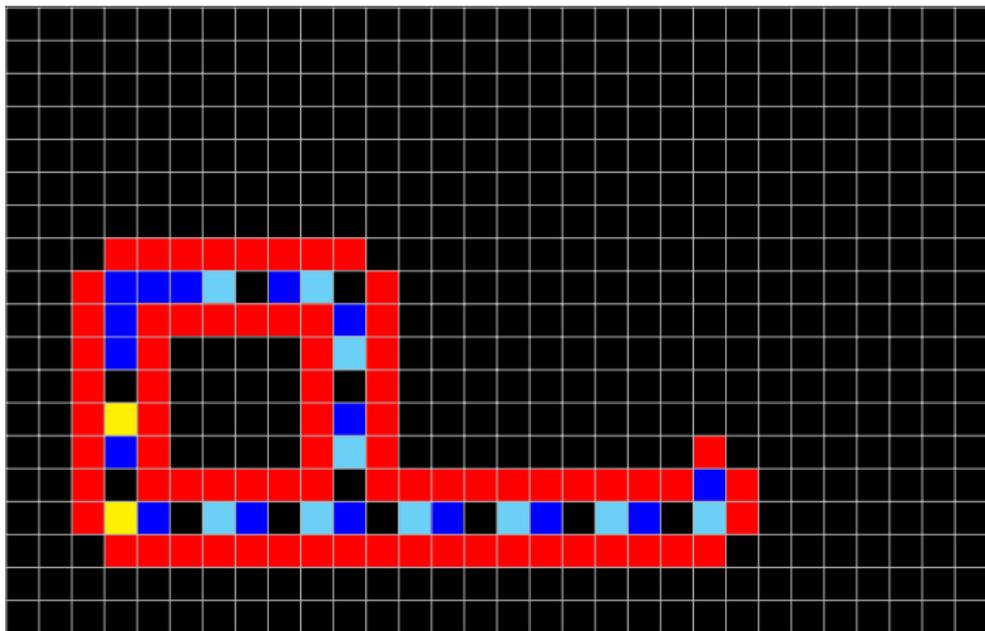
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

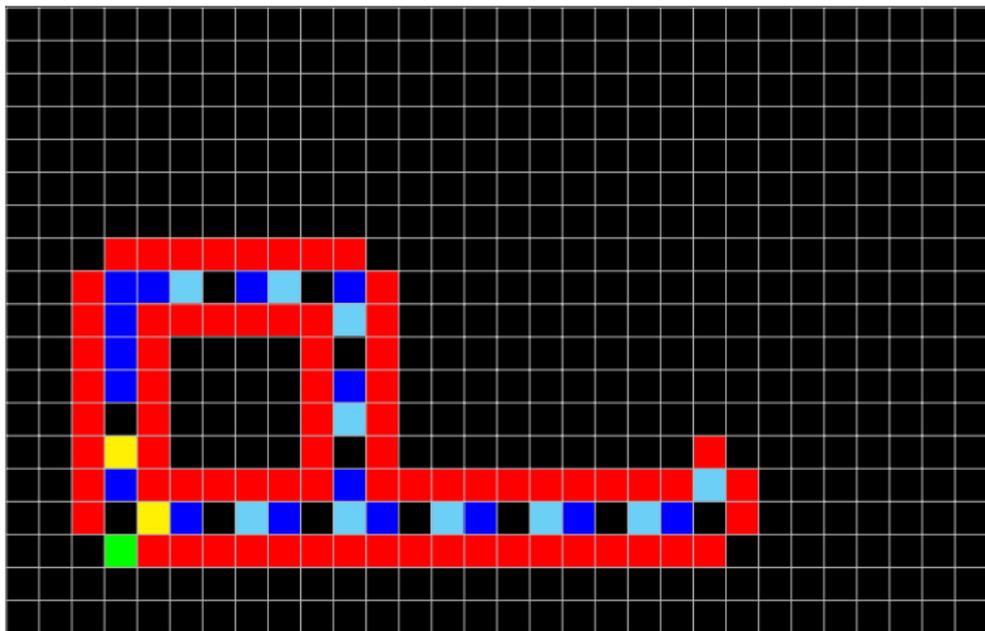
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

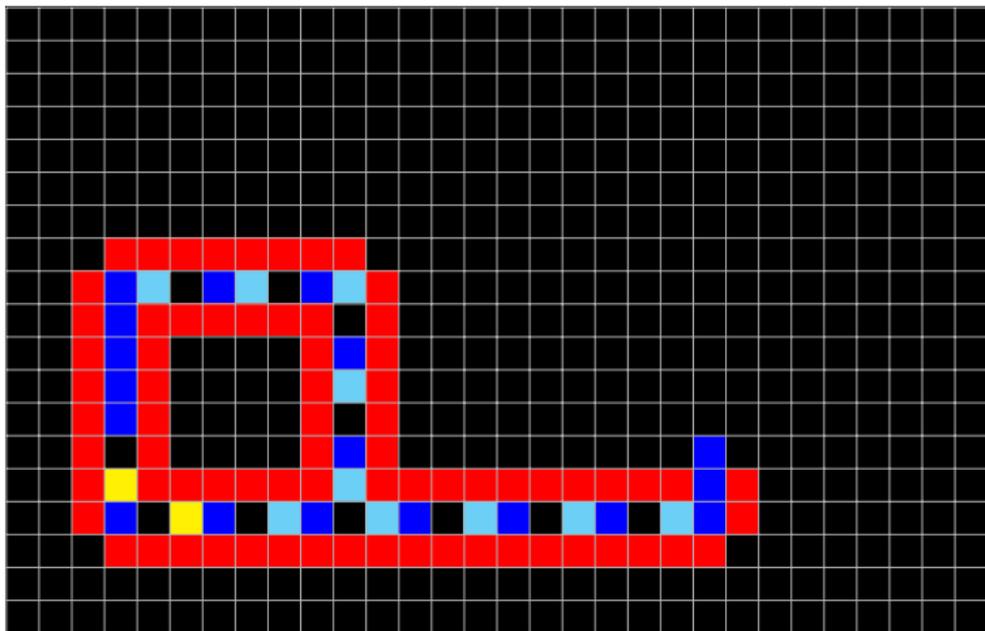
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

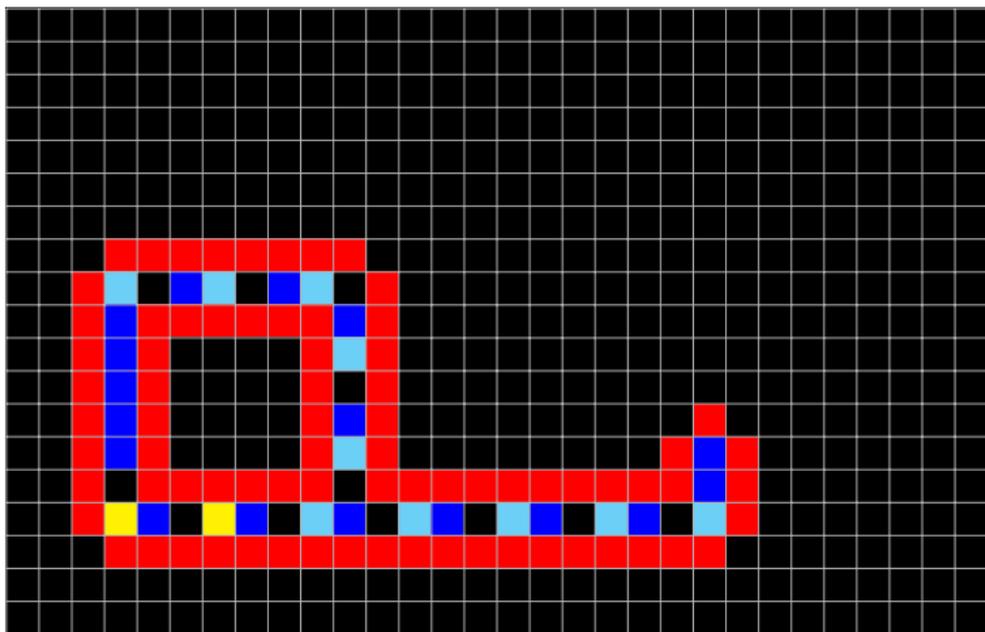
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

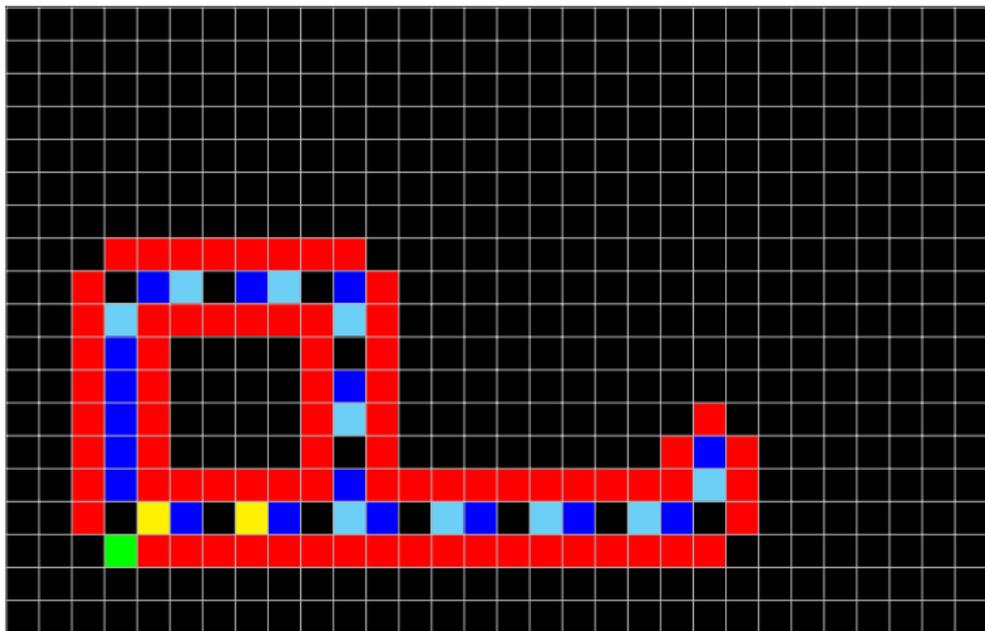
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

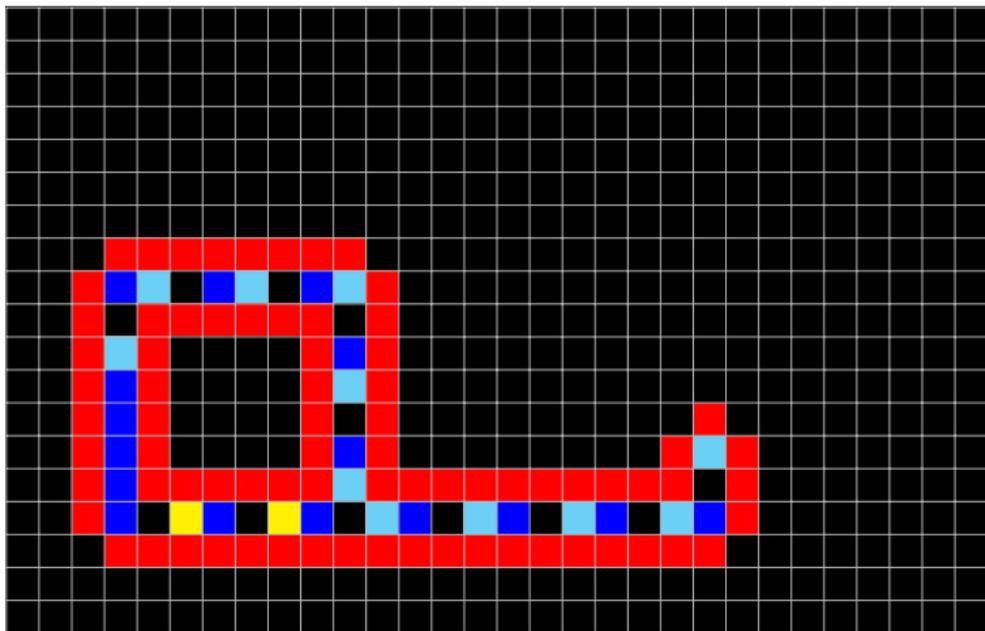
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

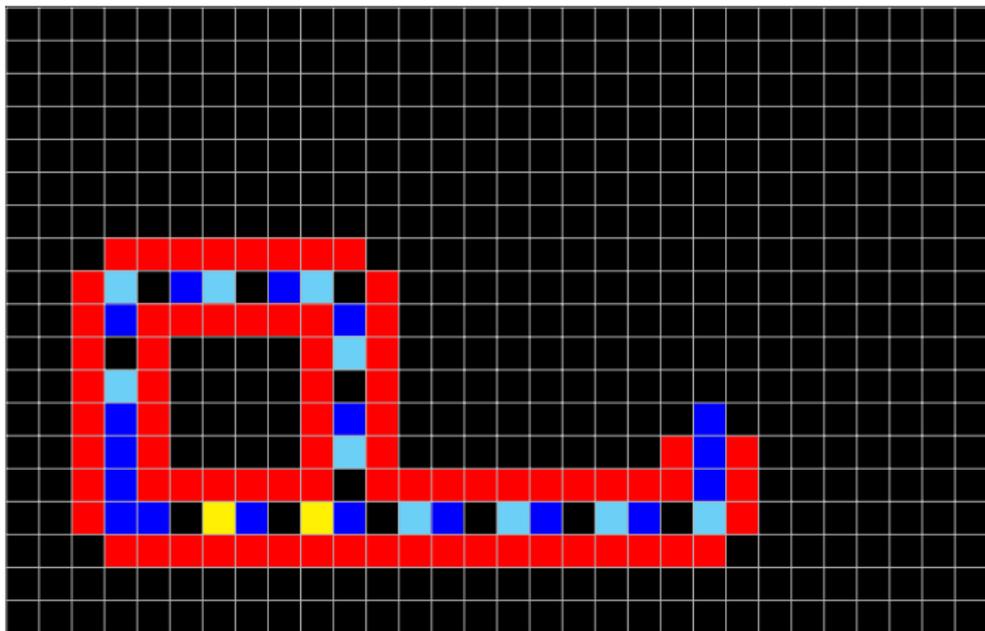
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

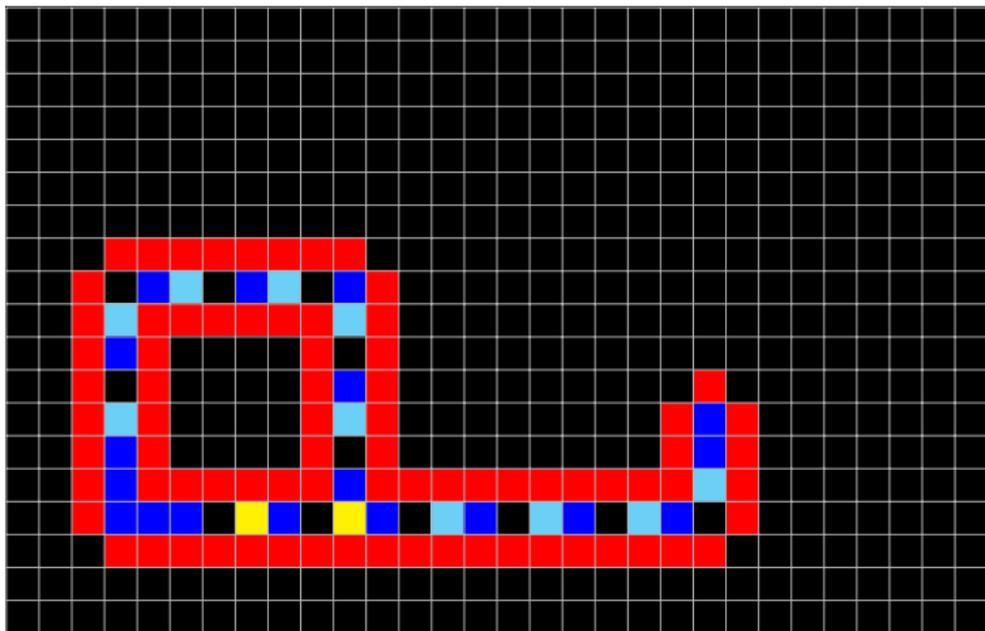
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

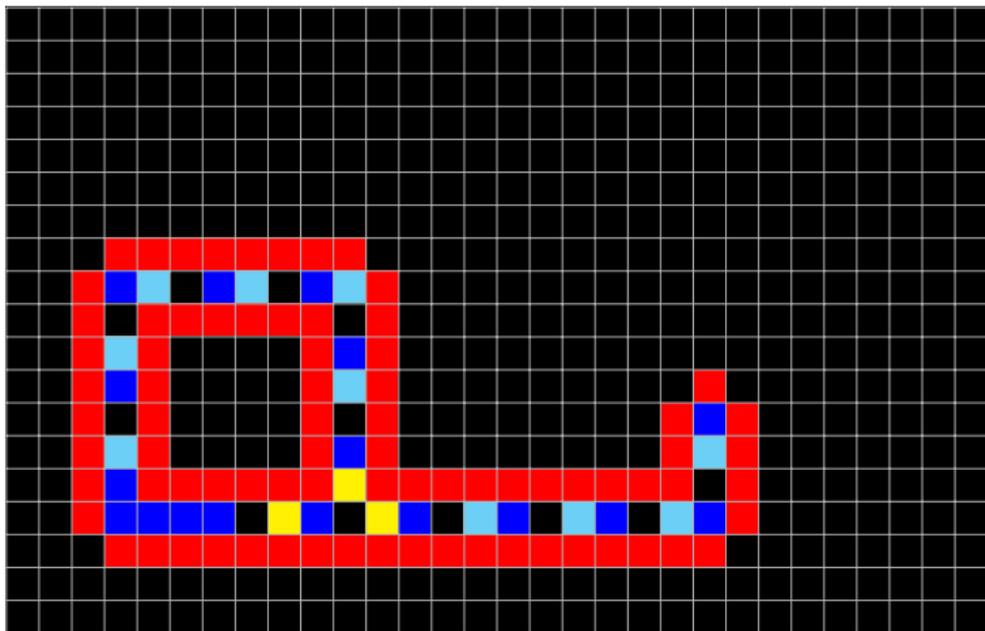
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

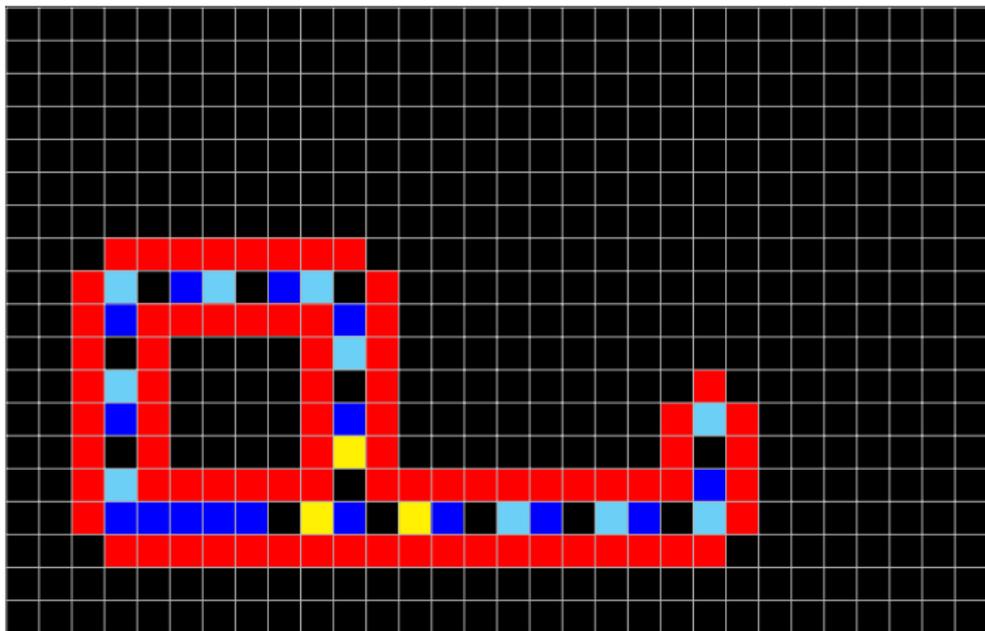
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

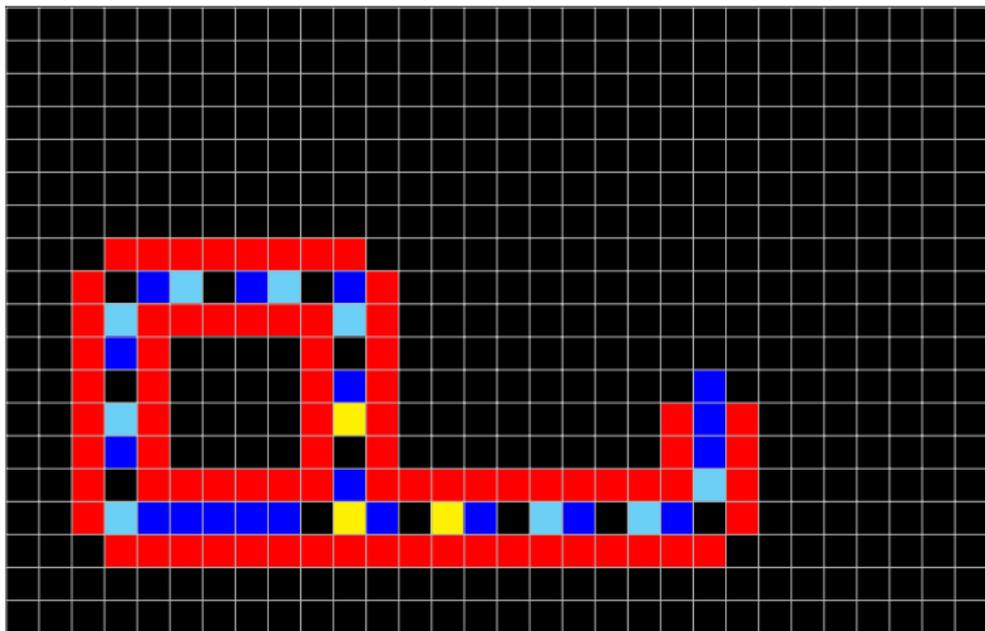
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

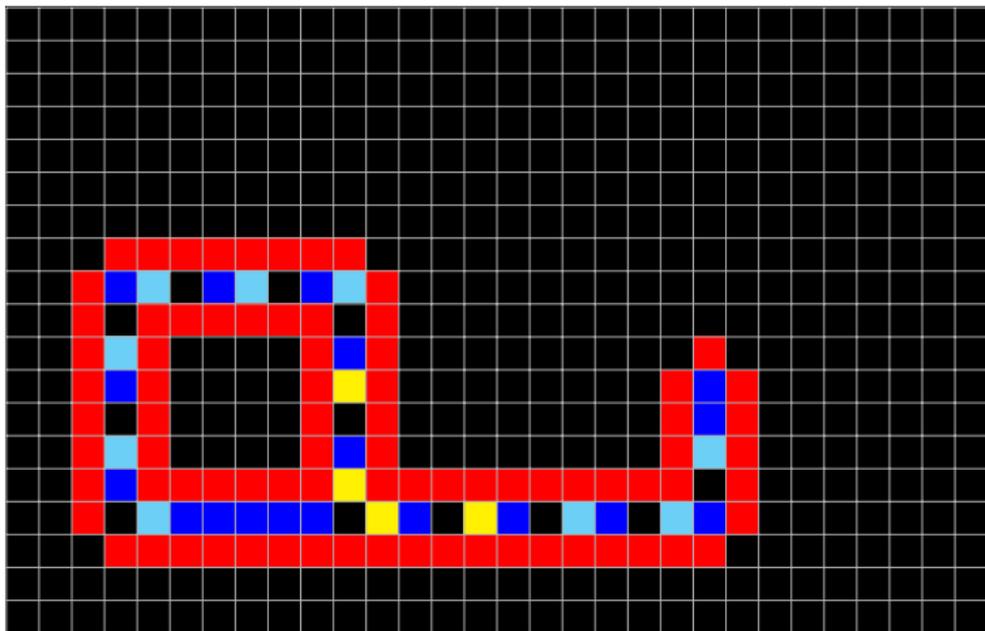
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

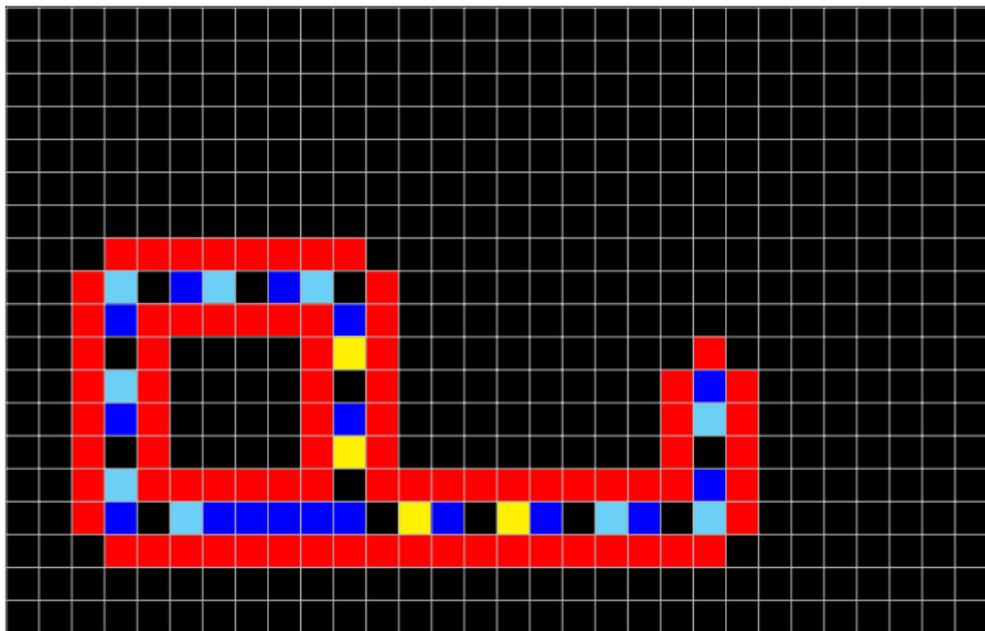
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

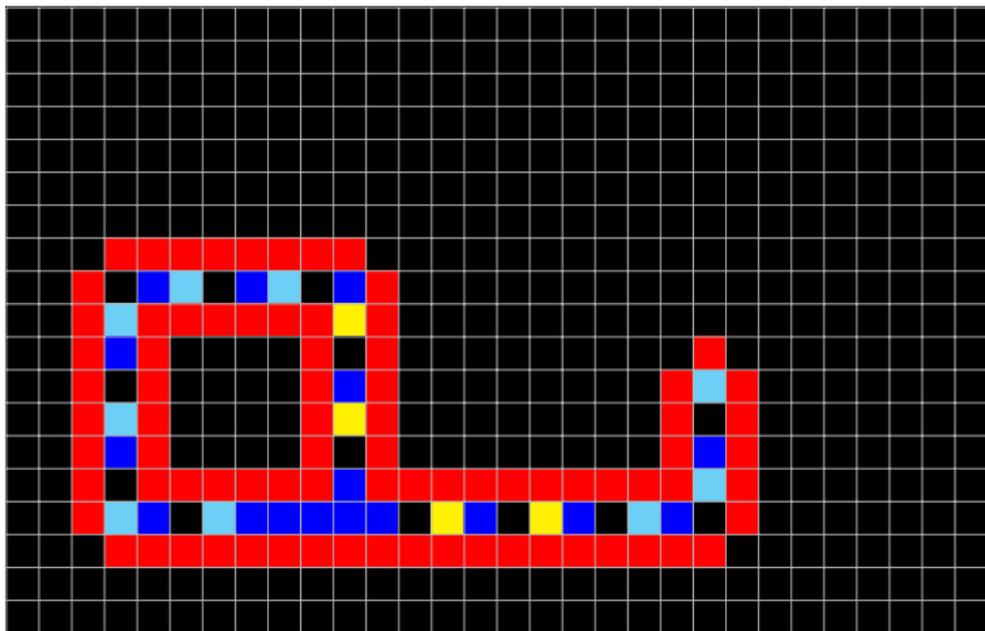
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

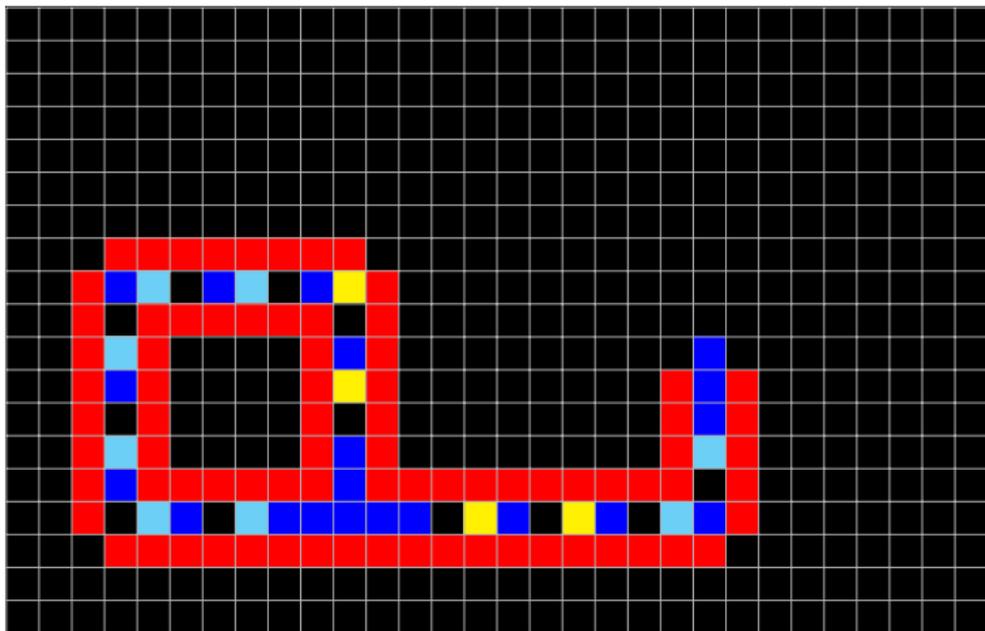
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

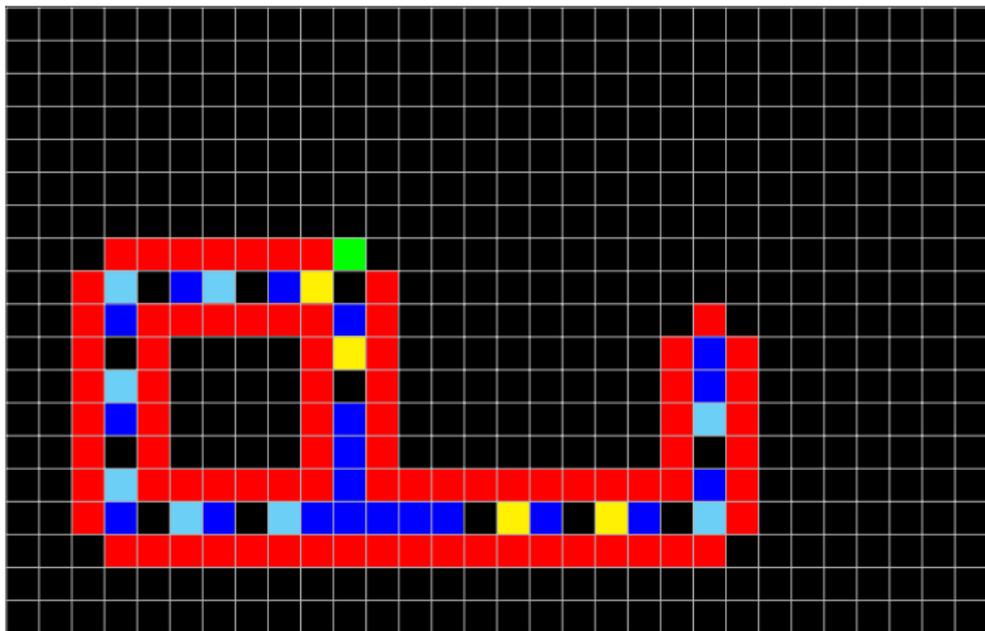
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

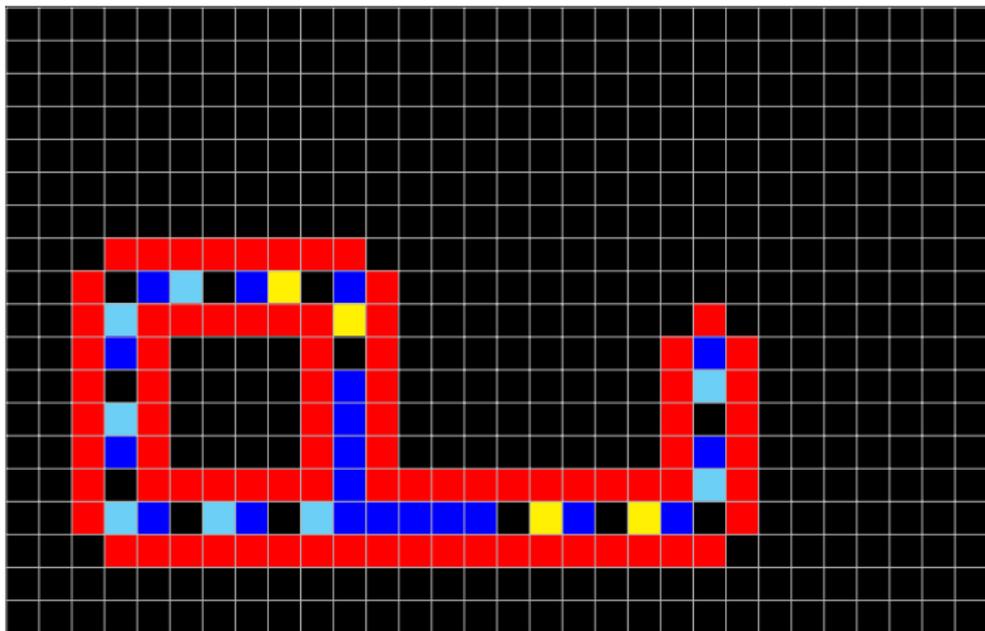
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

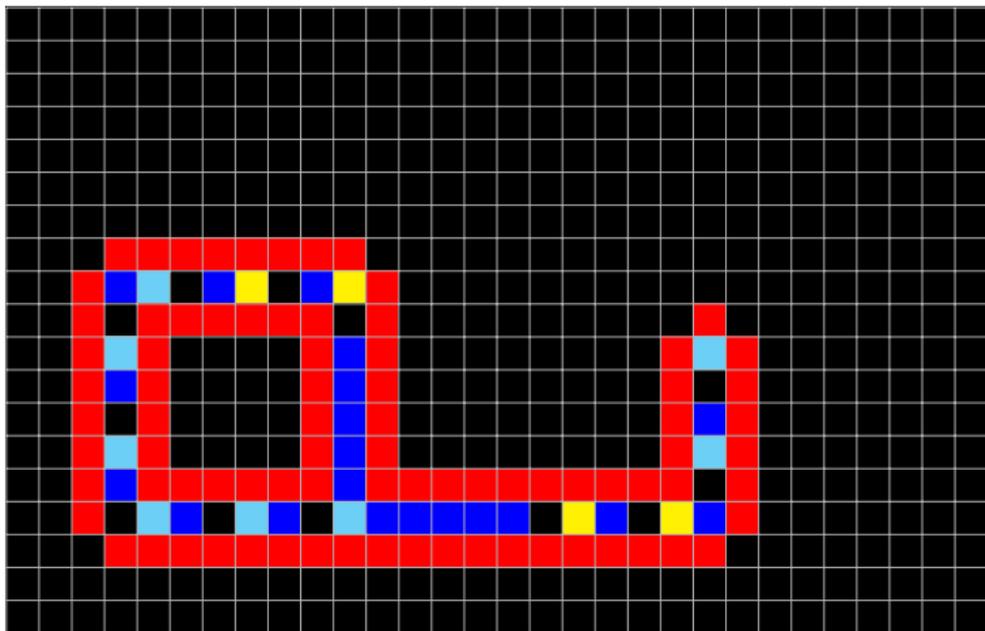
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

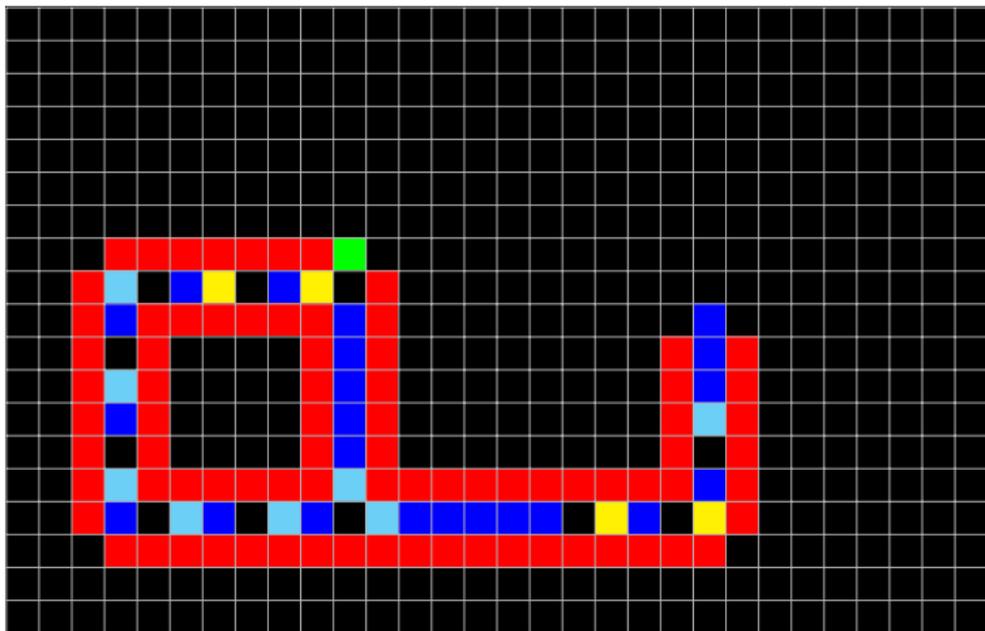
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

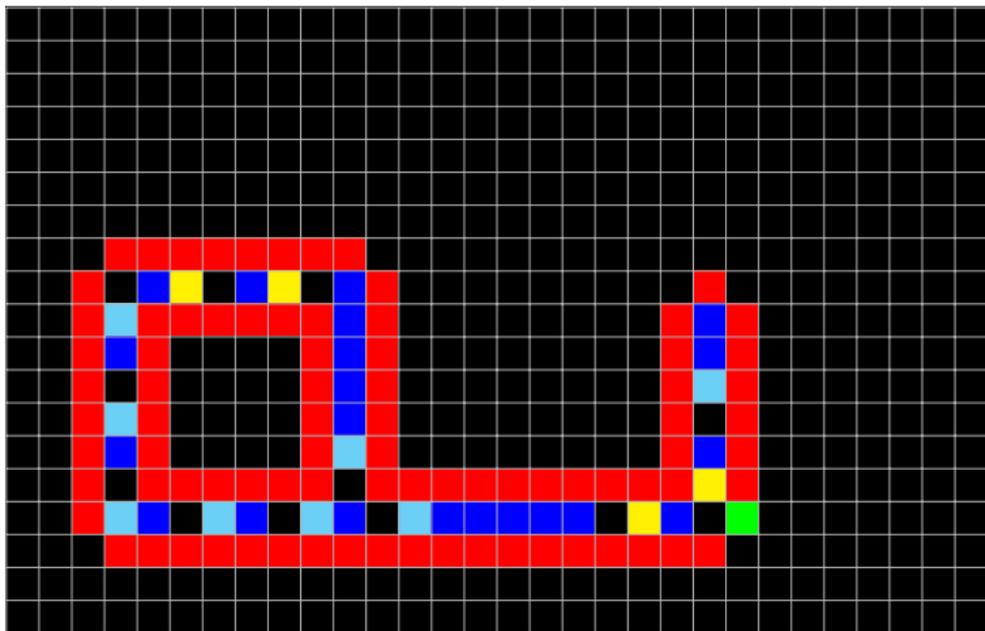
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

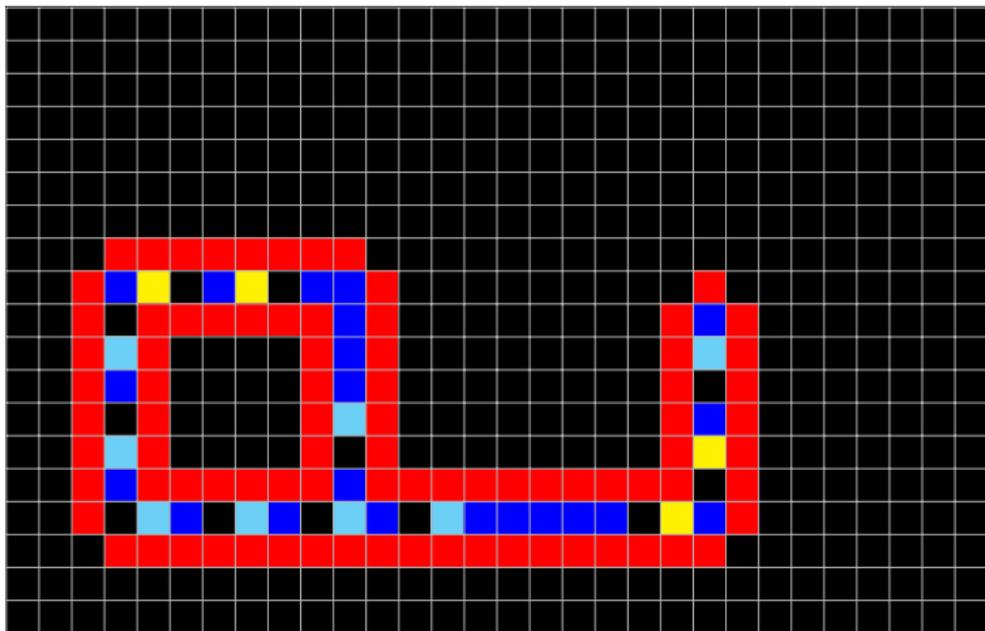
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

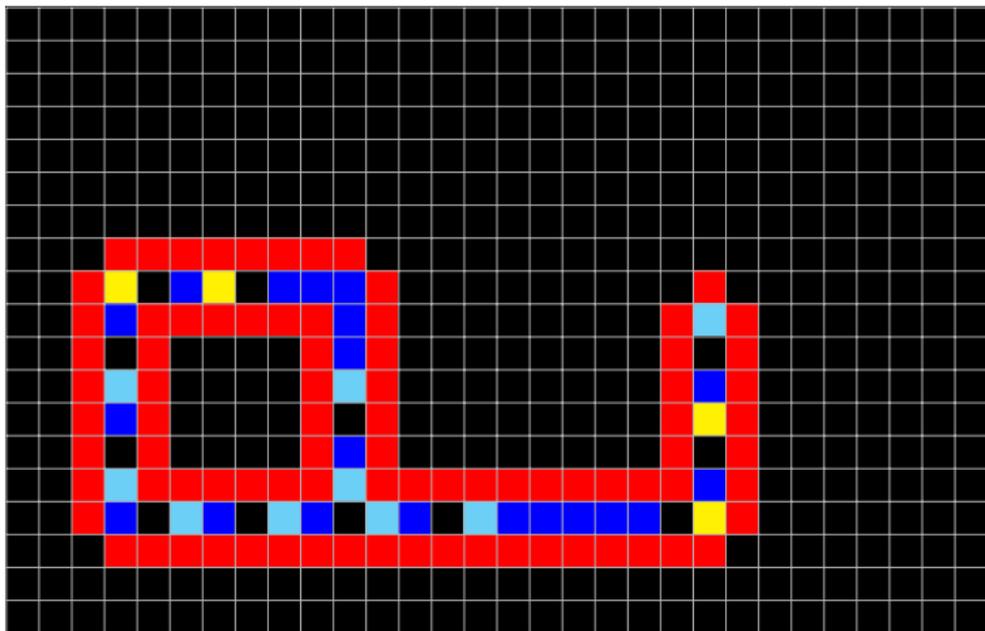
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

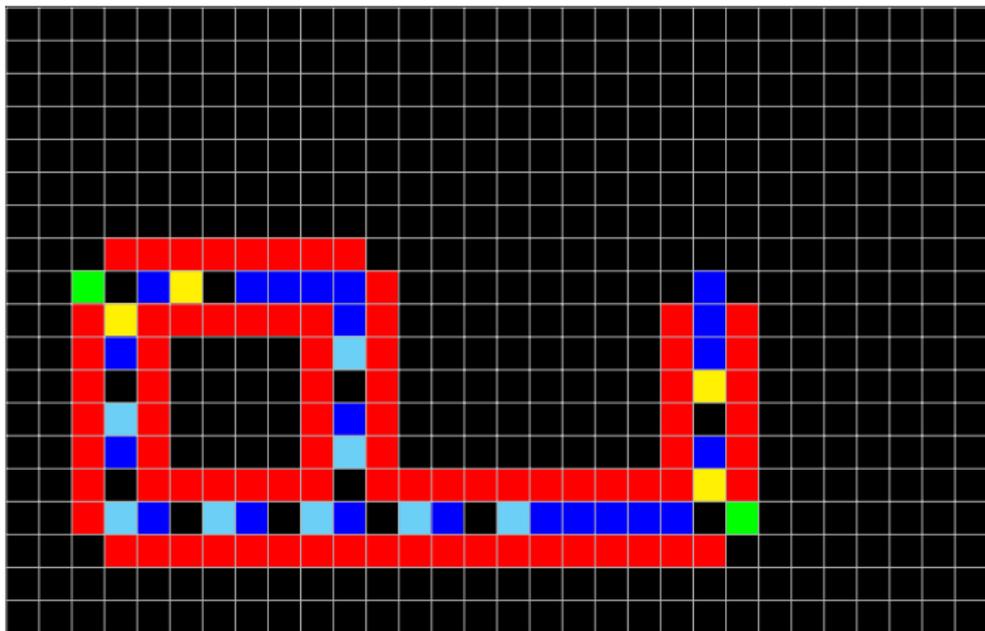
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

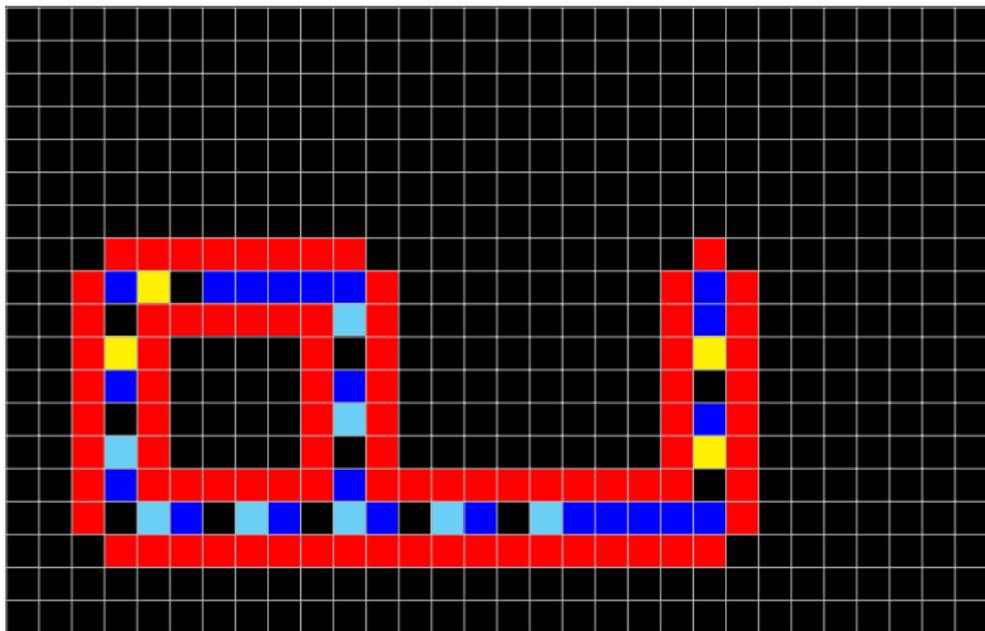
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

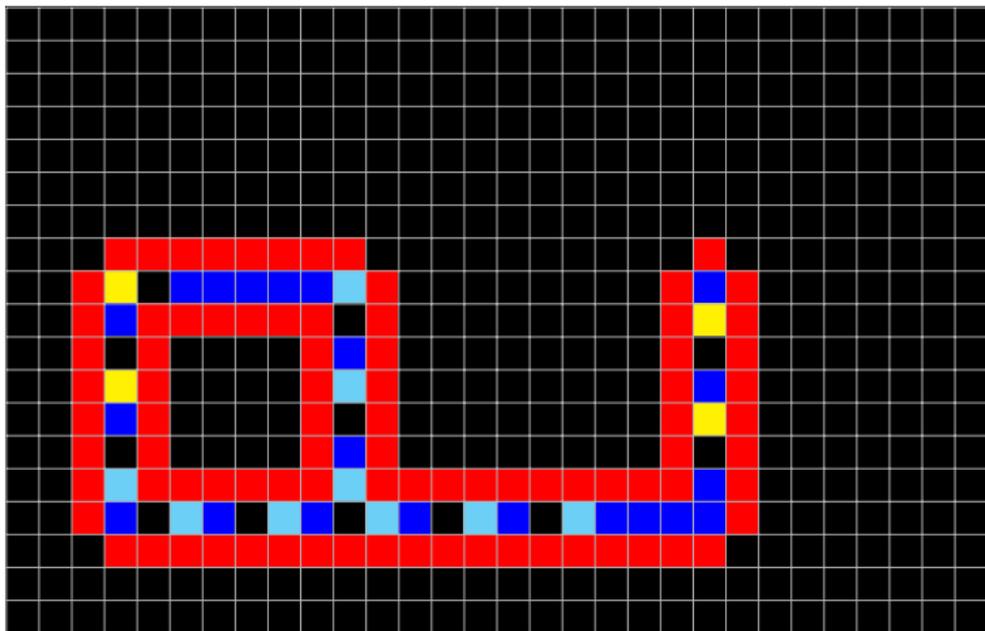
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

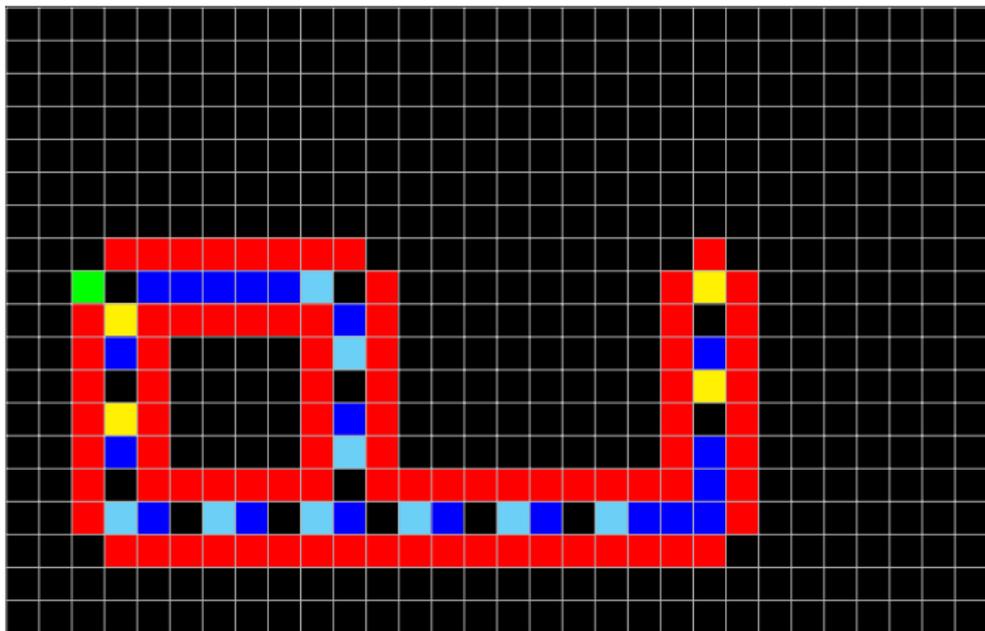
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

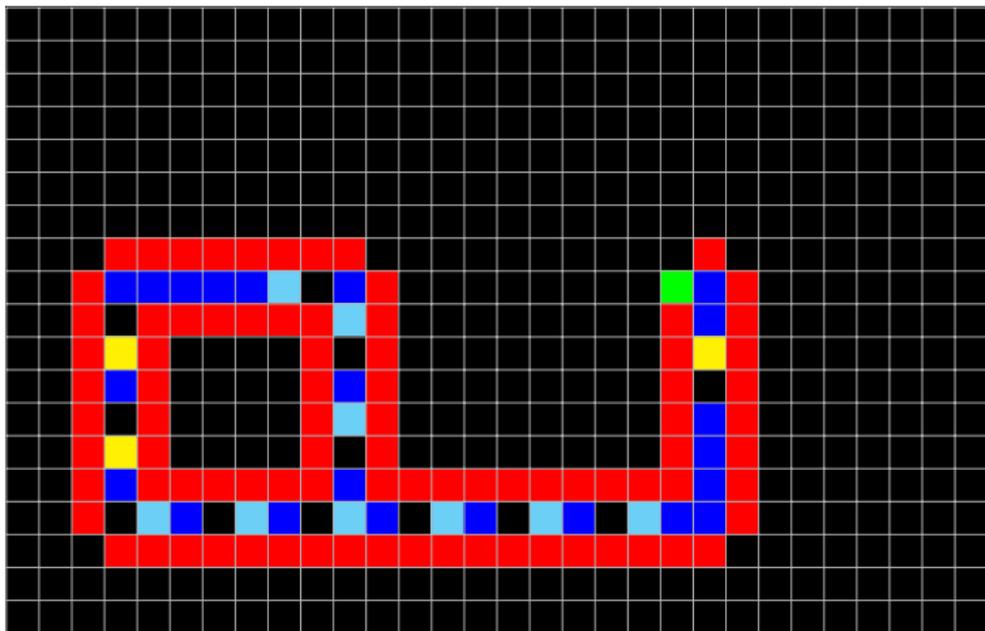
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

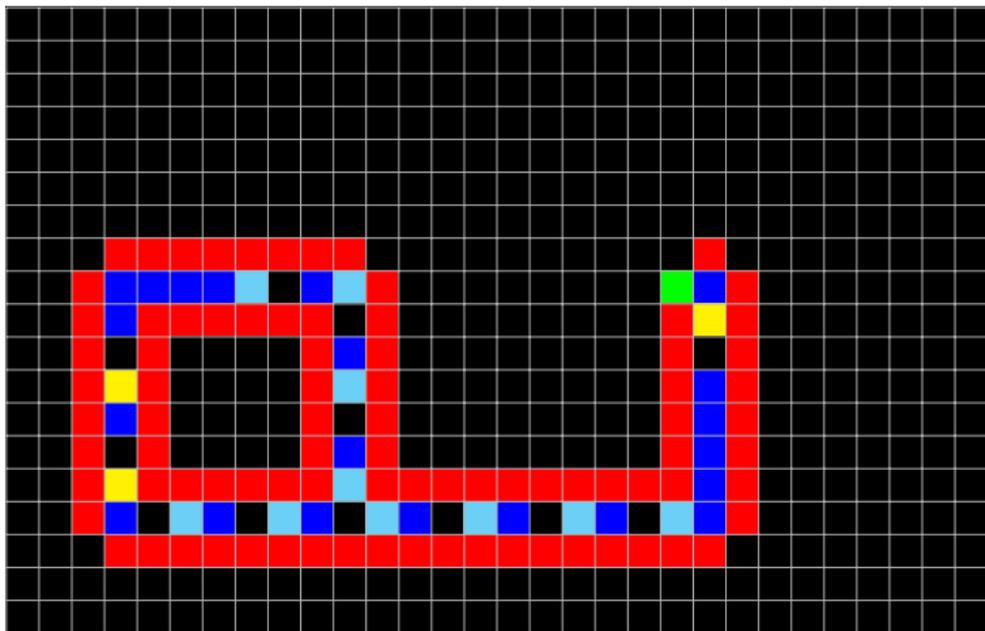
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

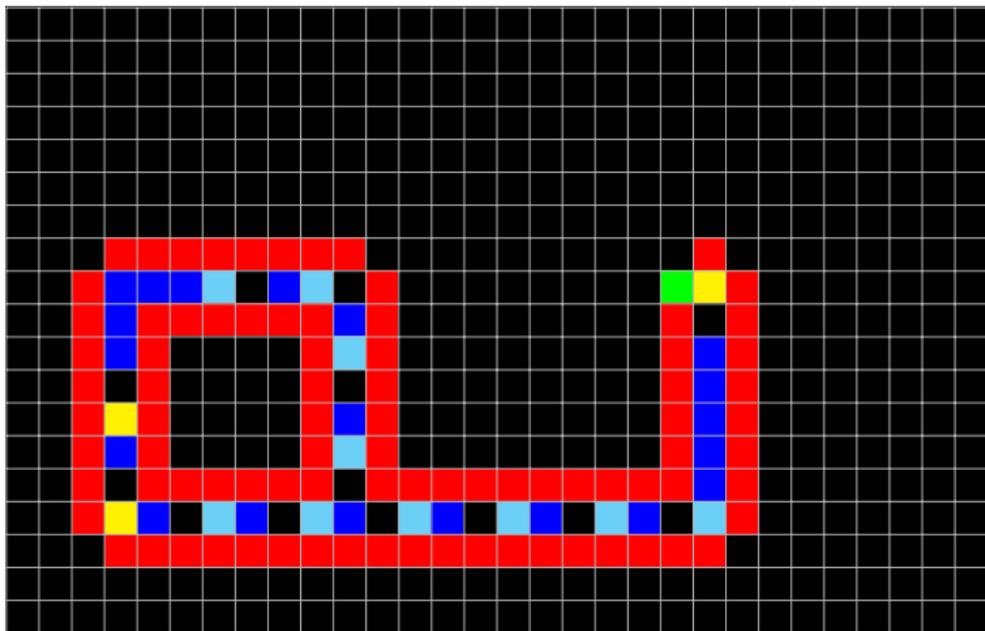
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

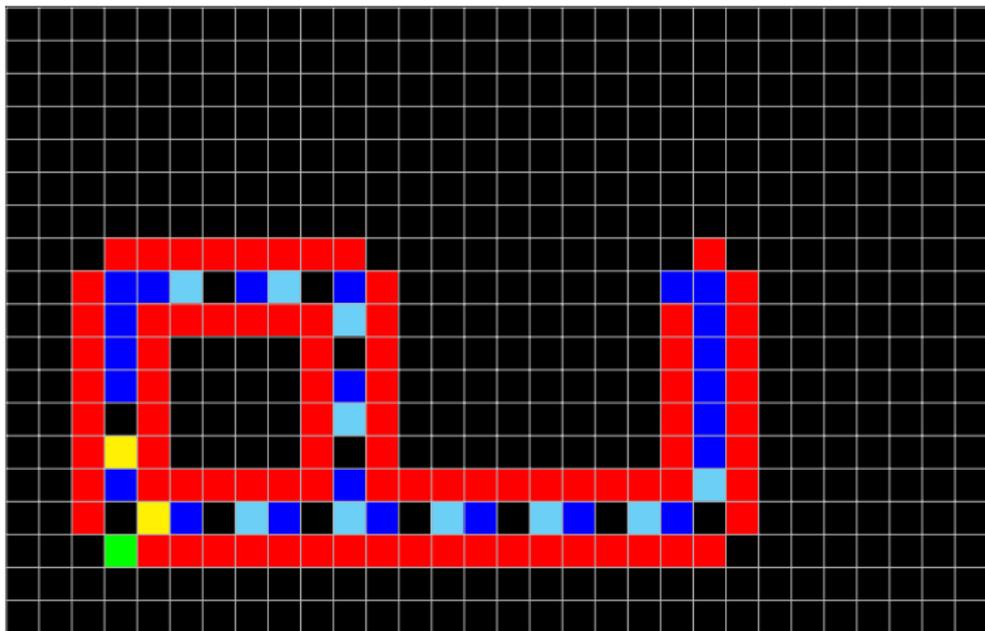
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

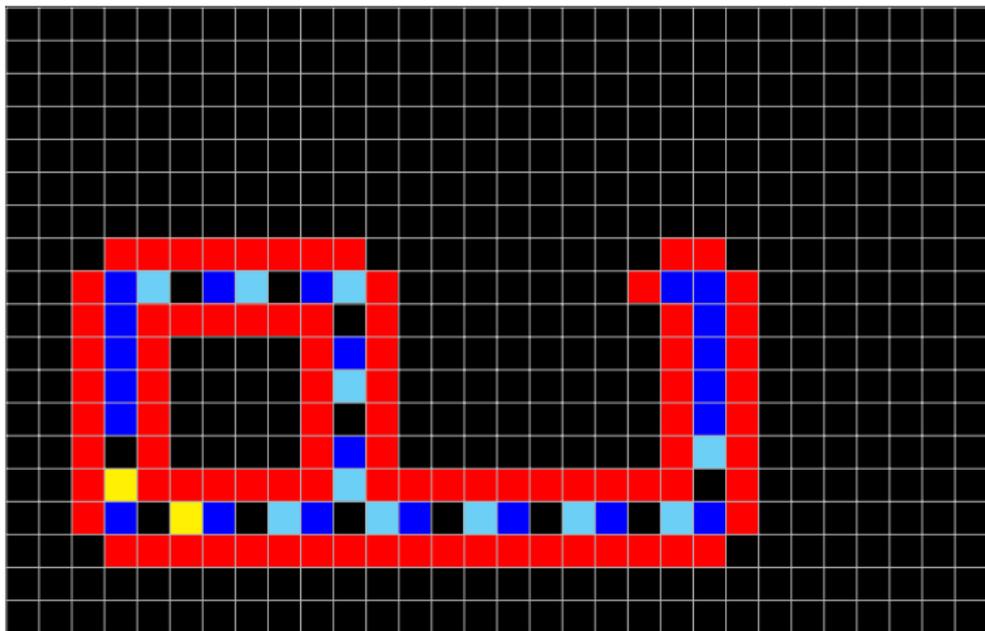
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

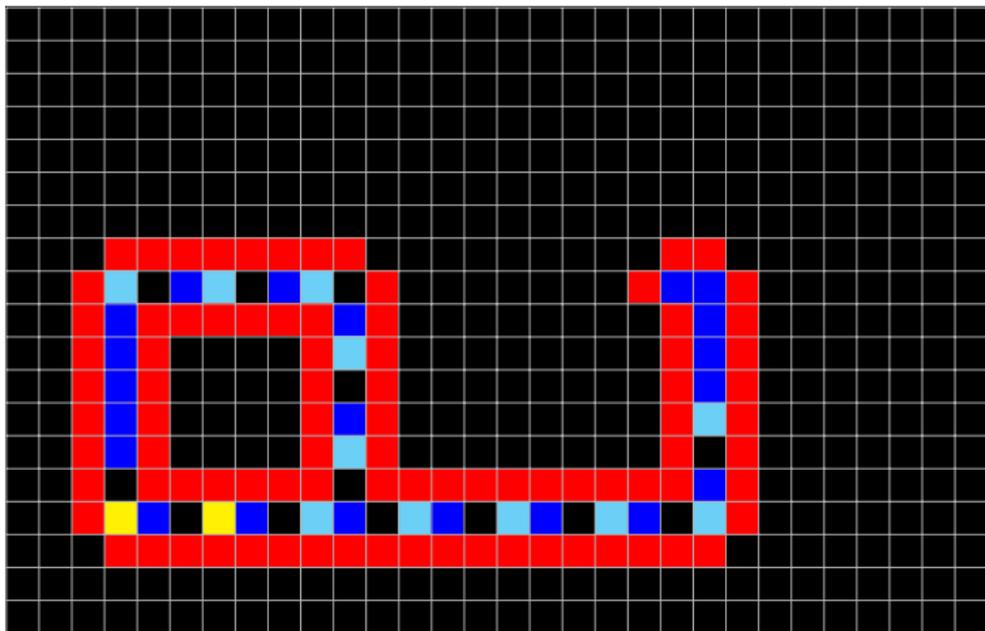
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

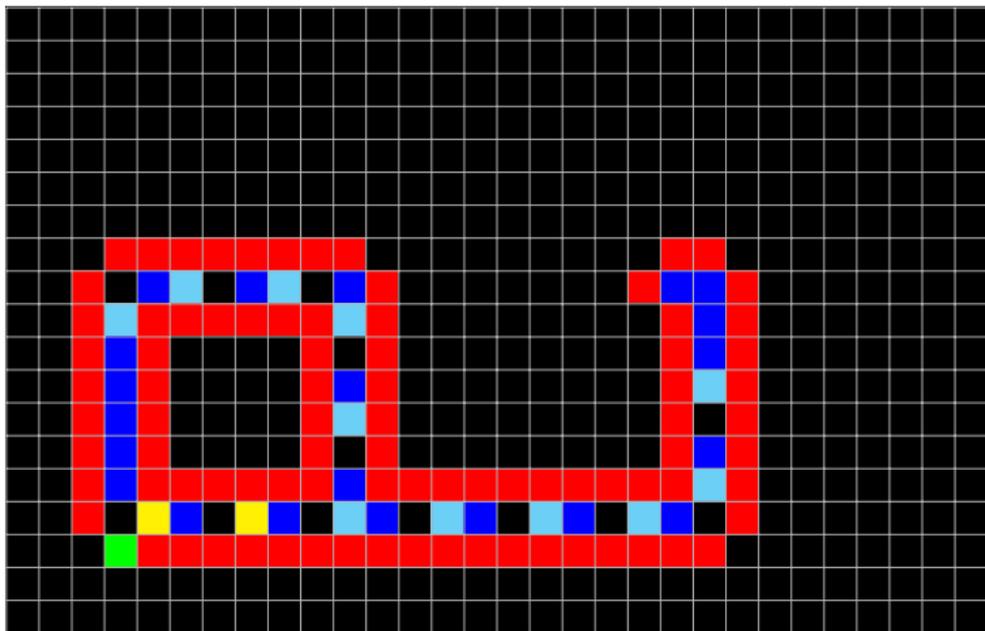
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

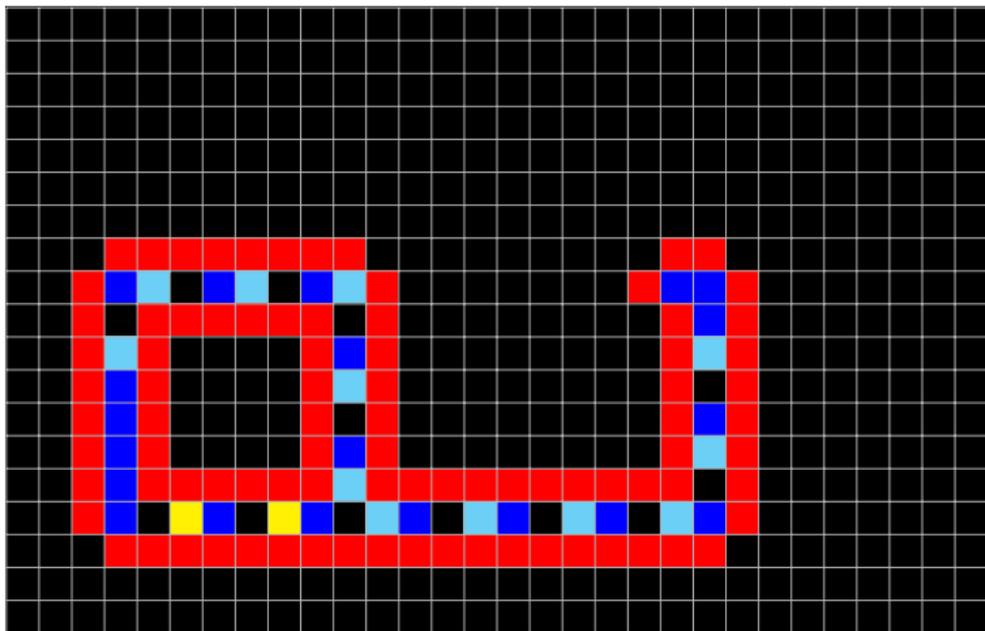
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

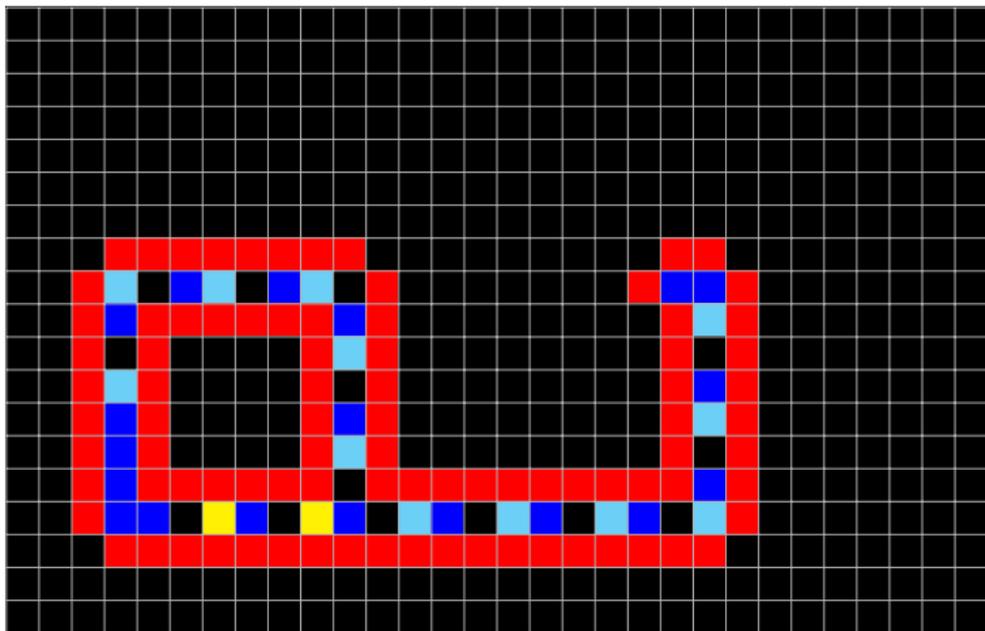
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

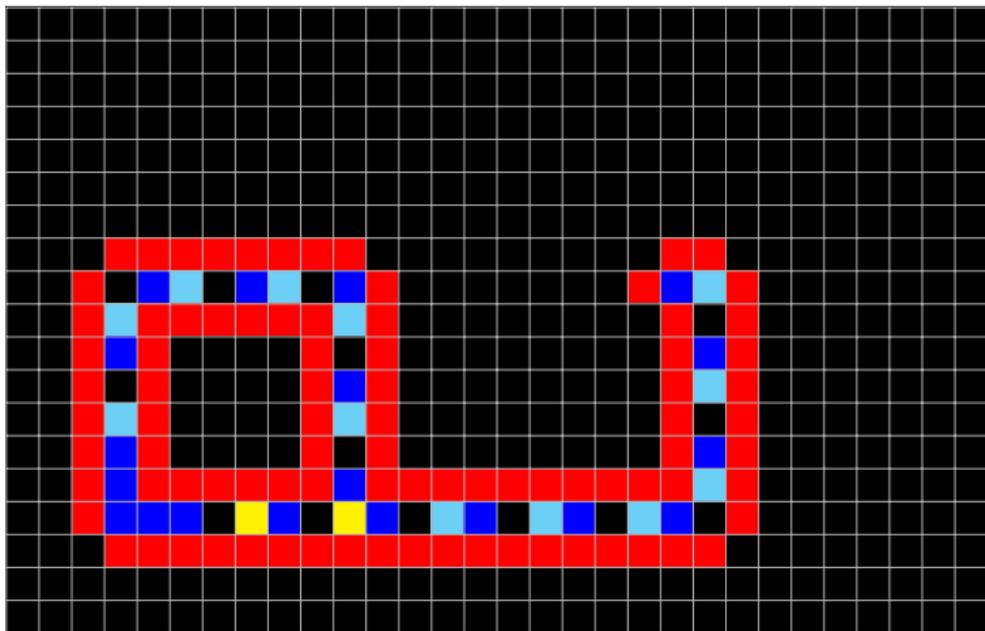
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

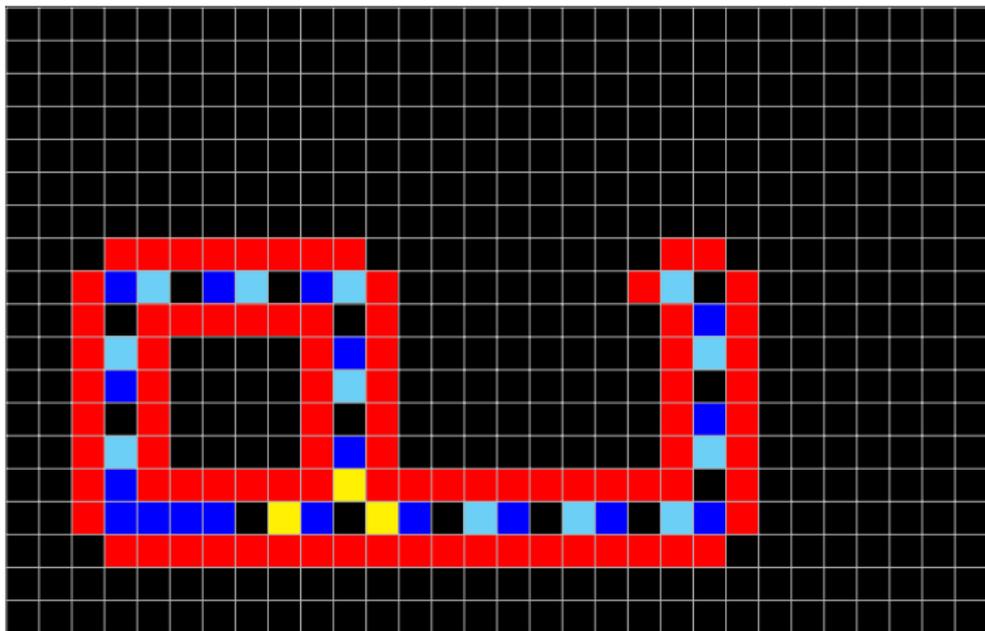
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

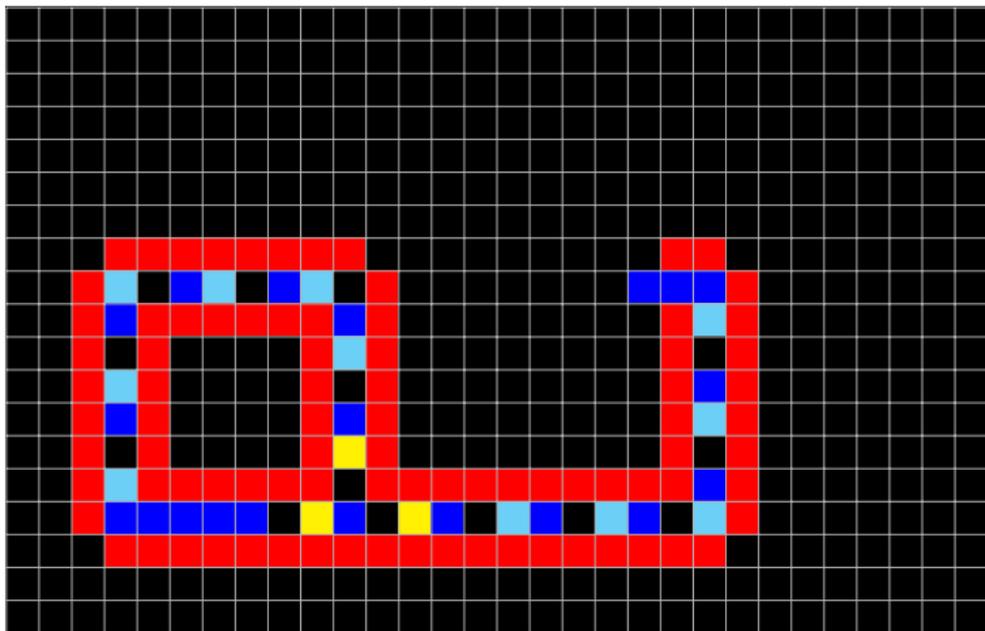
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

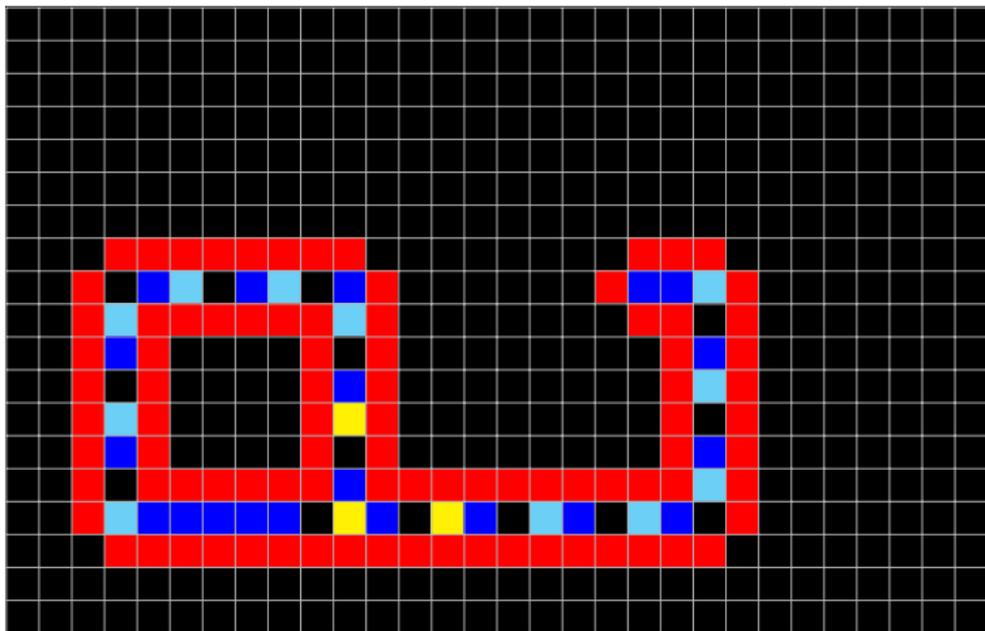
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

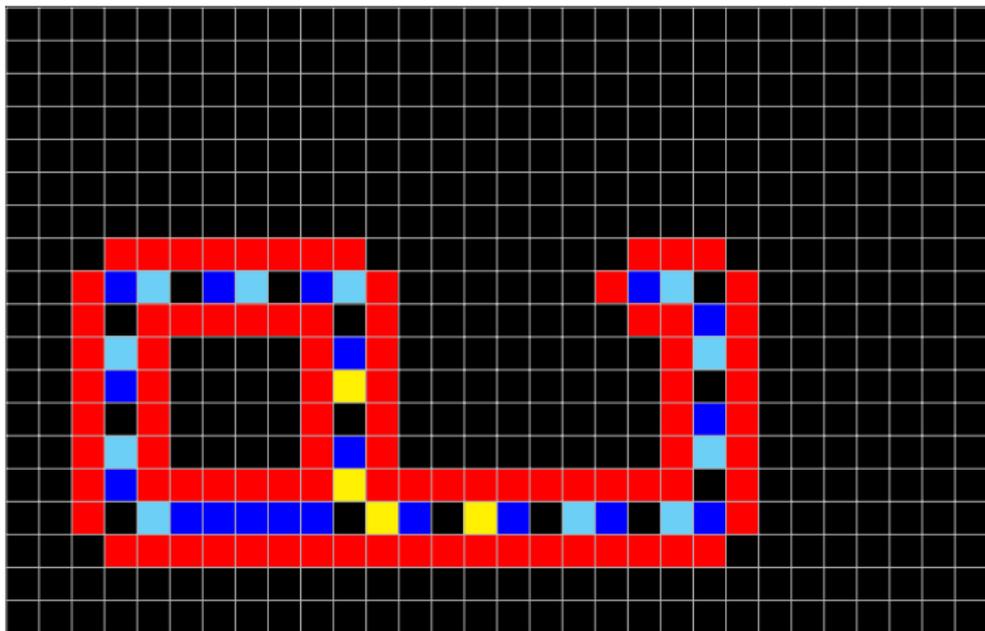
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

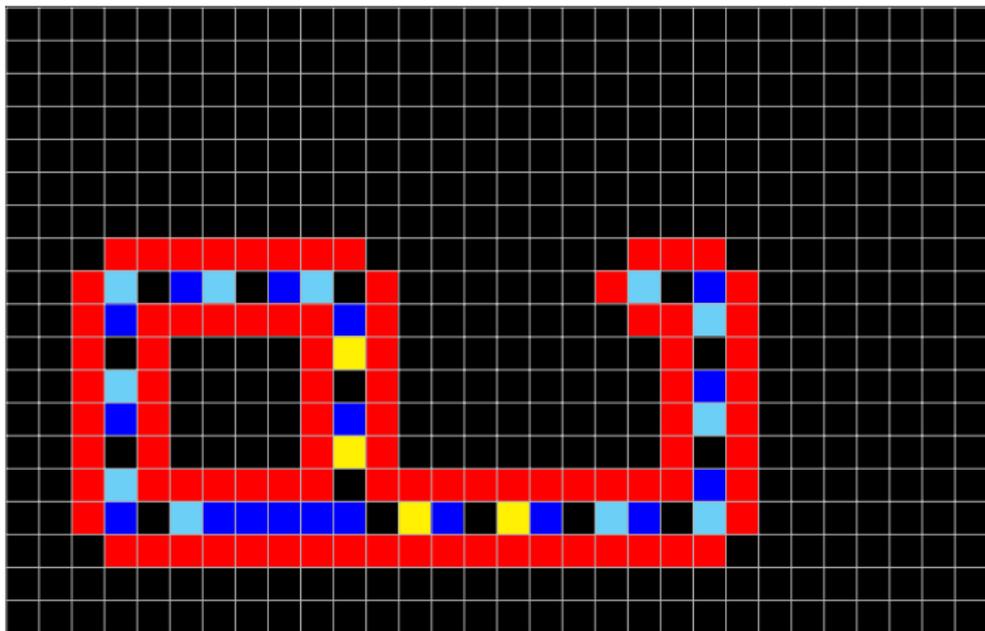
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

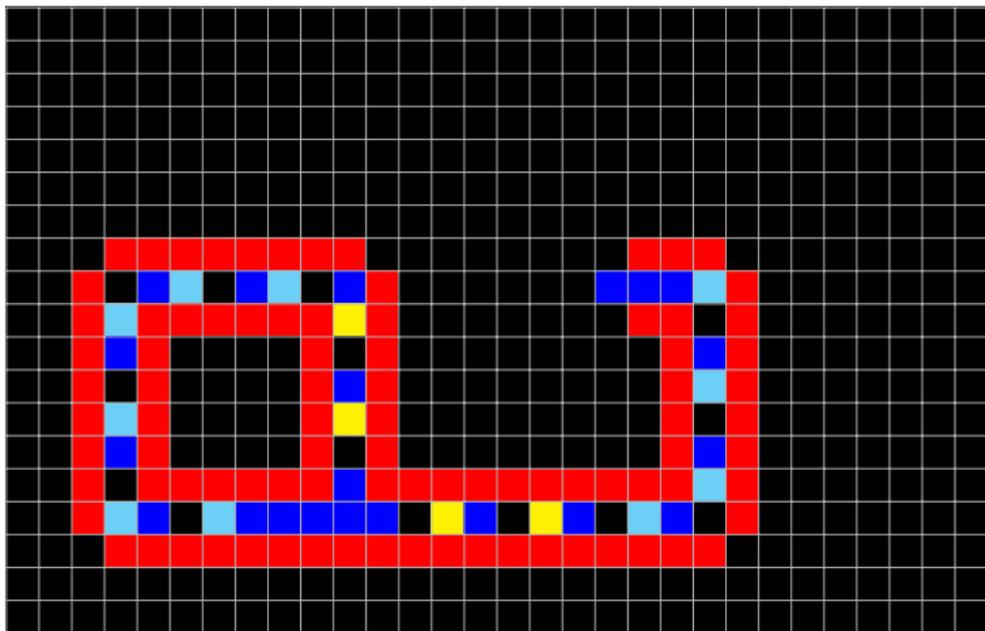
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

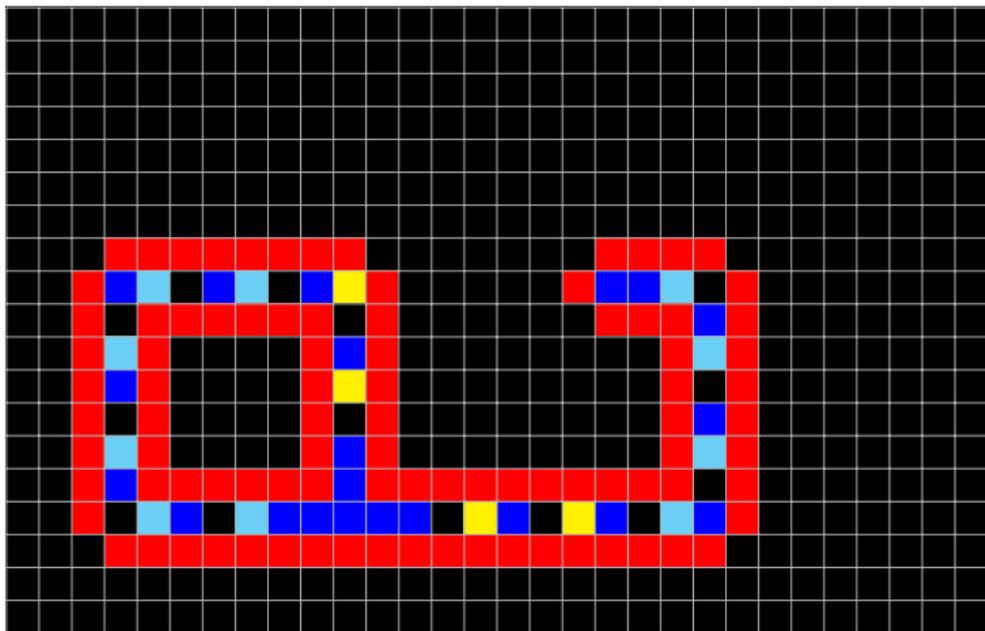
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

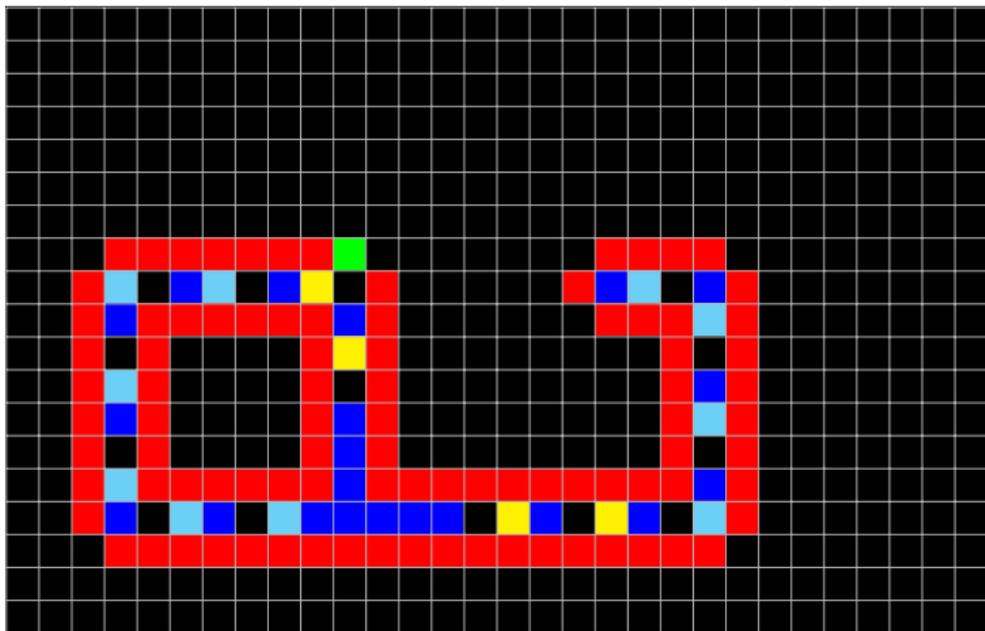
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

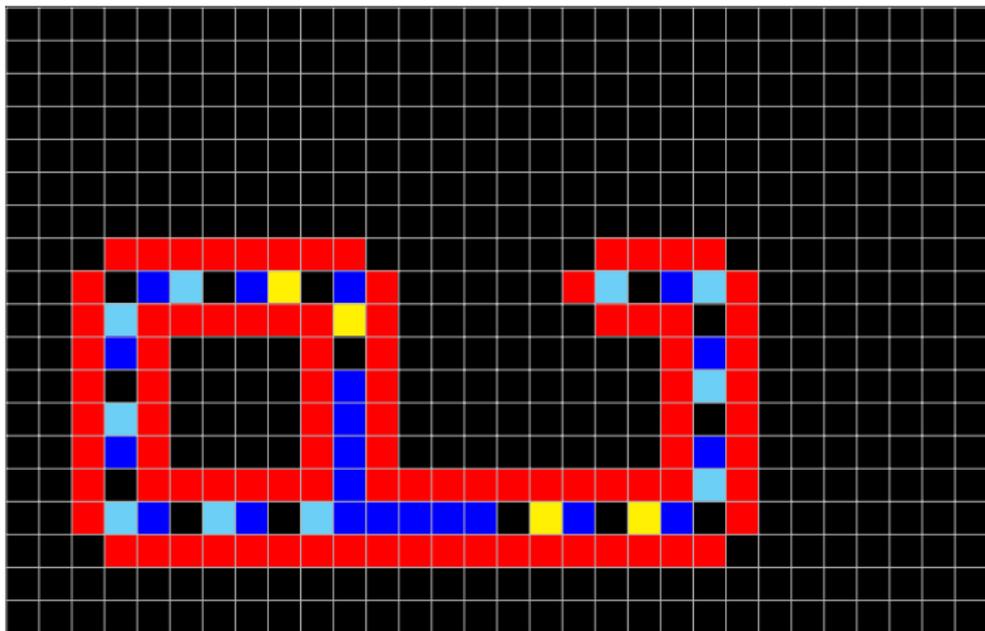
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

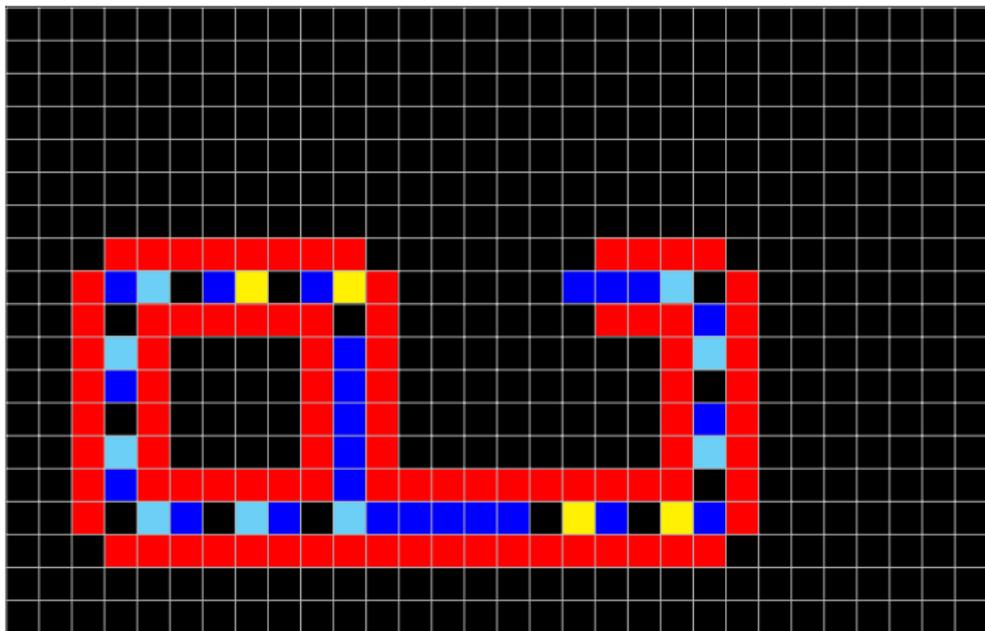
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

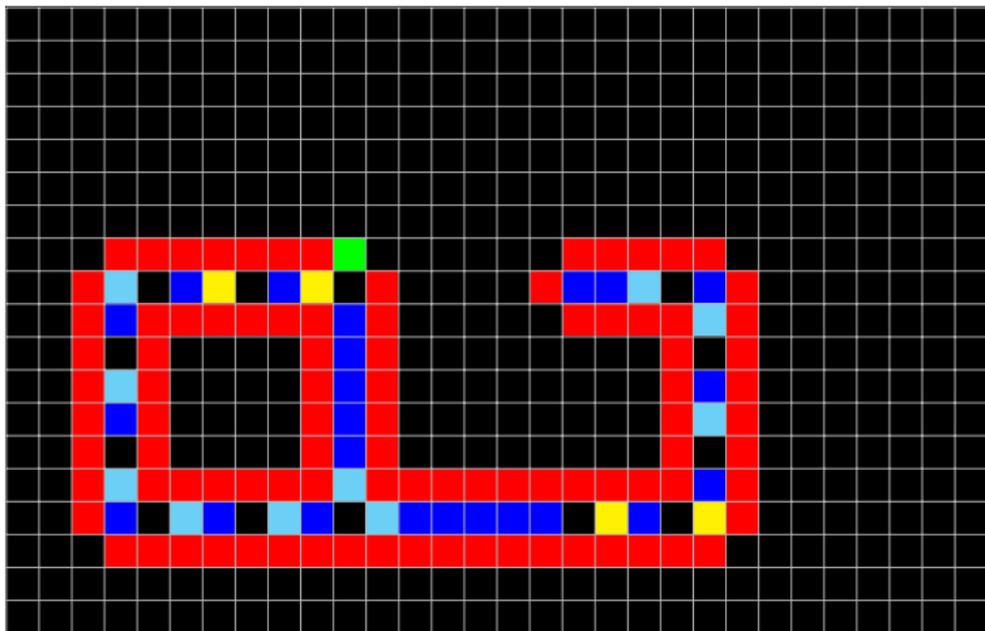
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

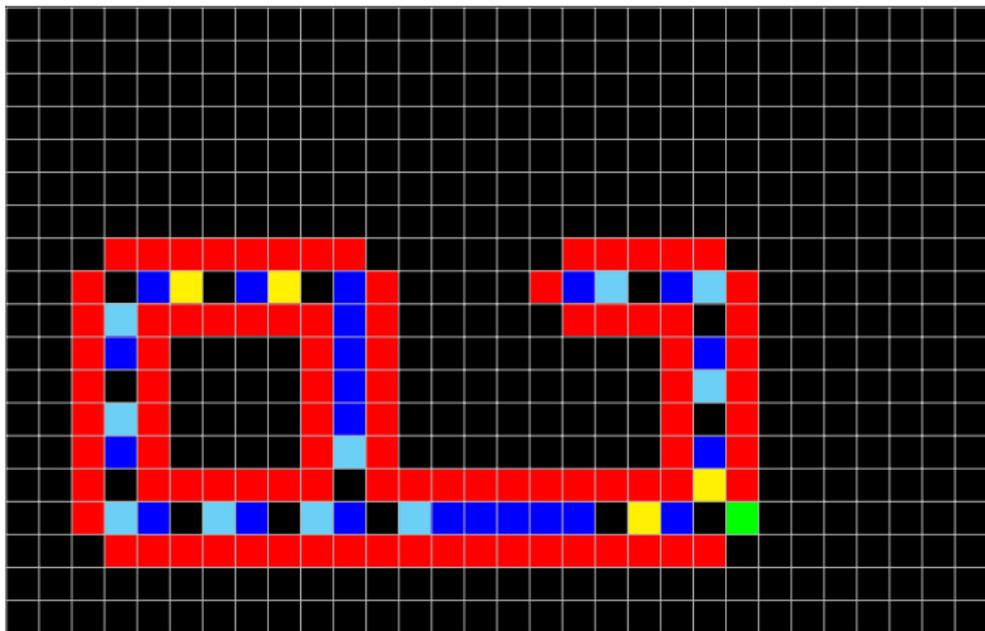
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

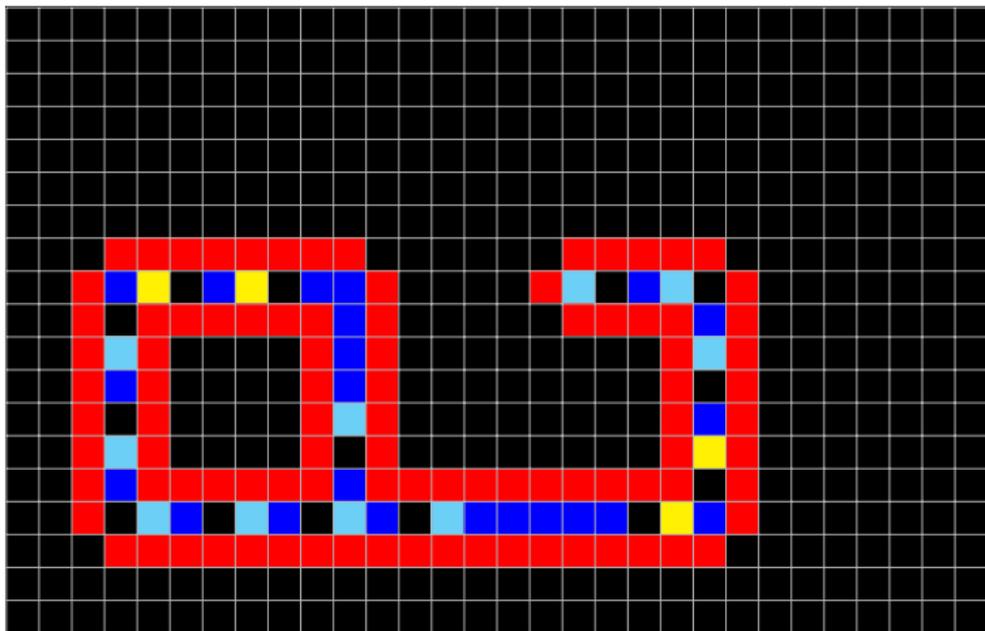
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

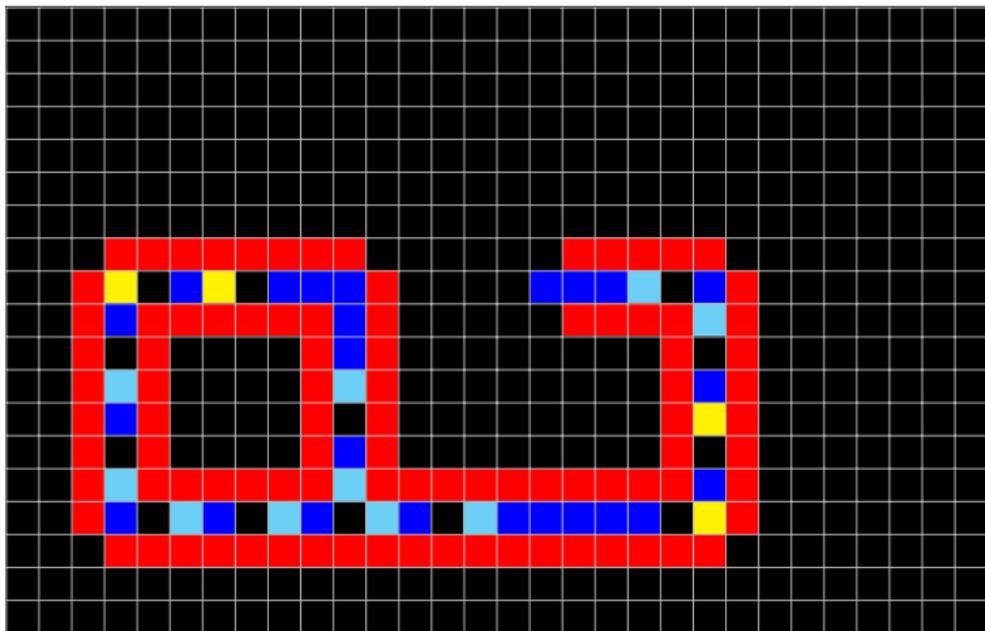
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

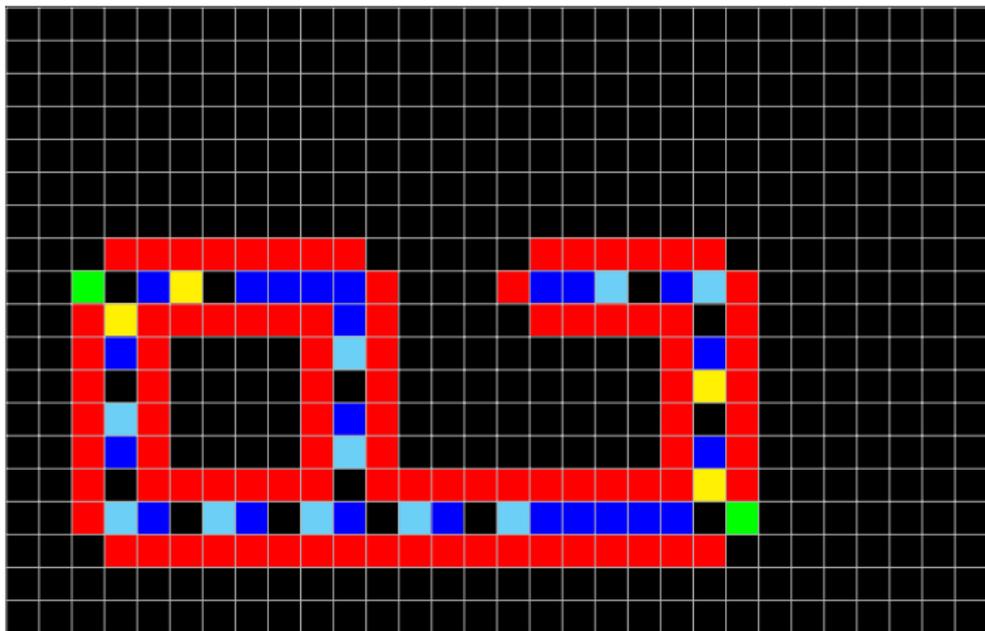
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

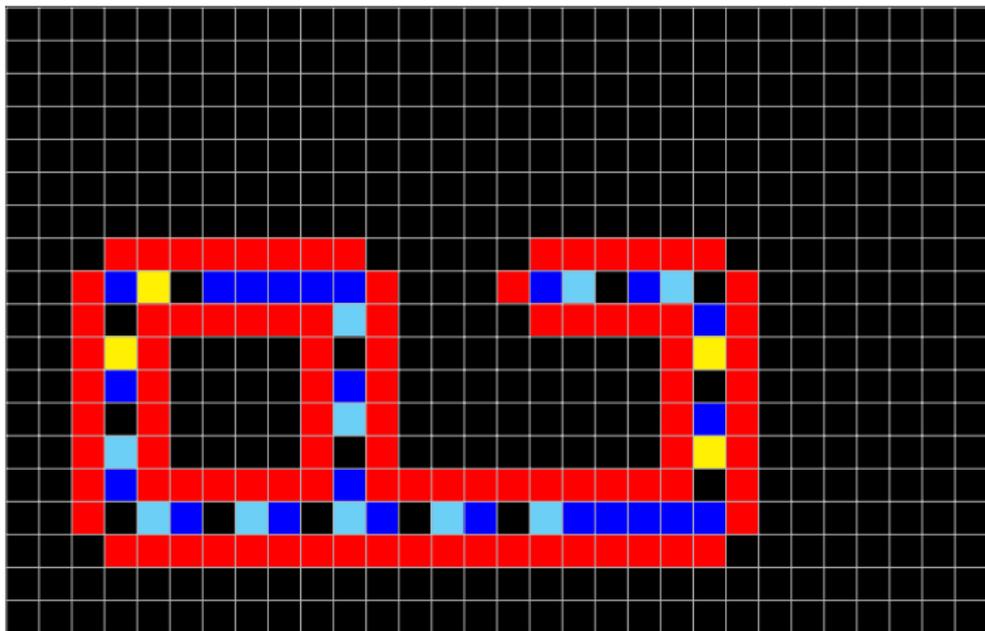
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

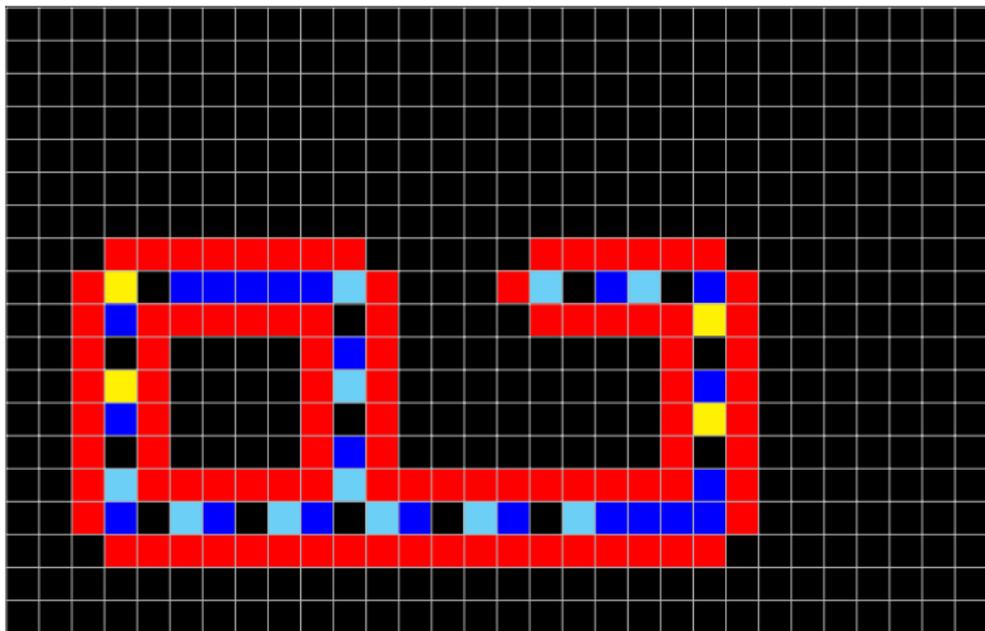
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

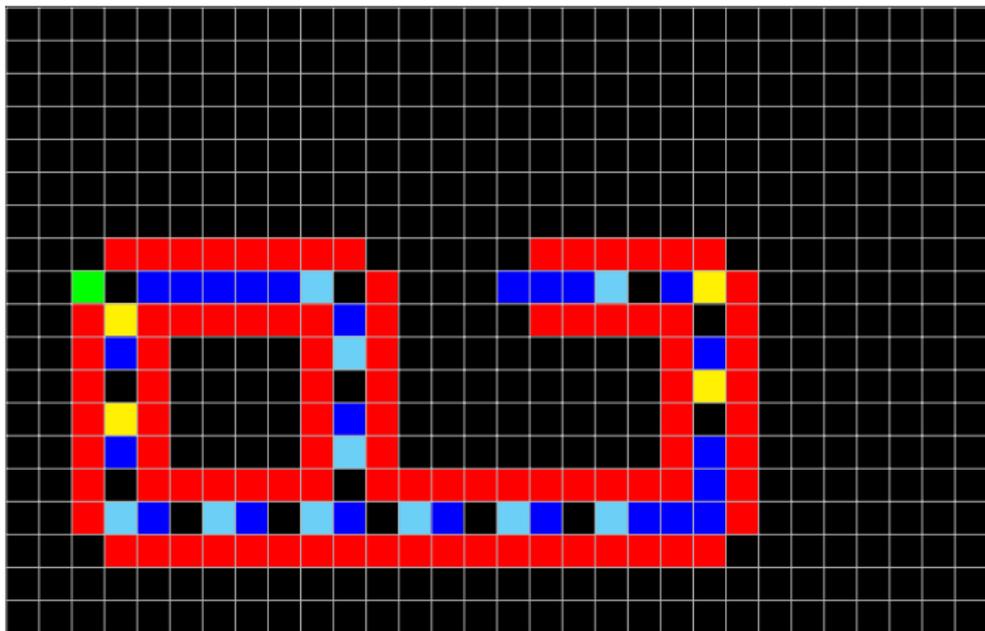
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

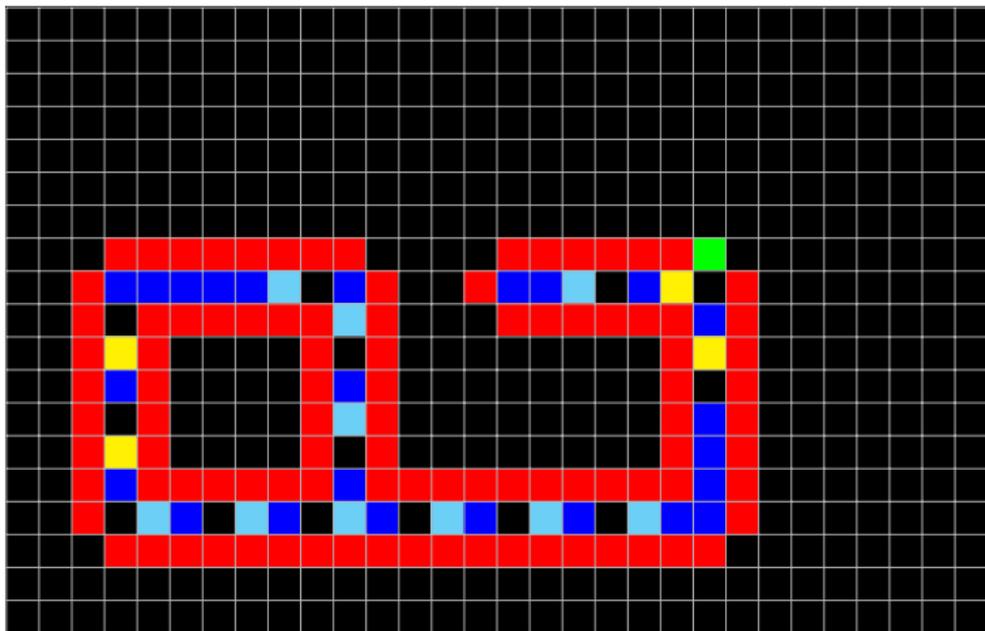
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

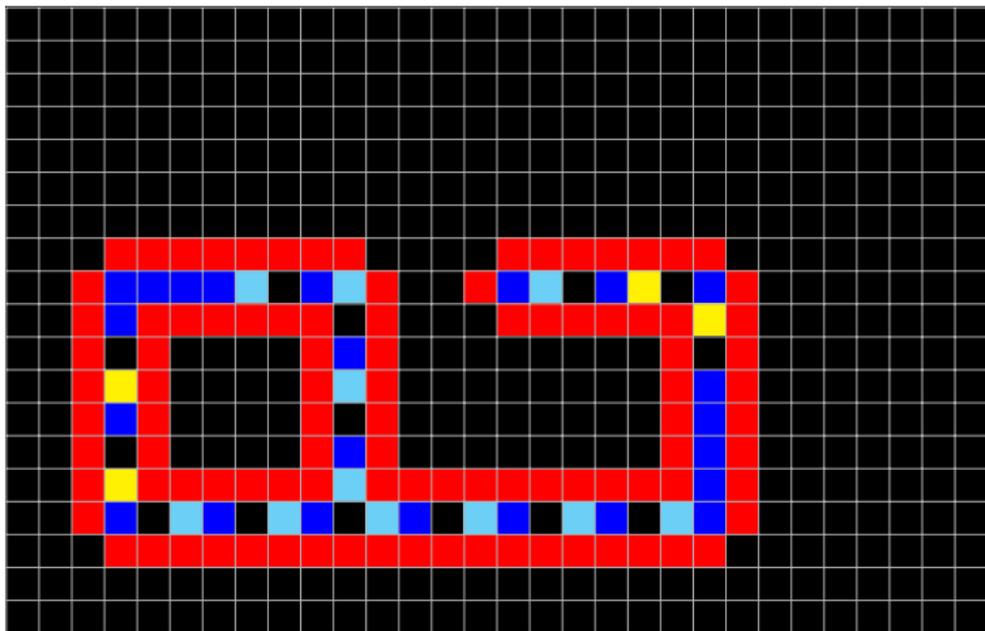
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

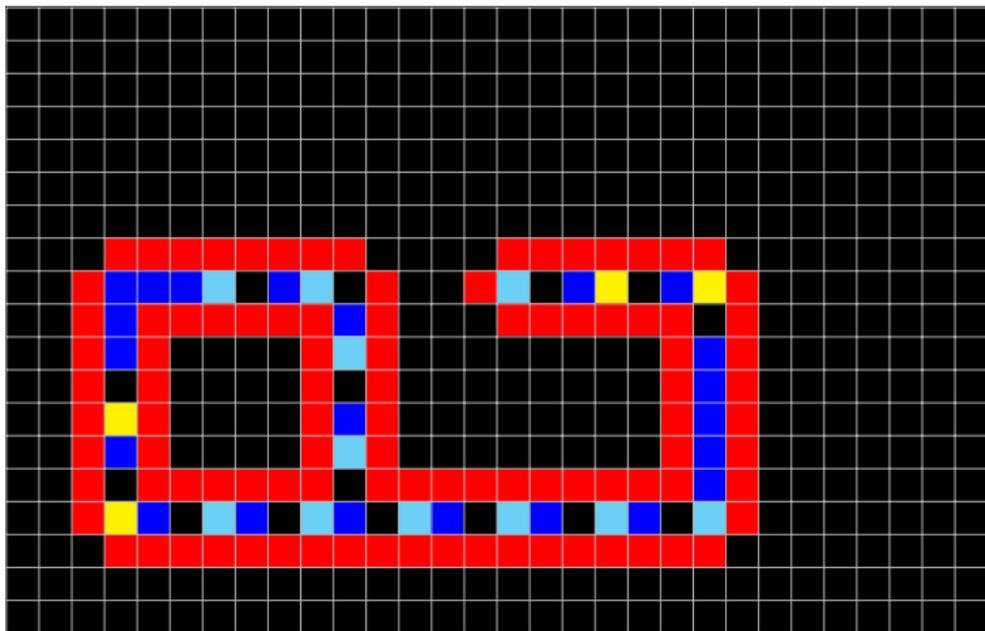
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

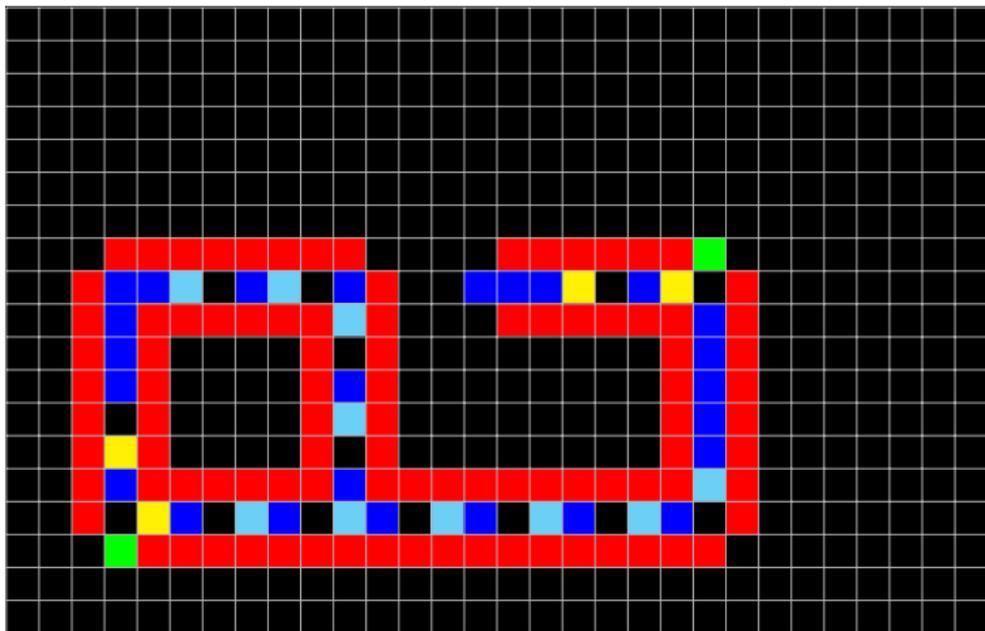
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

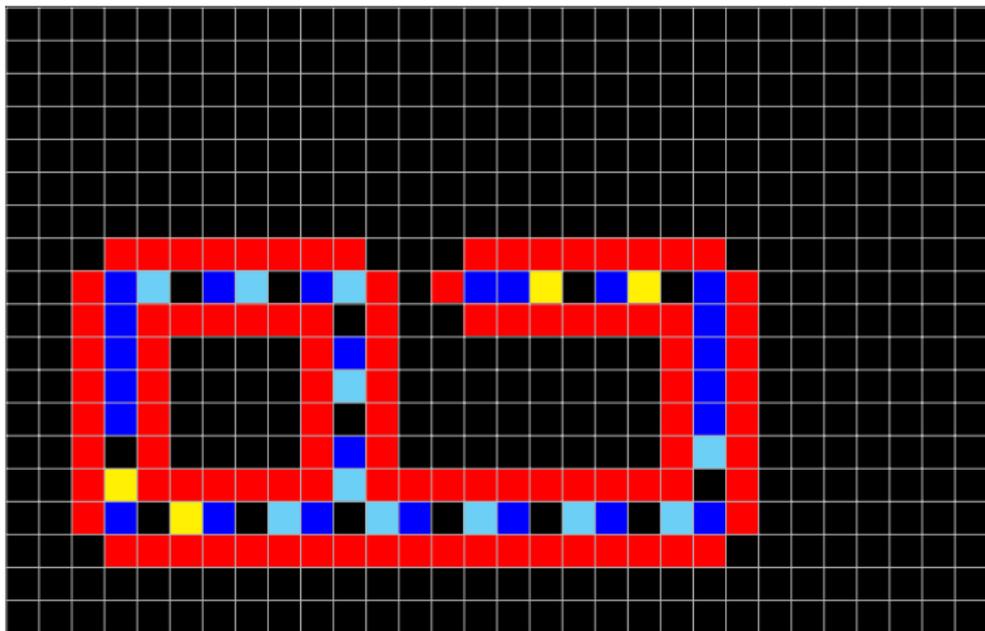
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

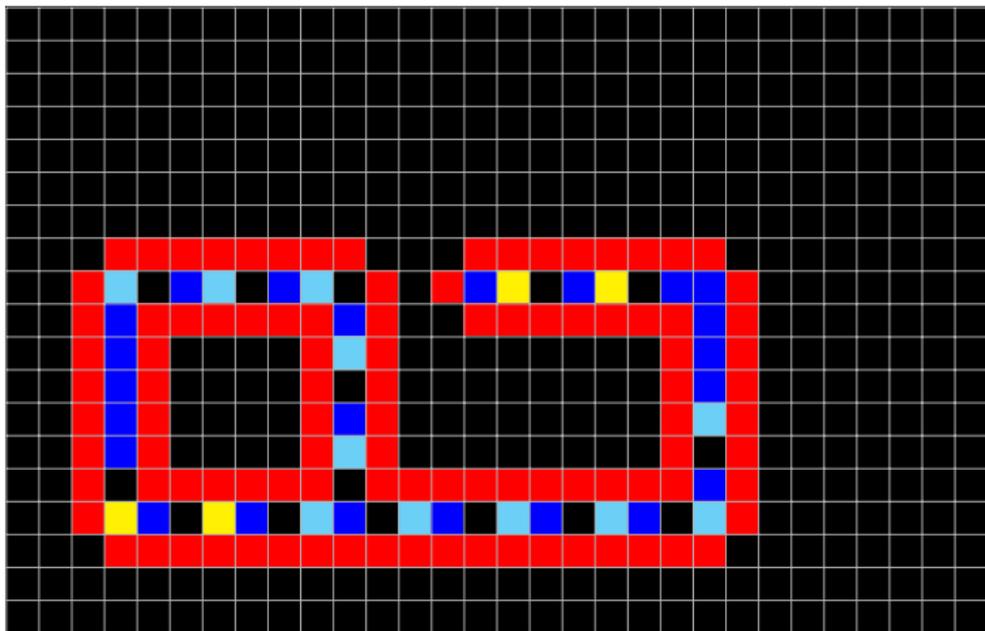
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

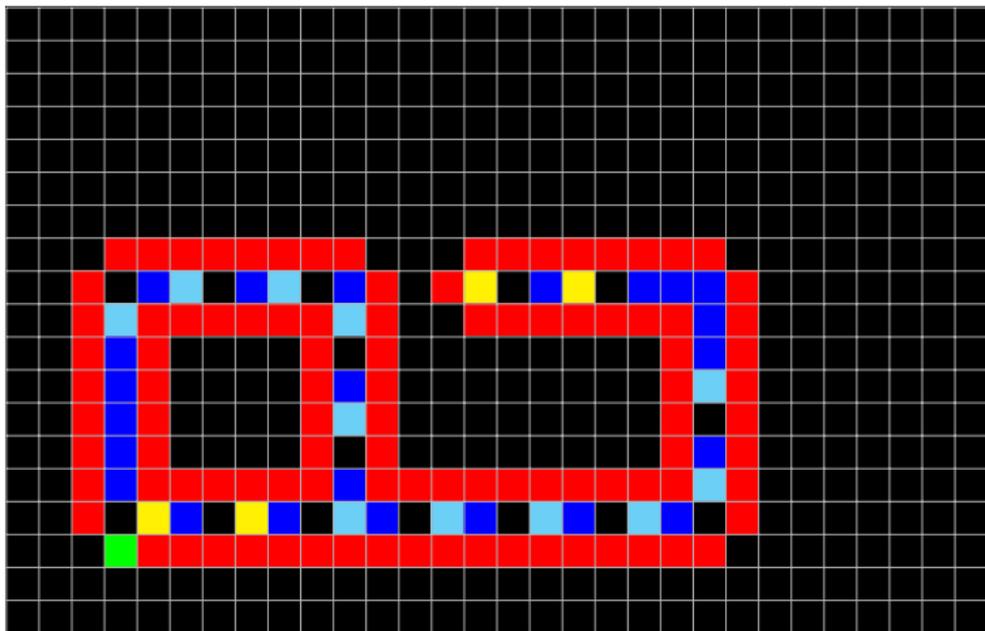
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

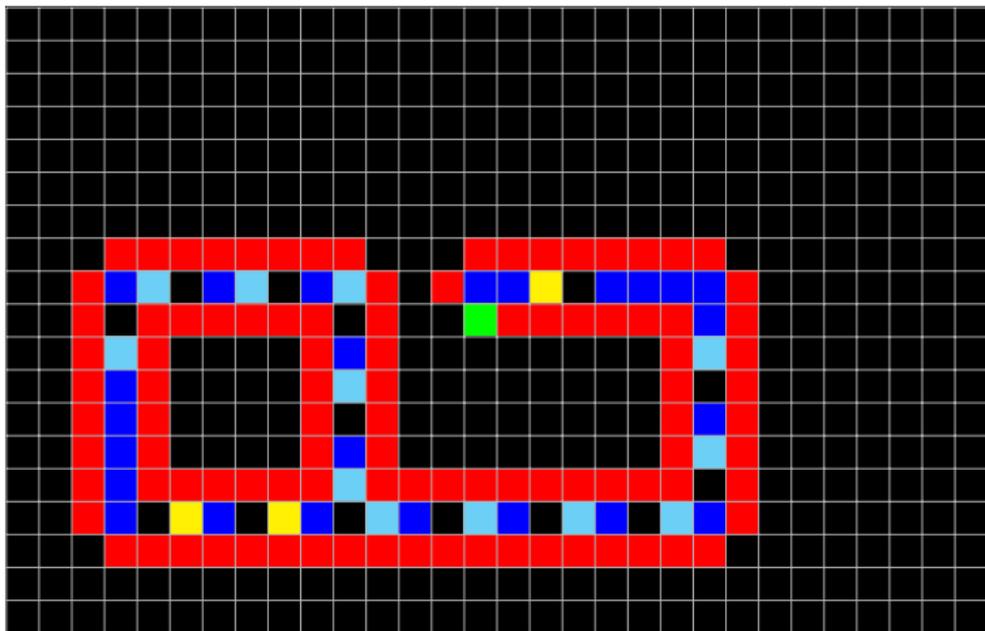
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

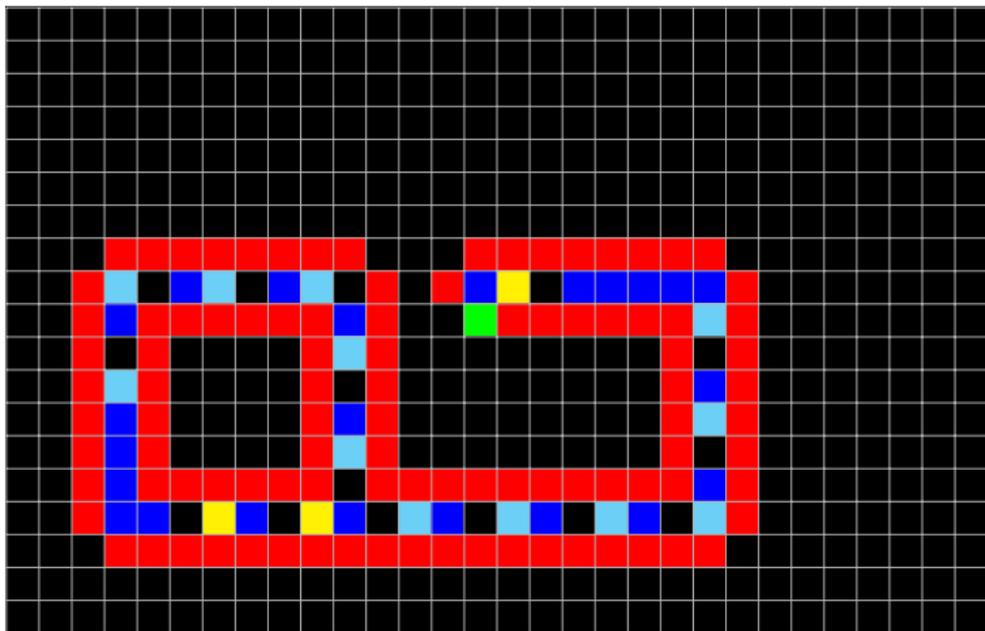
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

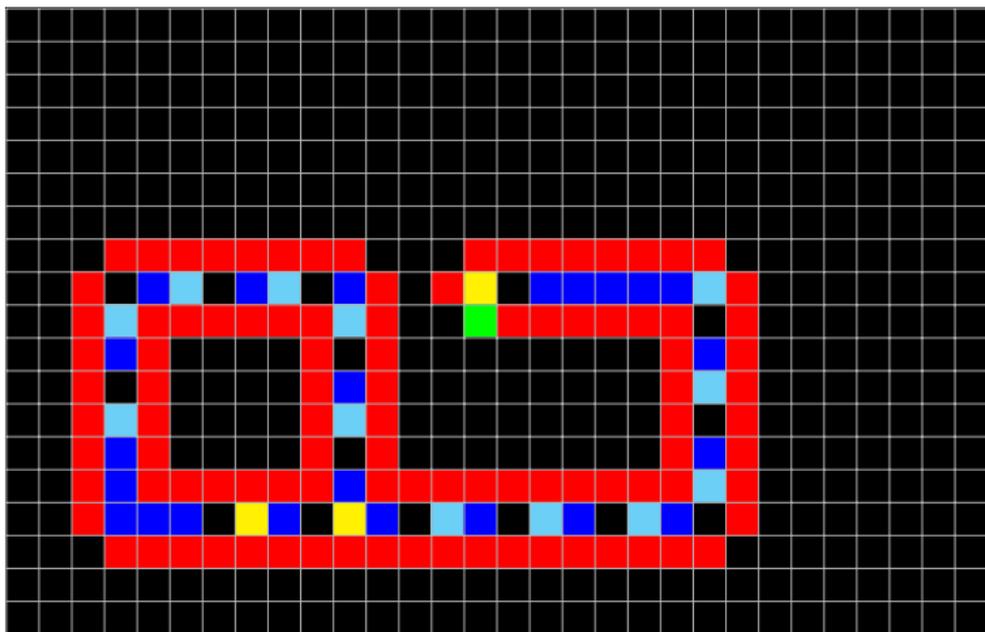
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

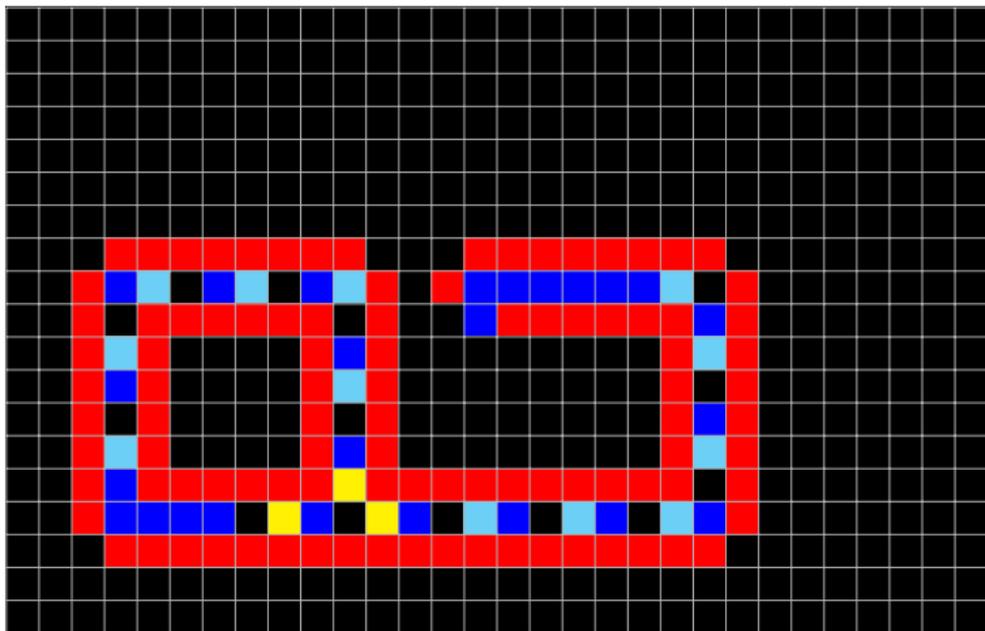
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

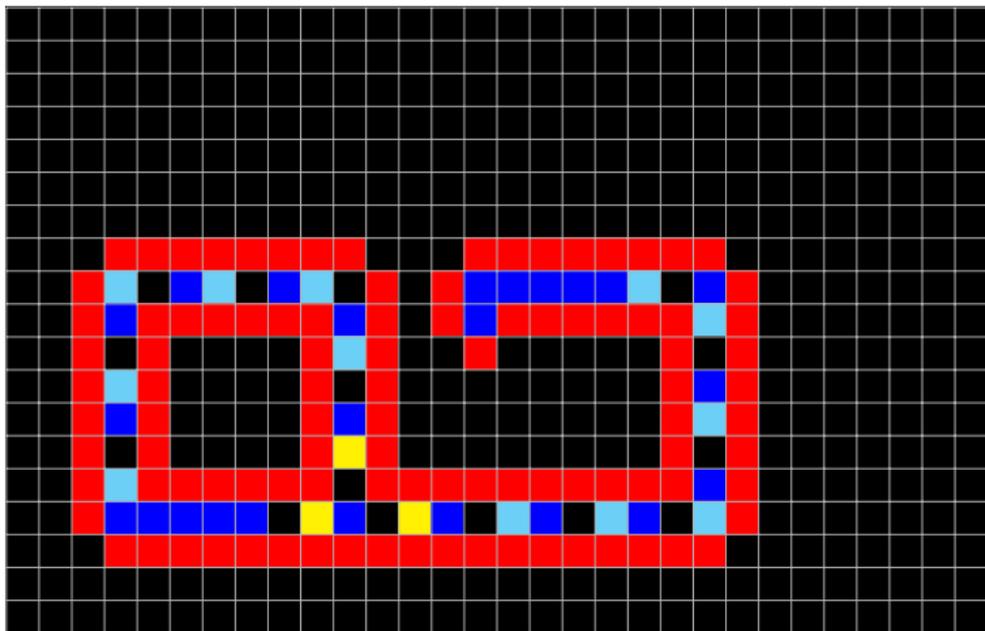
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

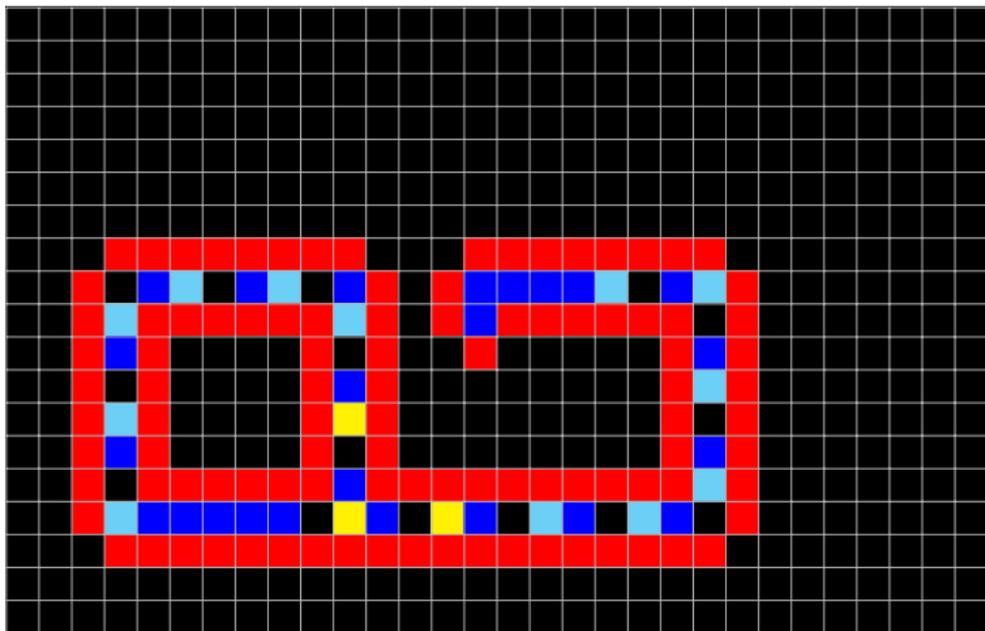
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

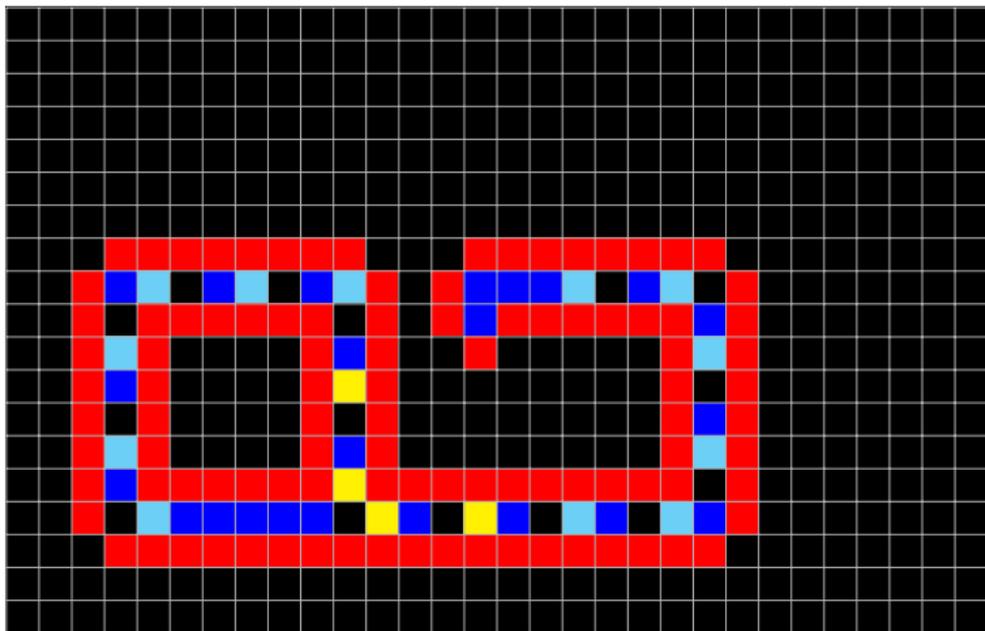
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

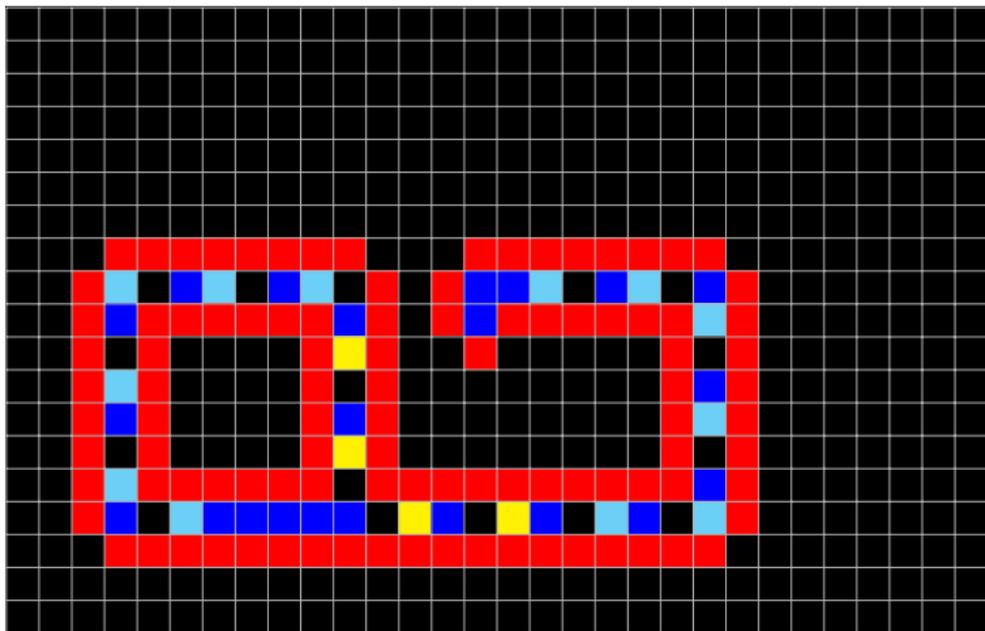
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

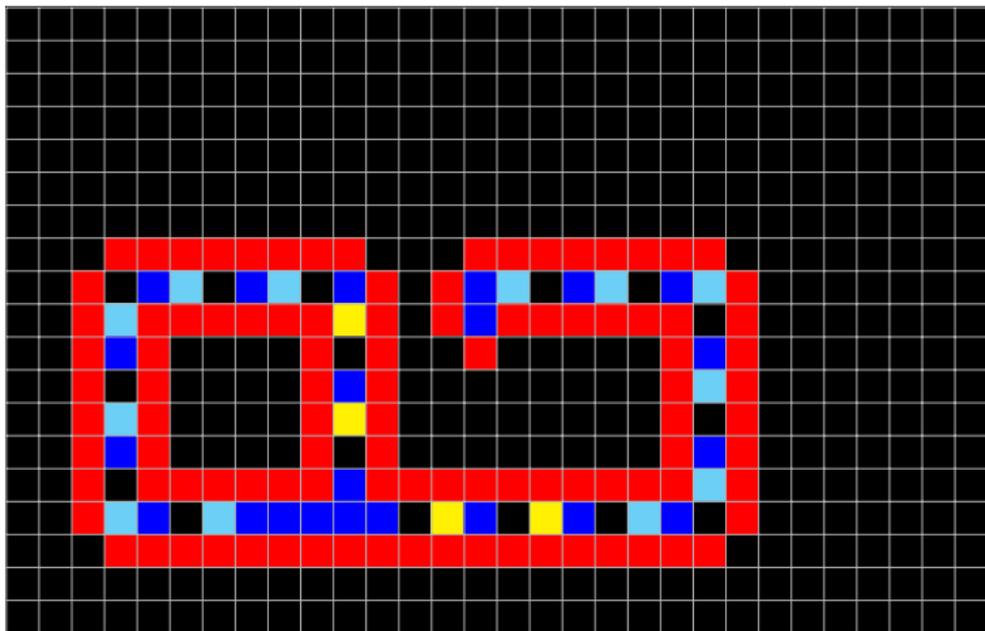
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

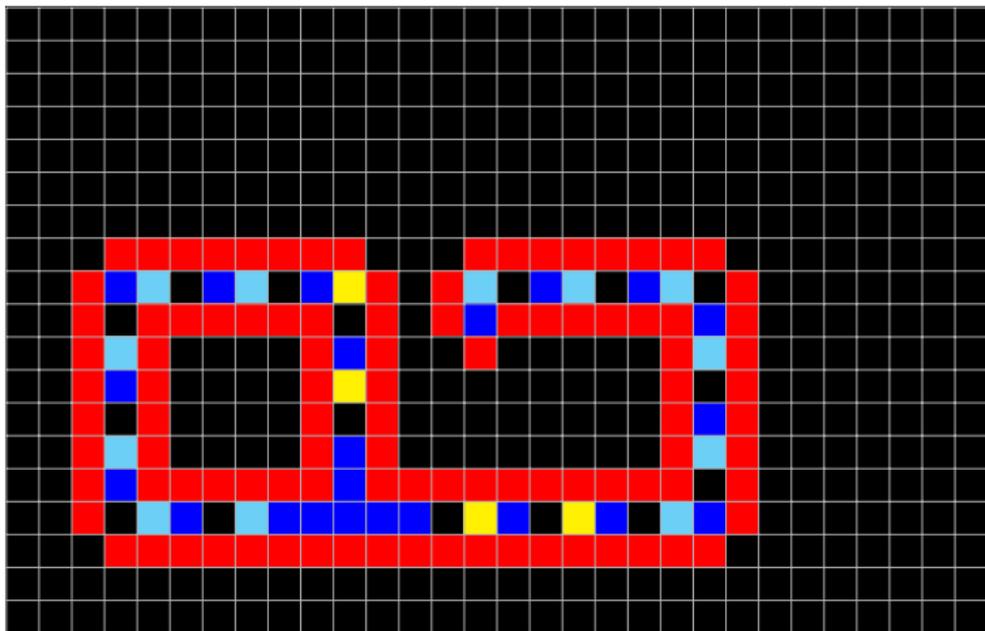
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

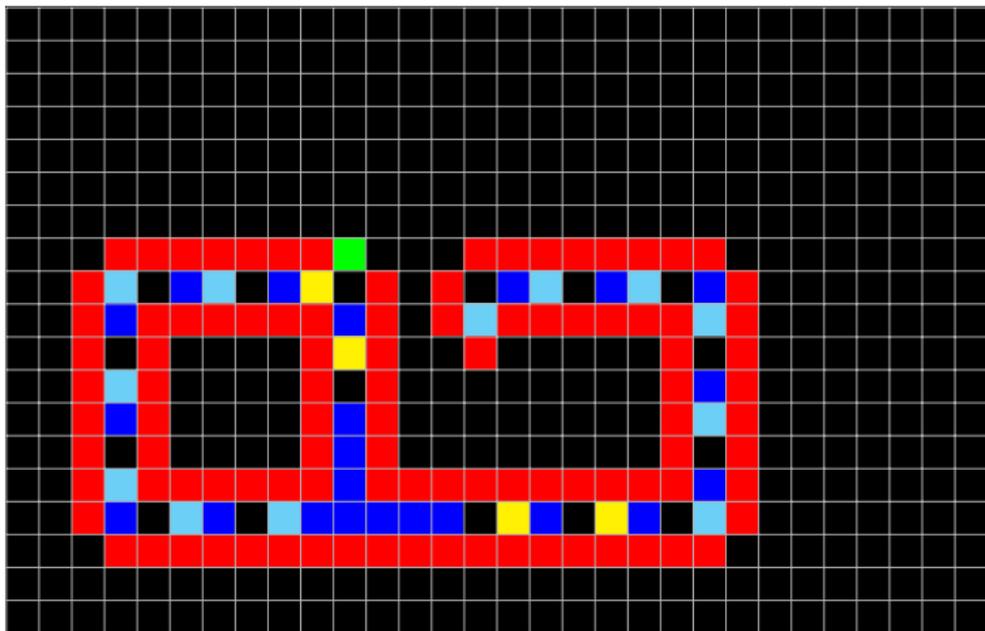
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

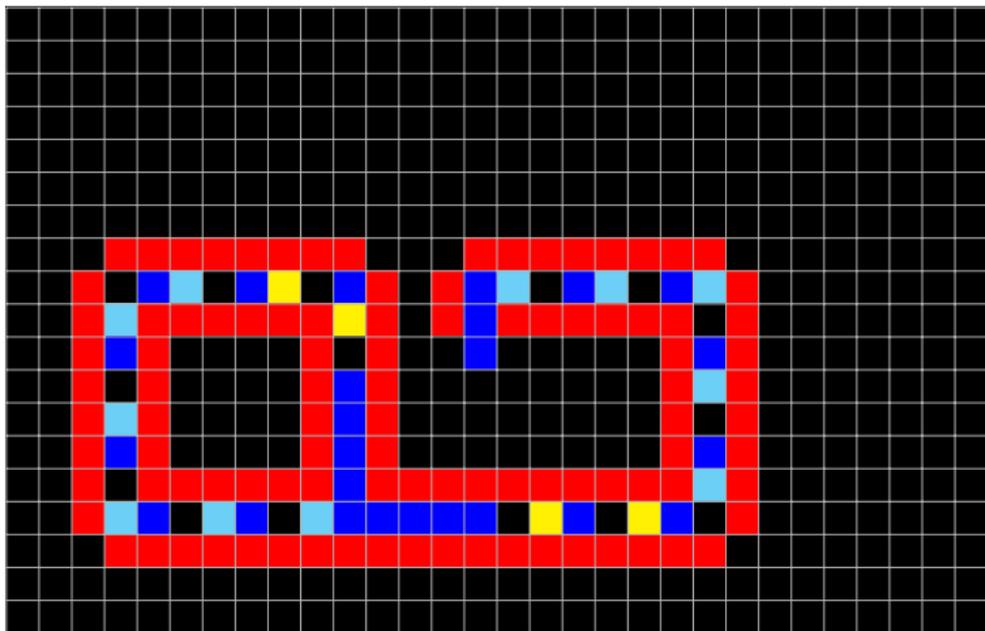
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

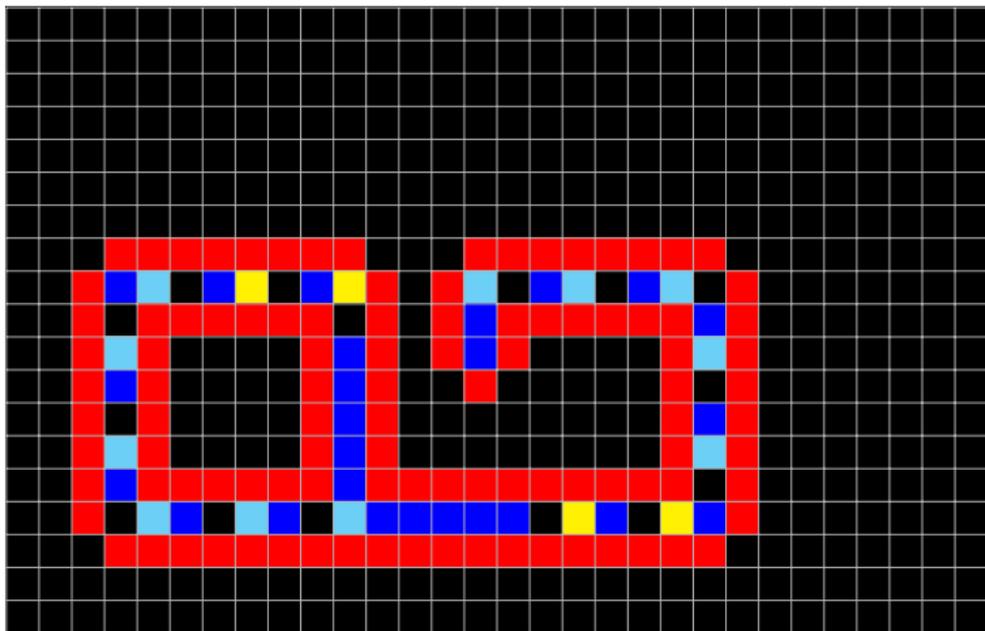
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

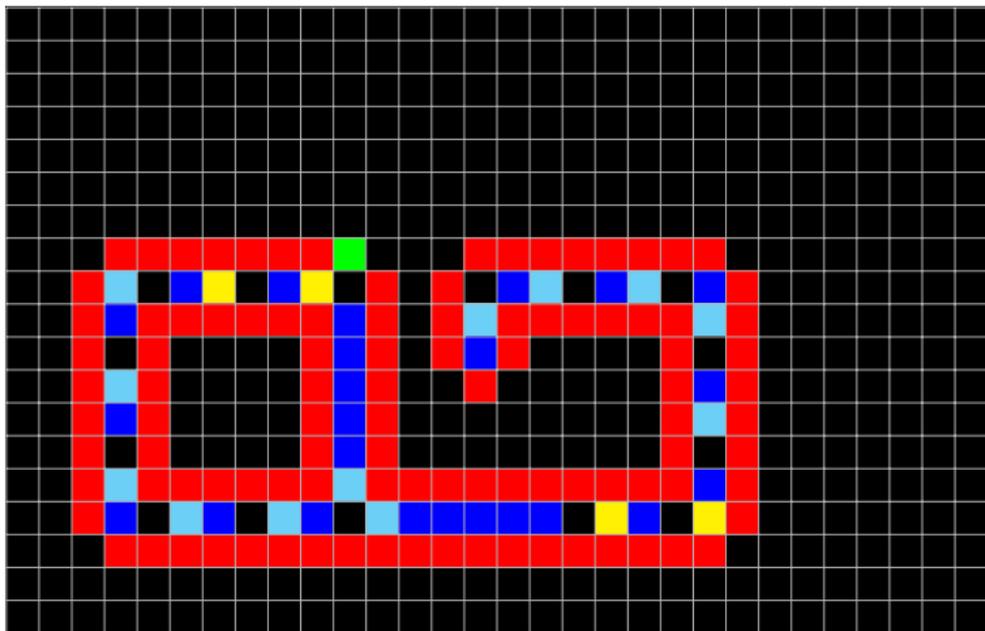
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

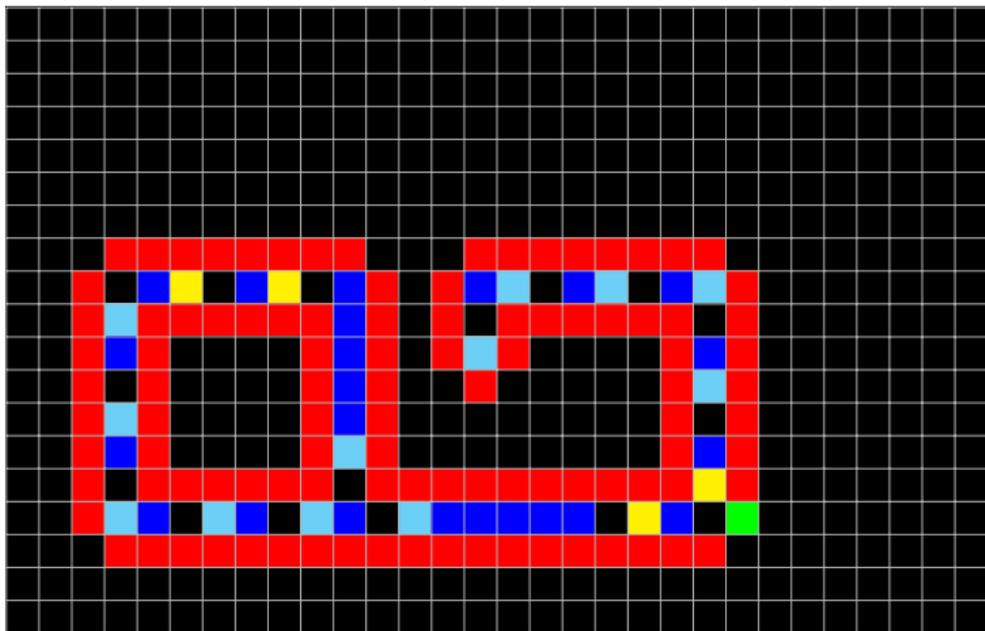
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

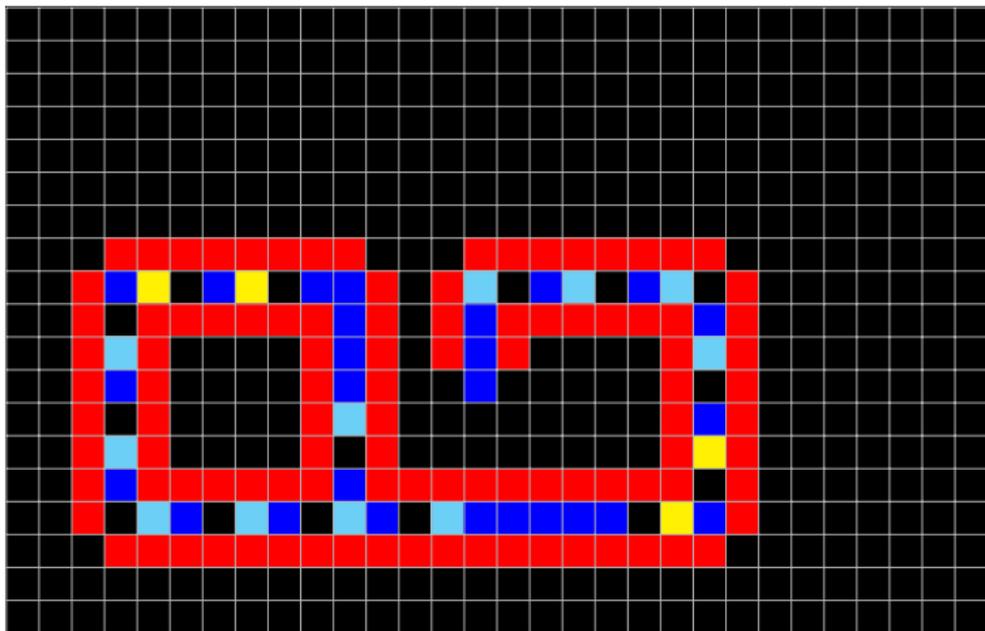
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

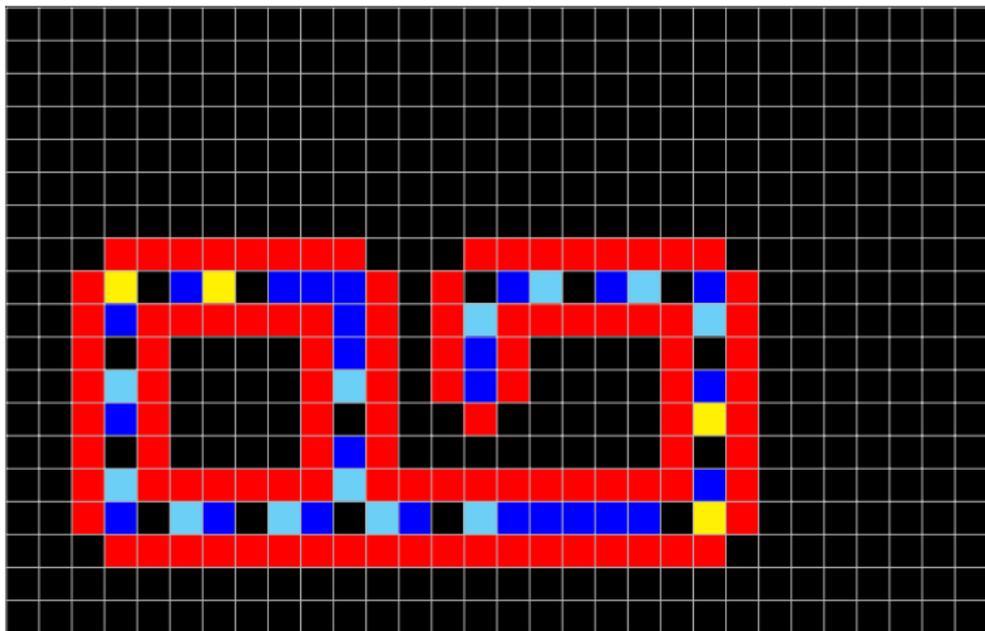
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

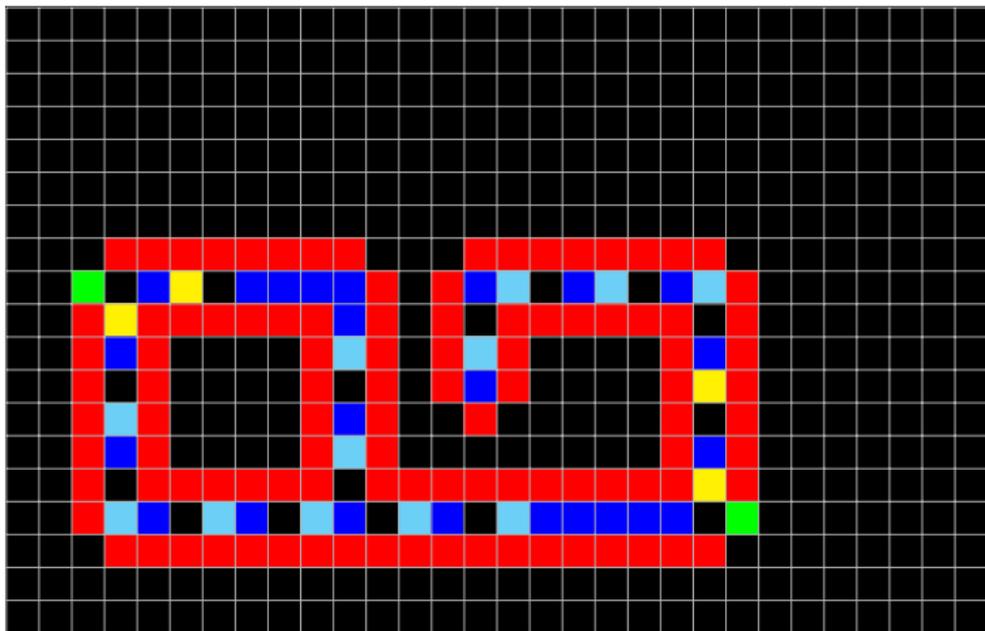
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

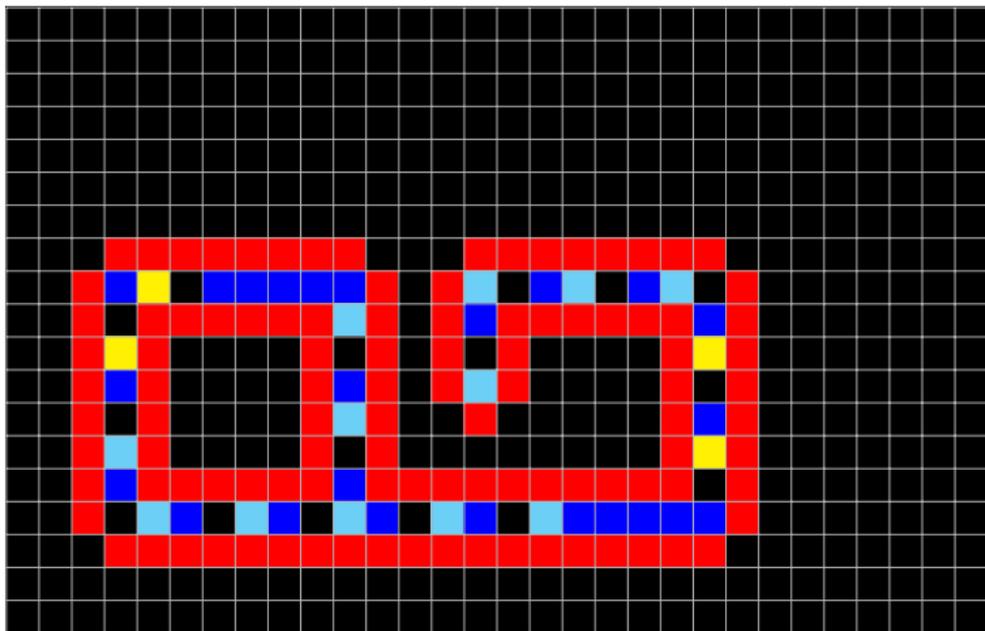
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

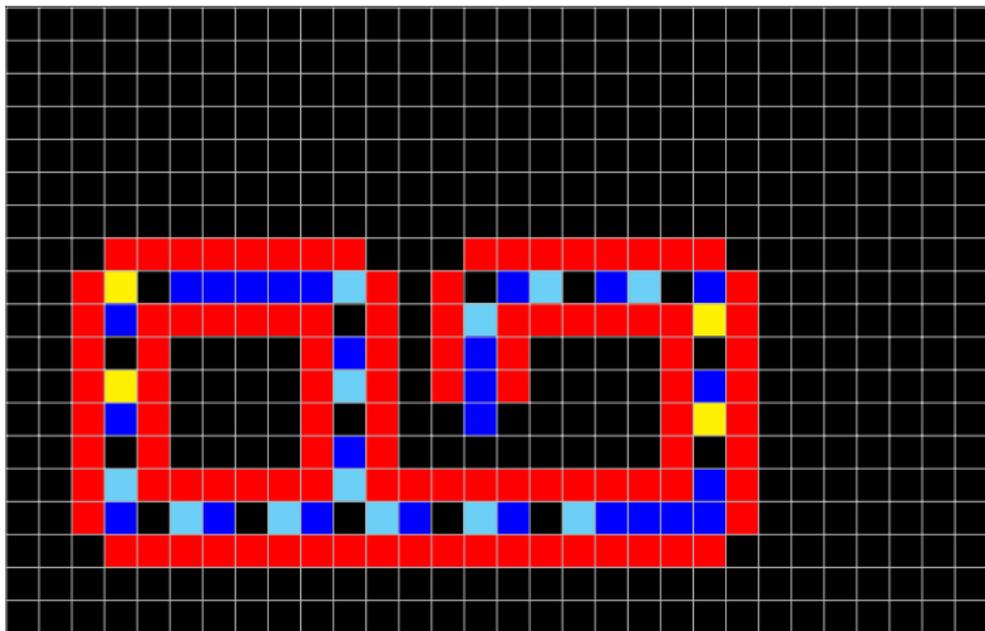
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

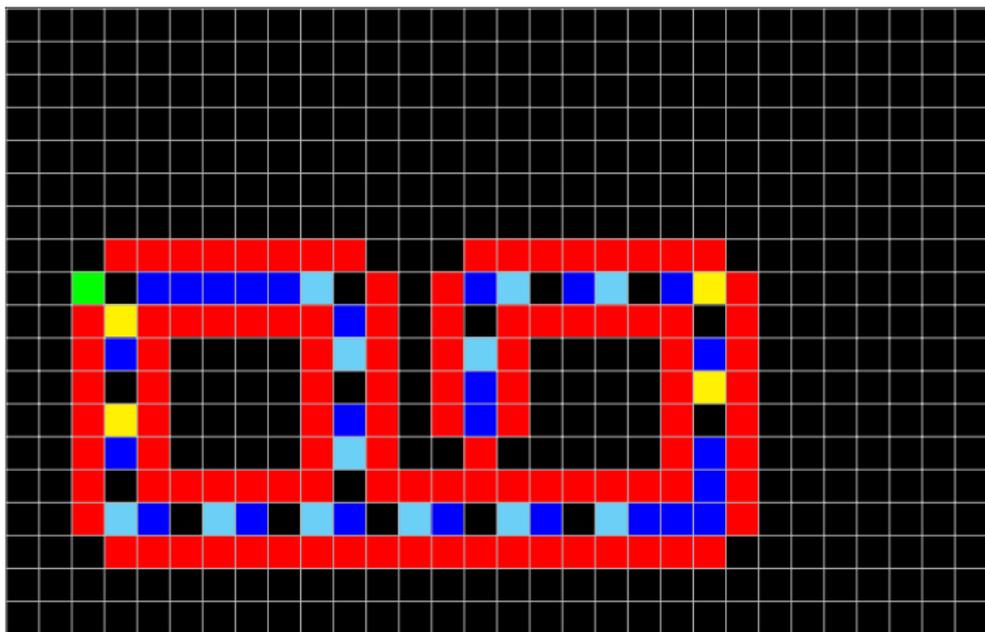
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

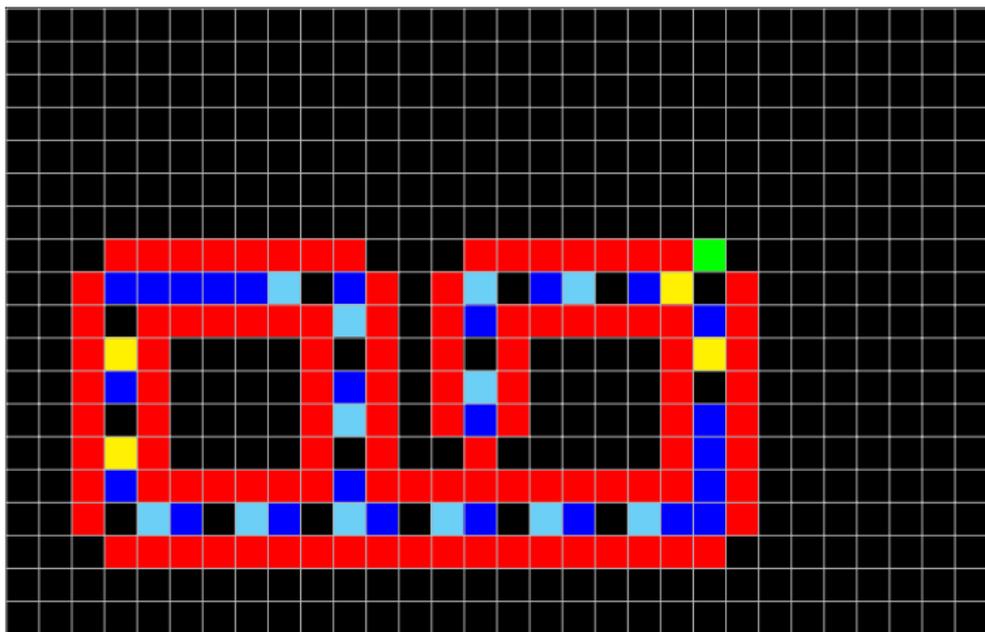
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

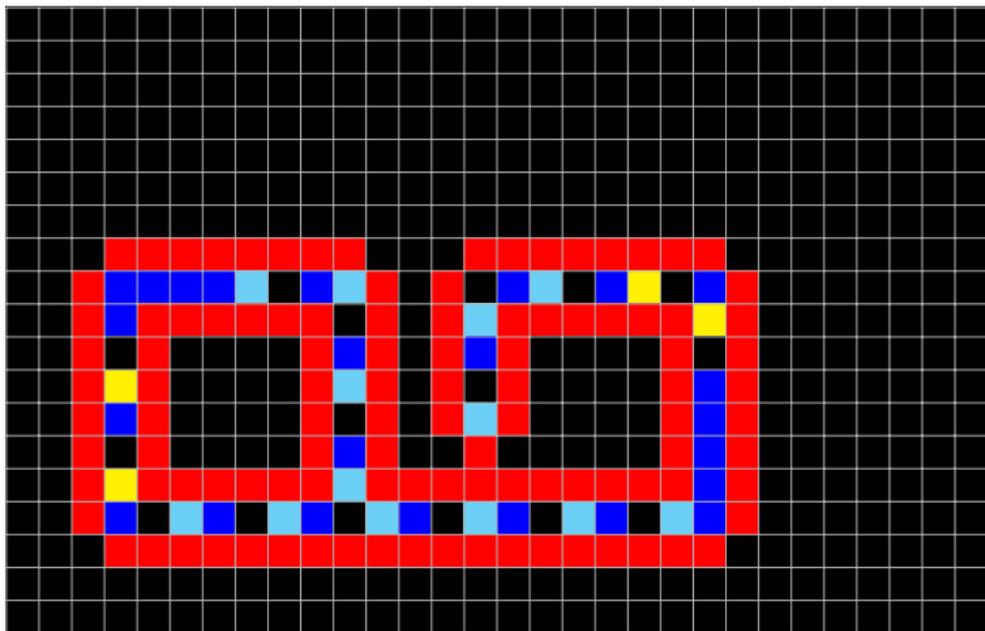
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

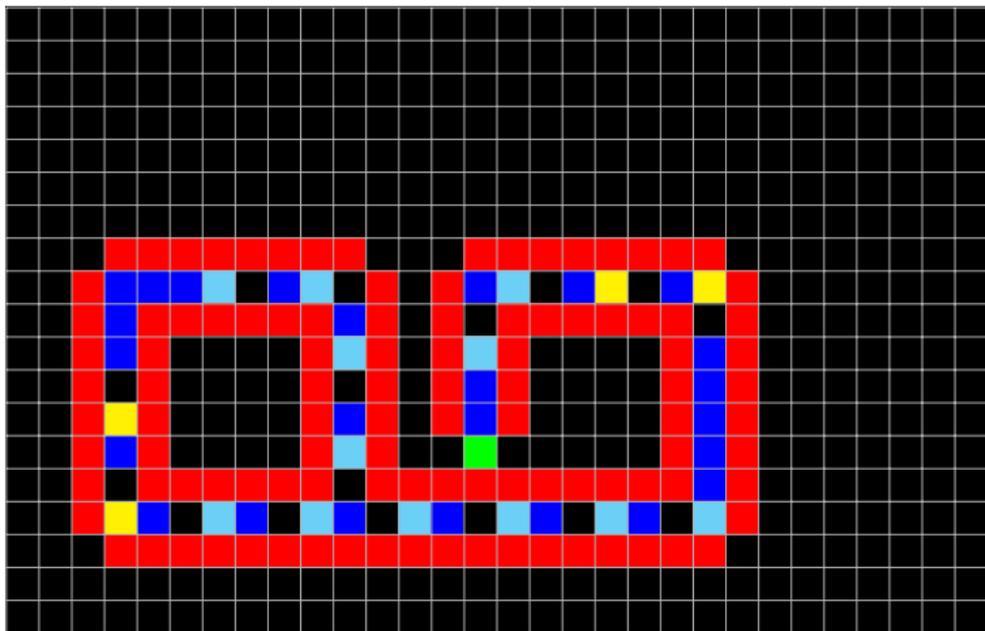
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

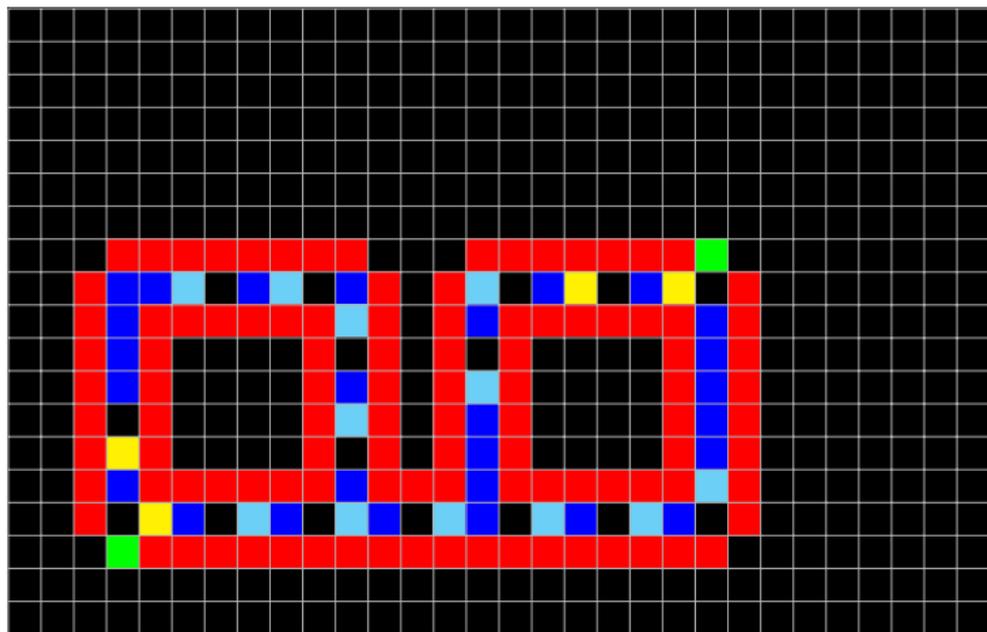
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

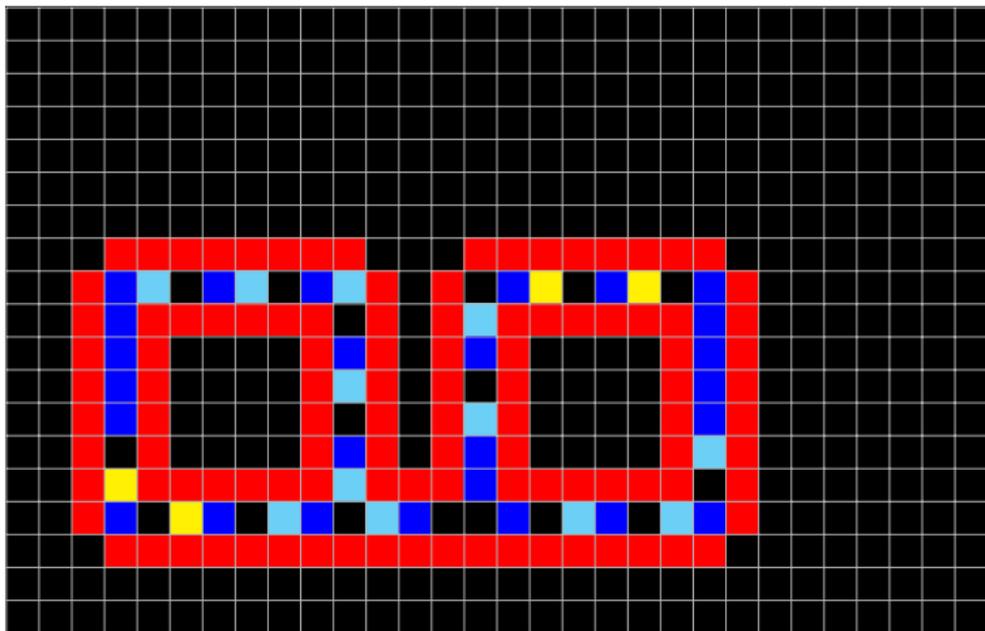
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

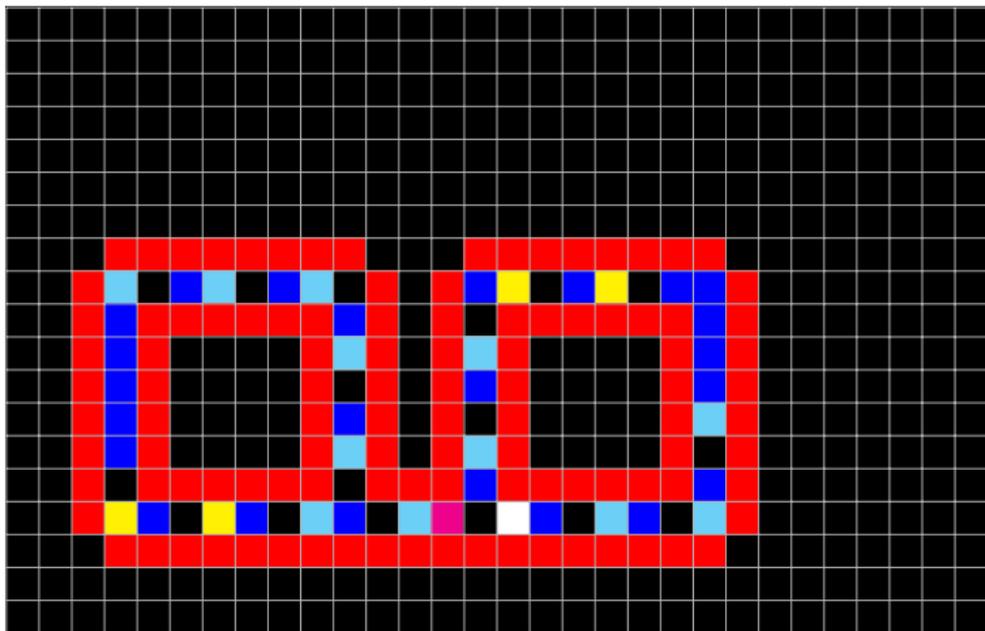
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

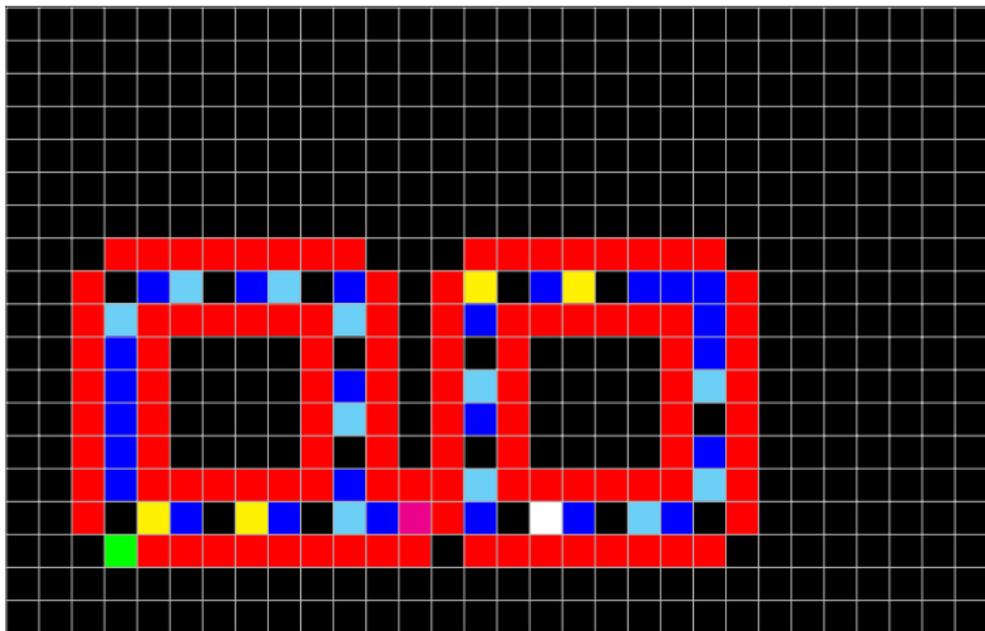
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

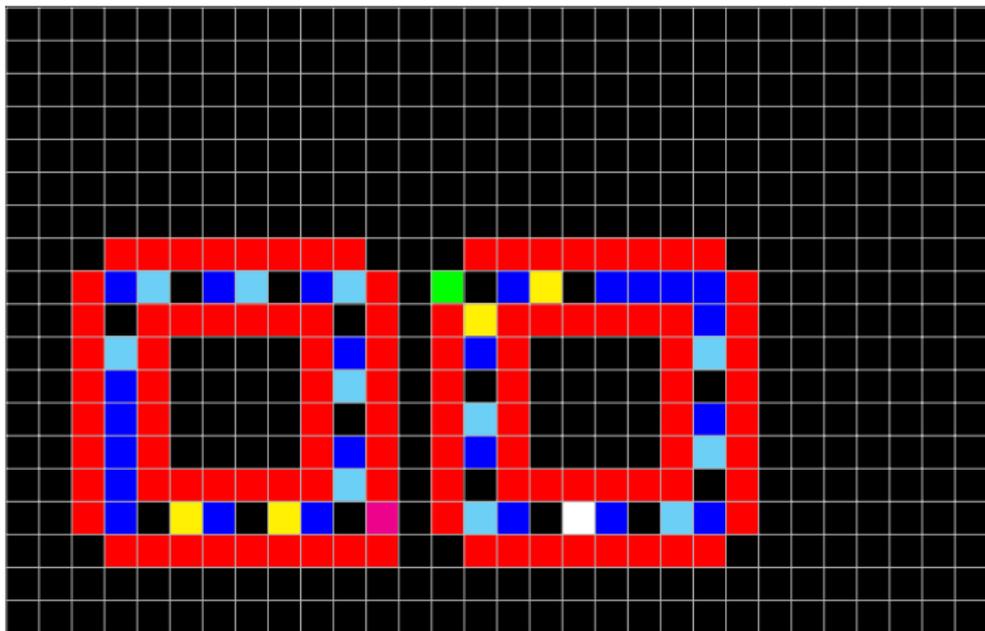
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

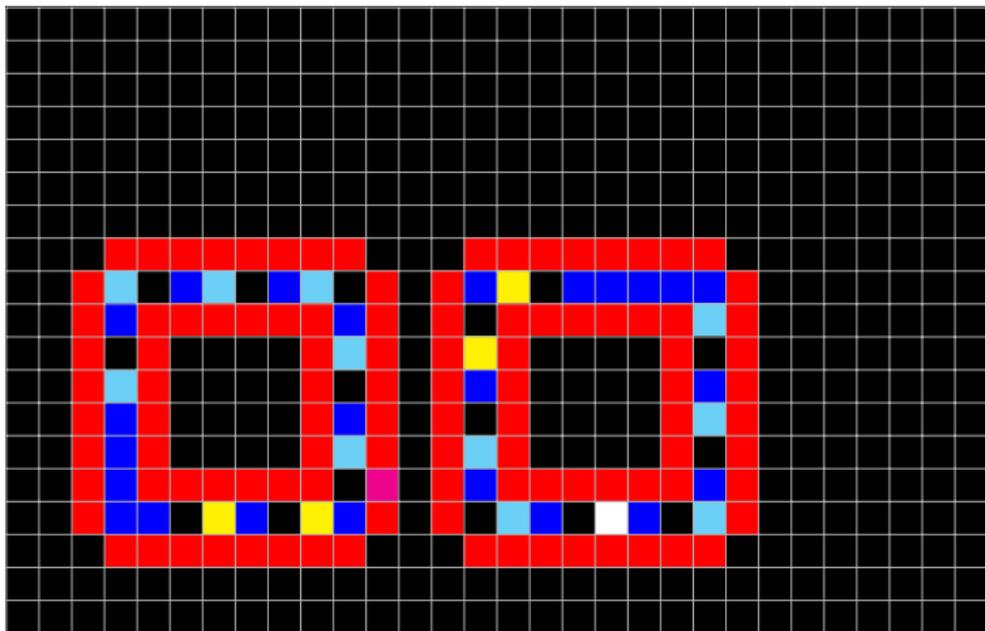
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

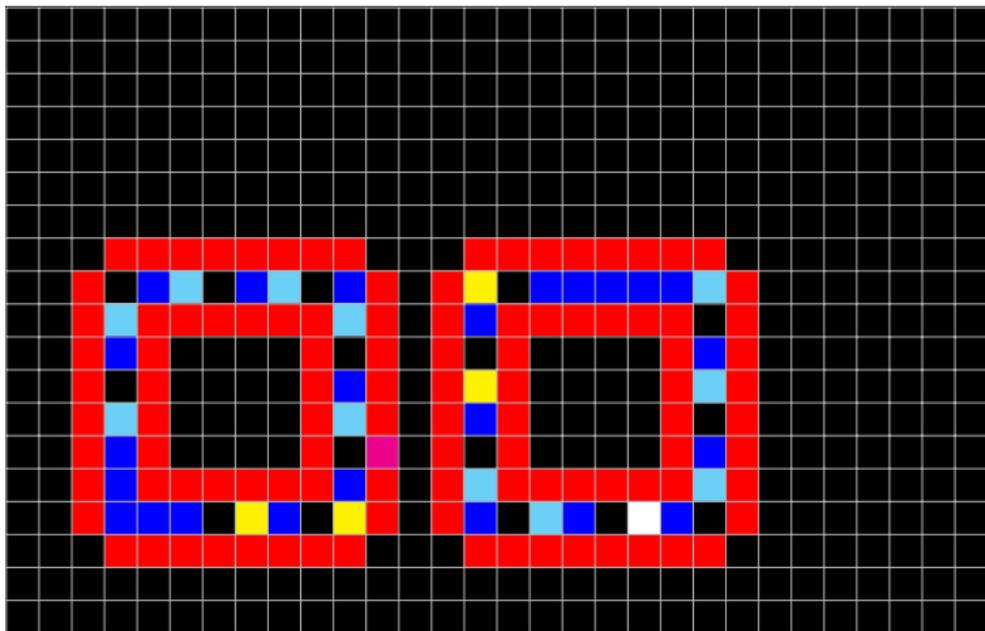
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

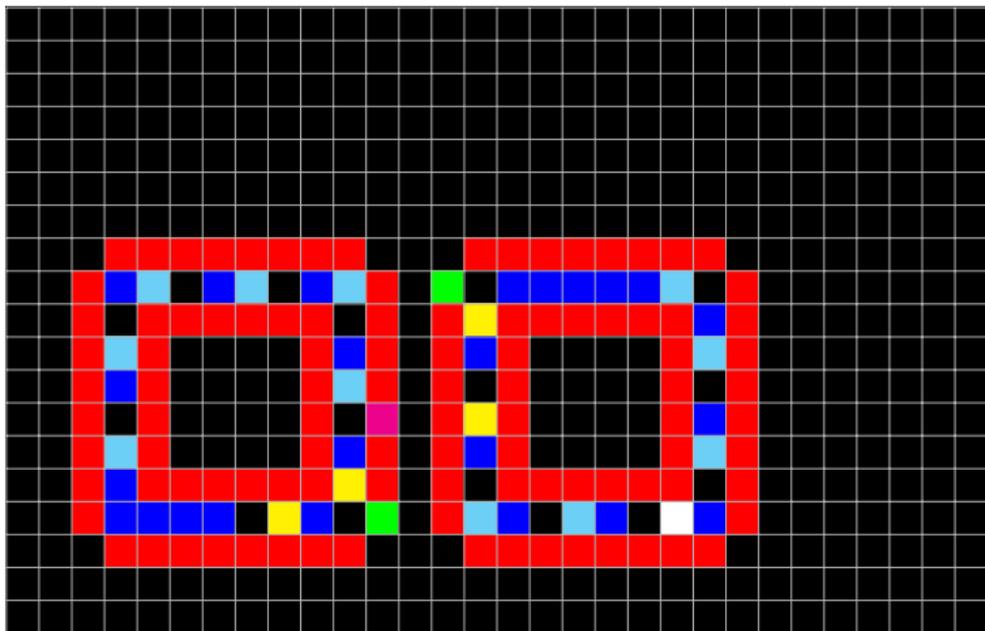
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

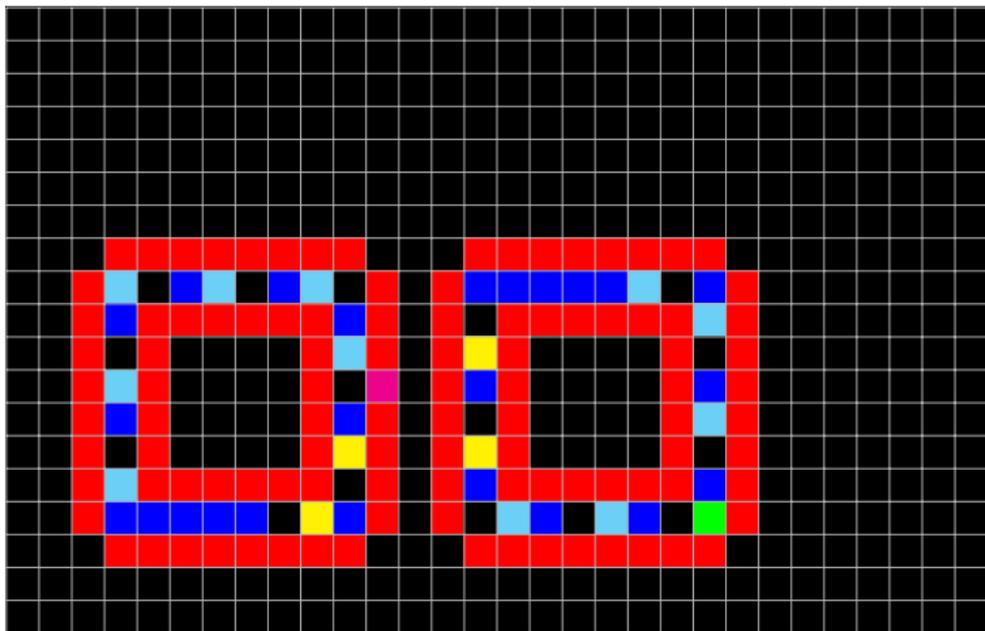
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

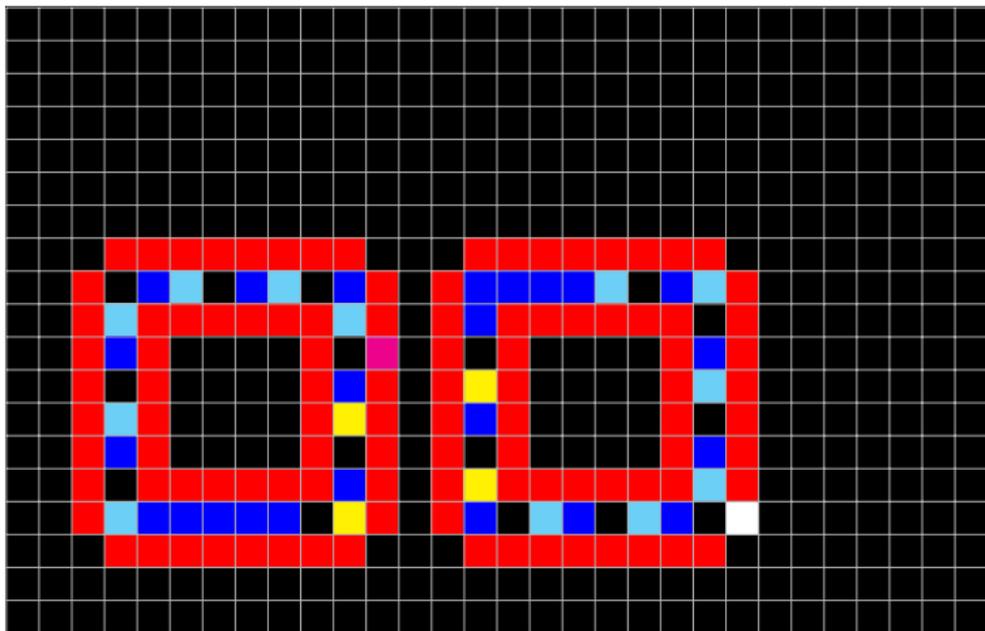
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

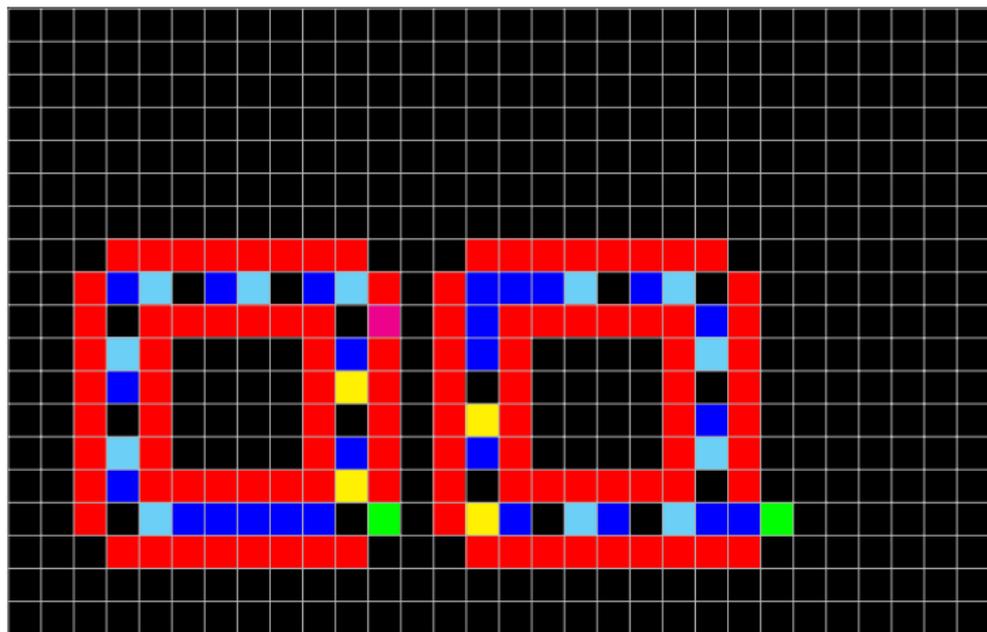
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

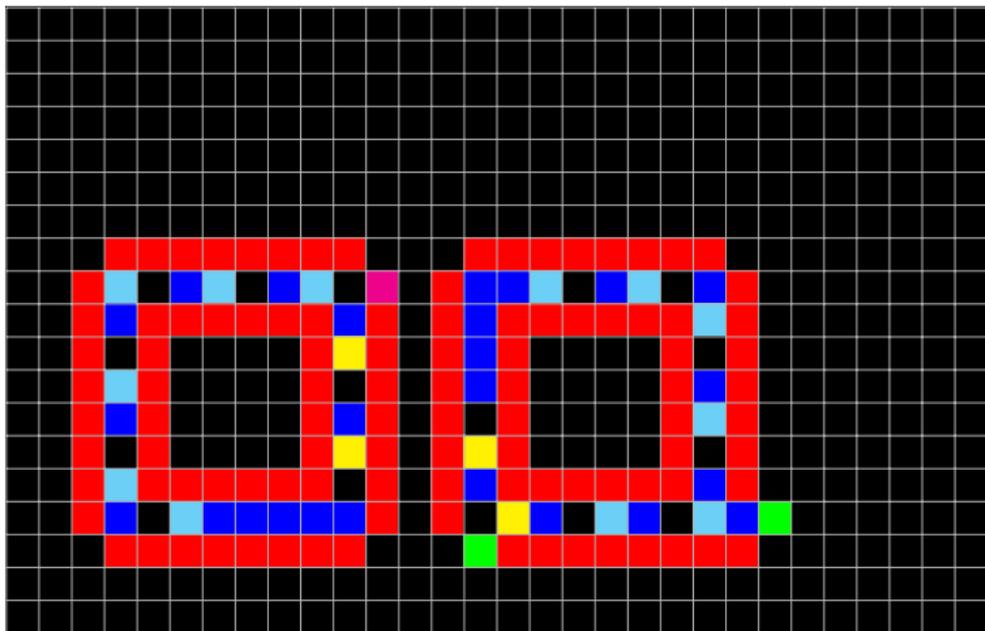
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

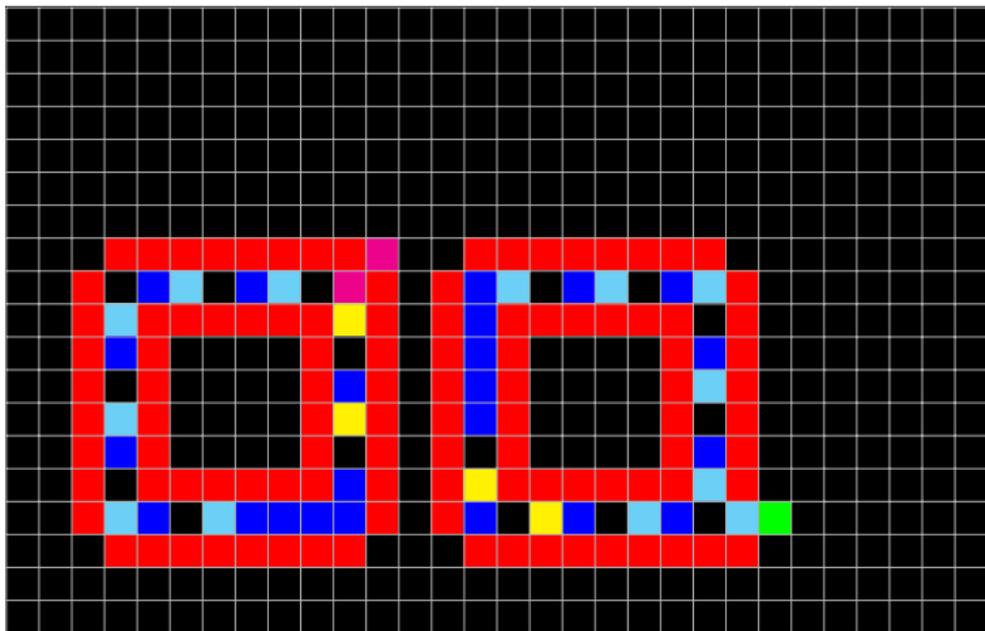
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

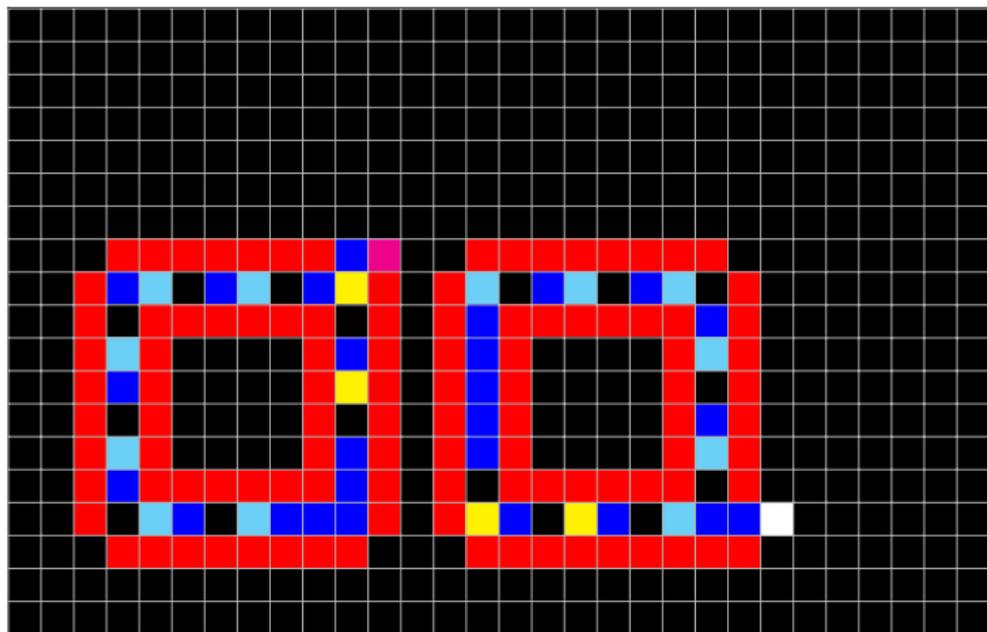
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

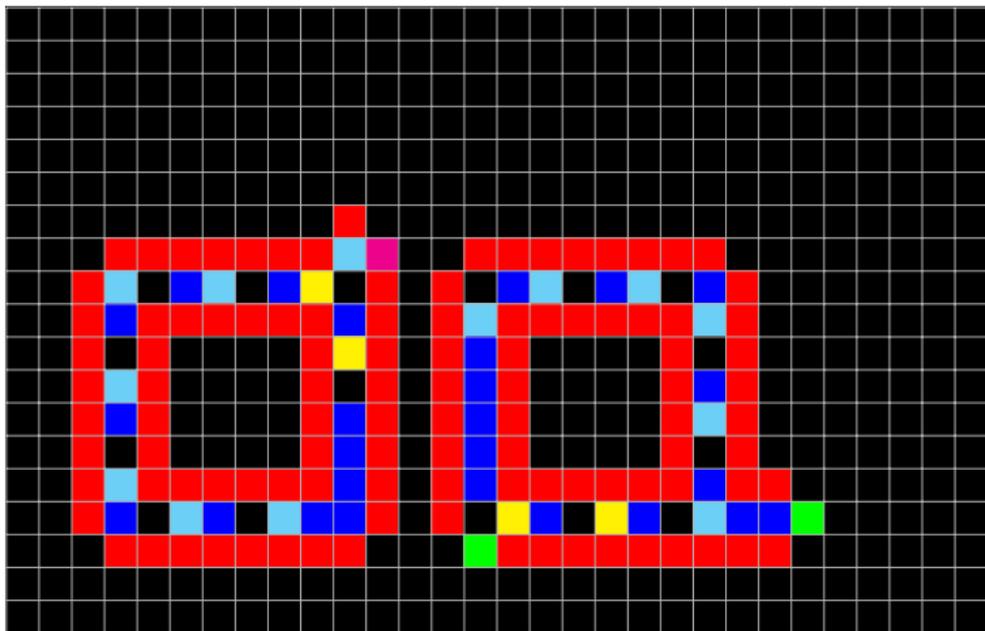
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

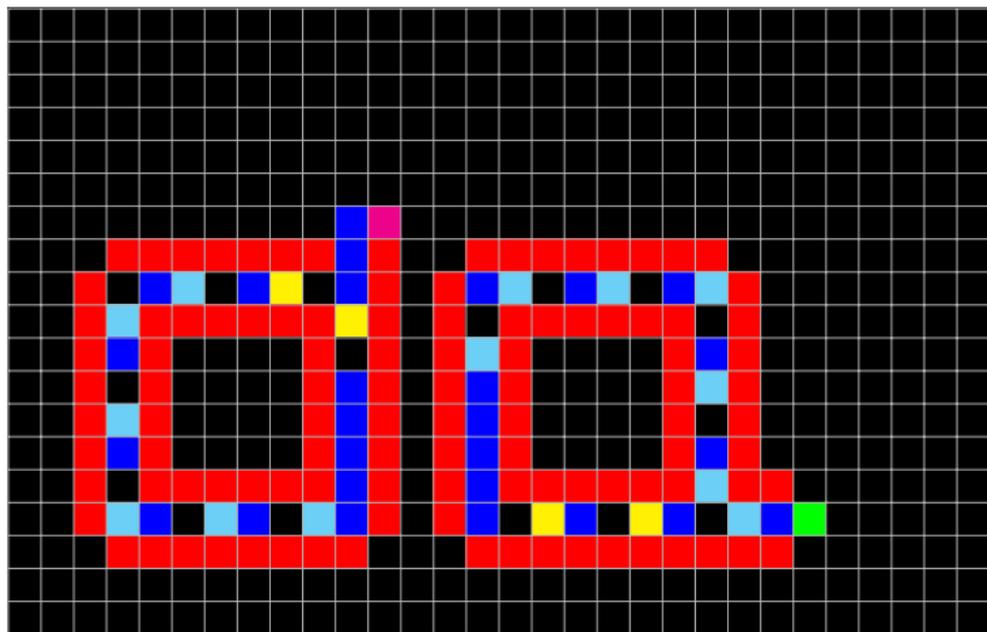
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

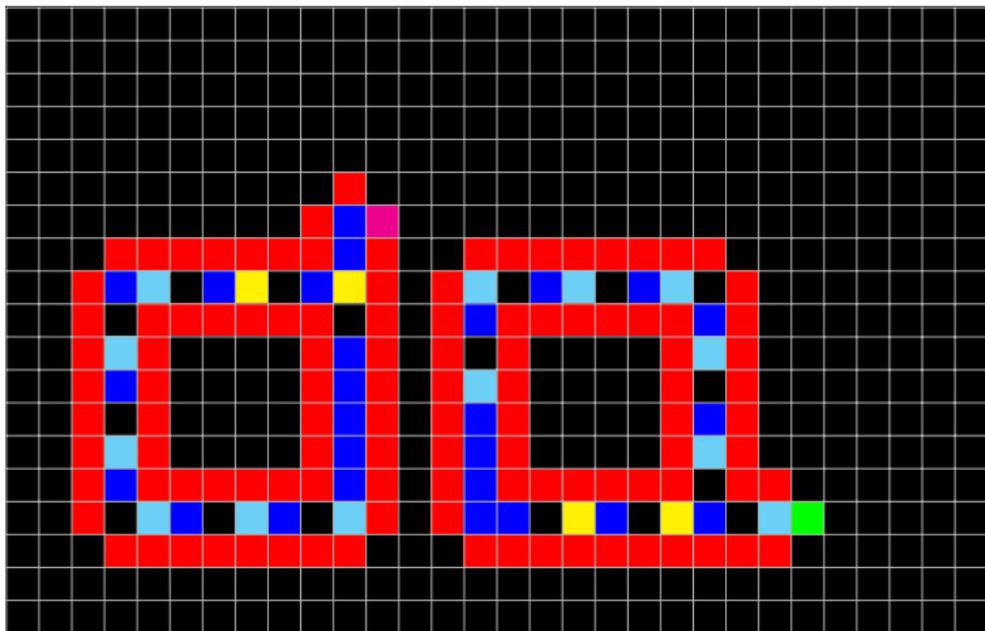
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

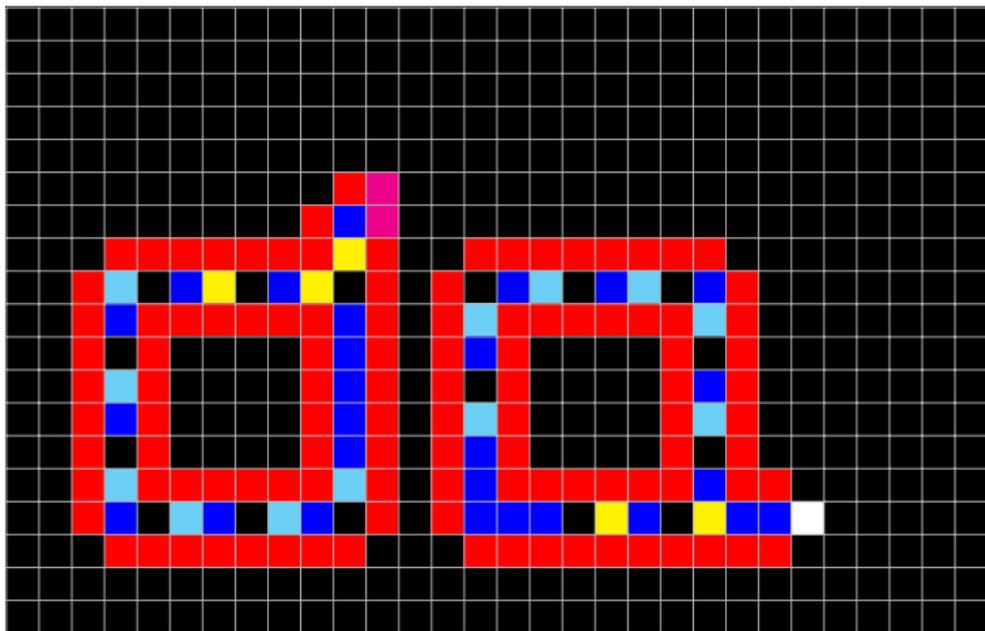
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

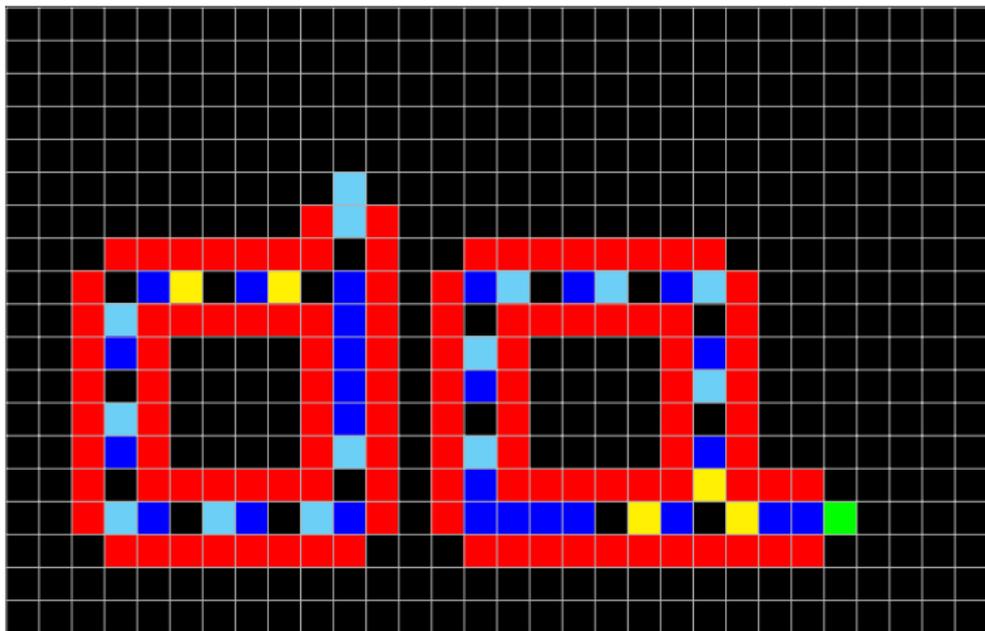
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

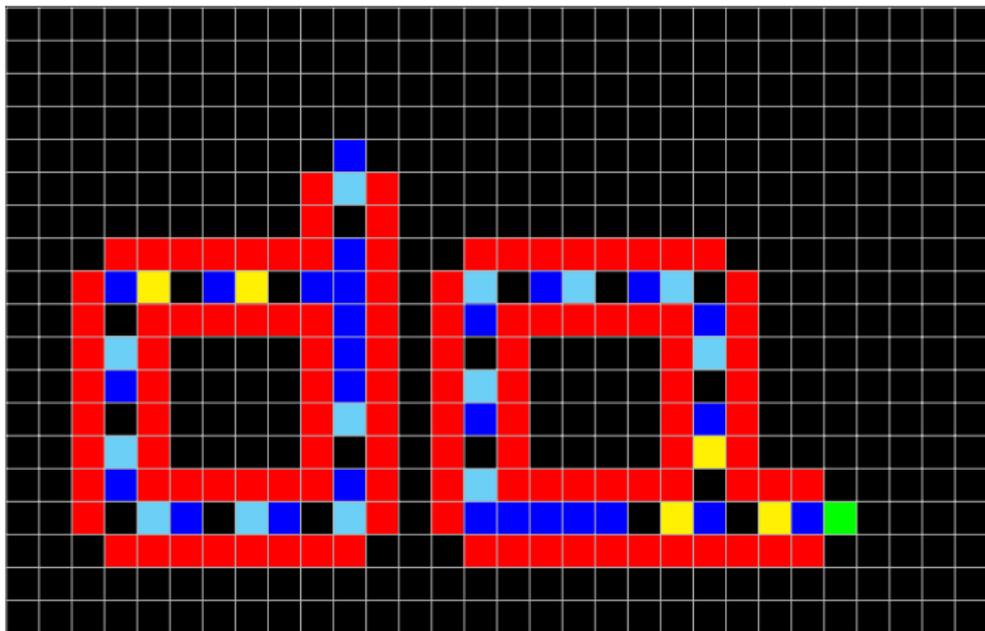
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

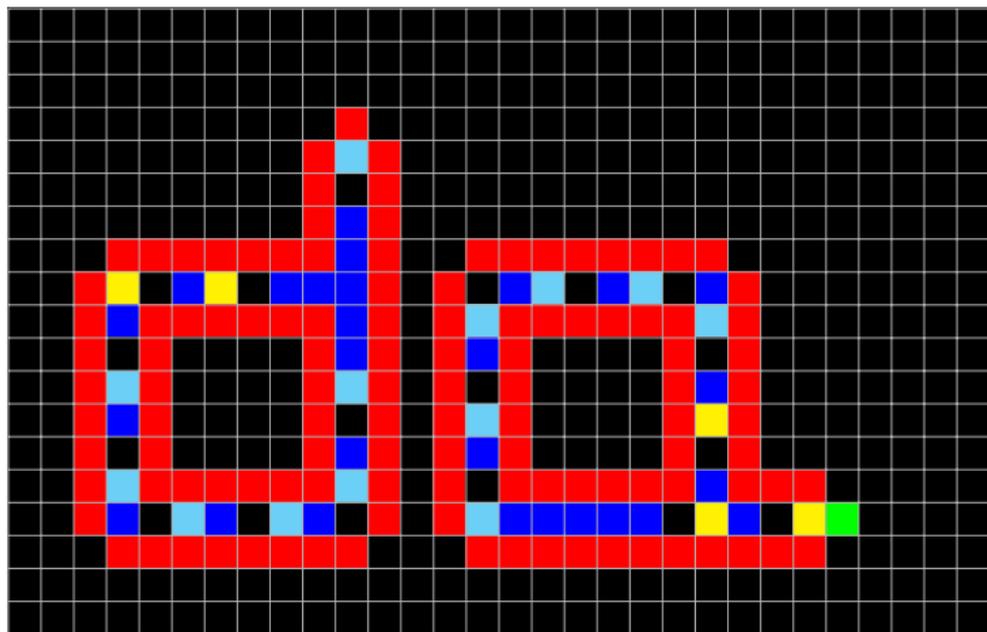
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

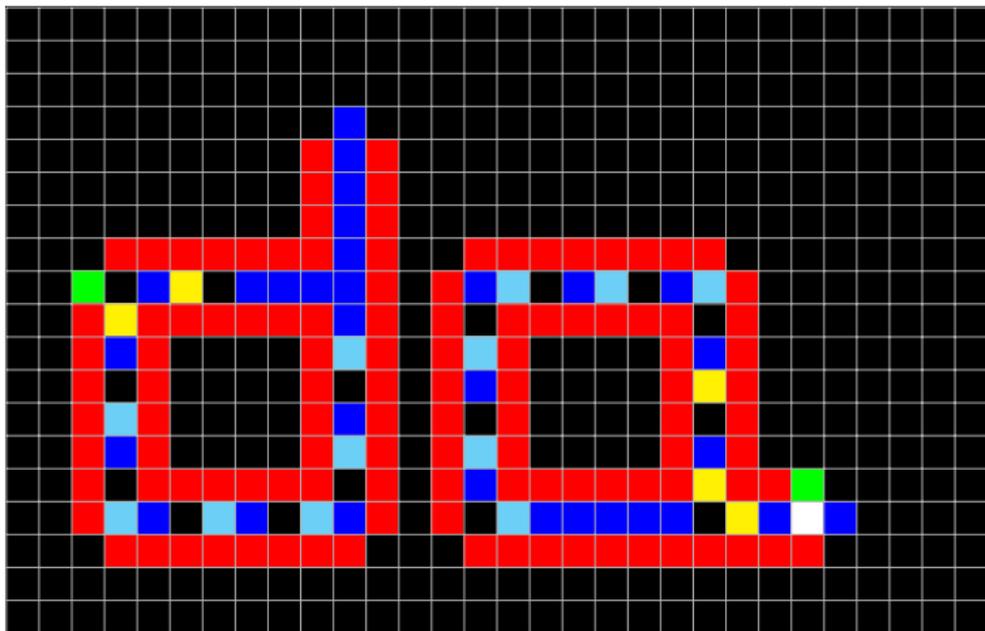
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)

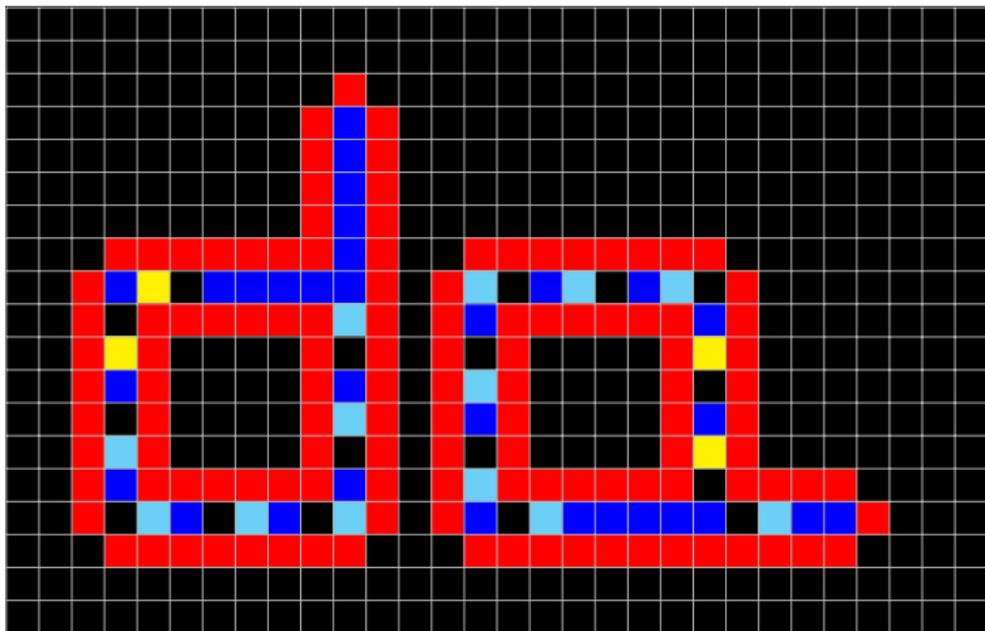
Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

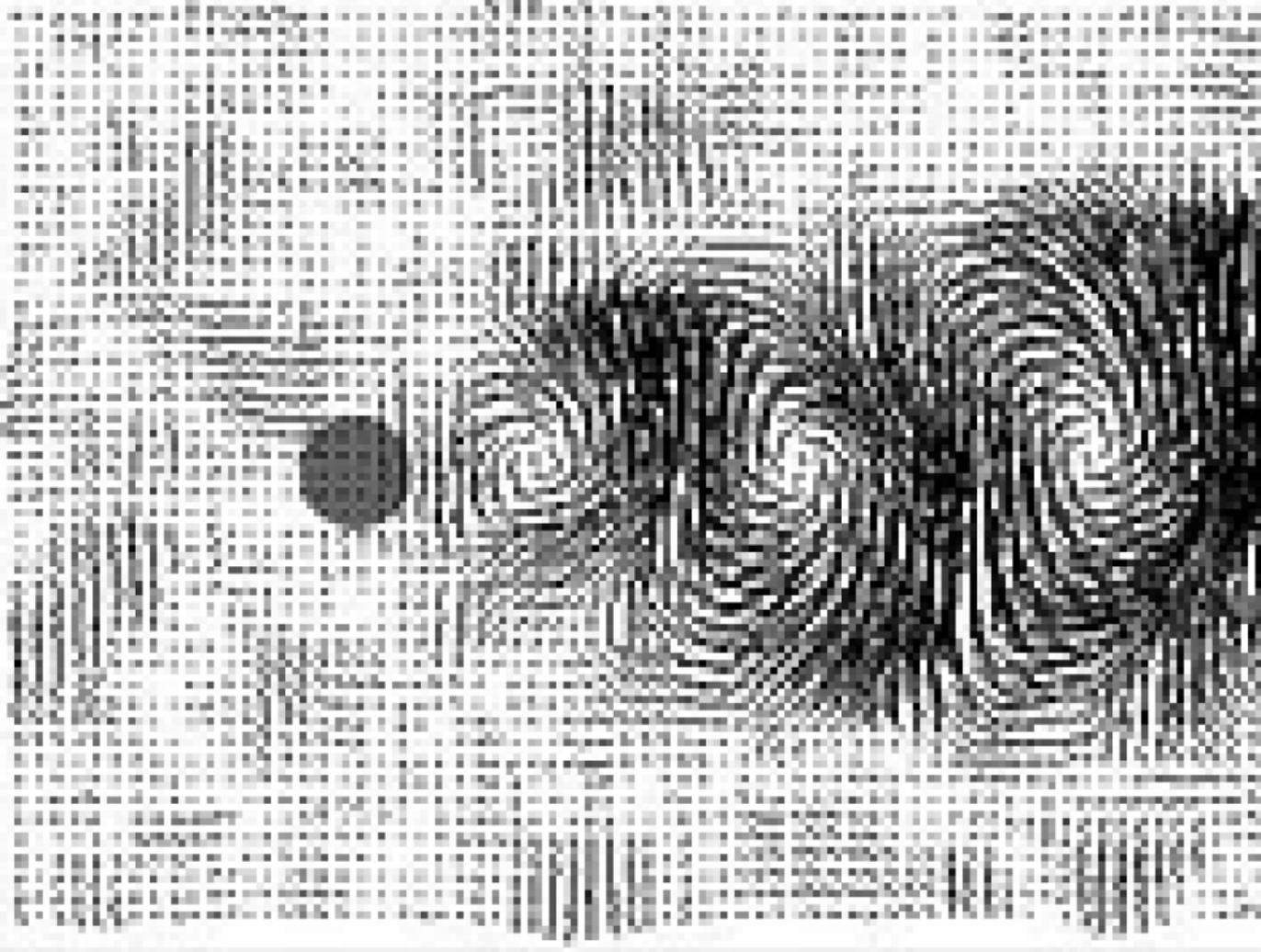
(Langton, 1984)

Boucles autorépliquantes de Langton



Langton modifie un AC de Codd à **8 états** autorépliquant **non universel invariant par rotation** (86 cellules, 151 étapes).

(Langton, 1984)



Exercice du jour

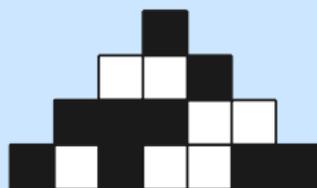
Exercice Écrire un **programme** qui, étant donné un automate cellulaire, **décide** si toute configuration initiale atteint un même point fixe.

1. Automates cellulaires

2. Calculabilité

3. Pavages

4. Conclusion

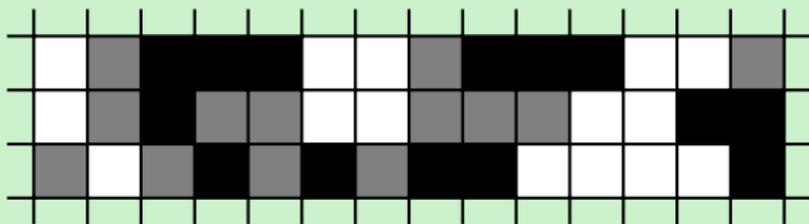


Automates cellulaires



Définition Un **AC** est un triplet (S, N, f) où S est un **ensemble fini d'états**, $N \subseteq_{\text{fini}} \mathbb{Z}^2$ est un **voisinage** fini et $f : S^N \rightarrow S$ est la **règle locale de transition** de l'automate cellulaire.

Une **configuration** $c \in S^{\mathbb{Z}^2}$ est un coloriage de \mathbb{Z}^2 par S .



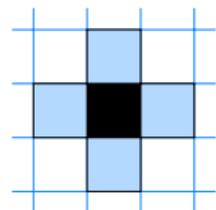
La **fonction globale** $F : S^{\mathbb{Z}^2} \rightarrow S^{\mathbb{Z}^2}$ applique f uniformément et localement :

$$\forall c \in S^{\mathbb{Z}^2}, \forall z \in \mathbb{Z}^d, \quad F(c)(z) = f(c|_{z+N}).$$



Voisinage de **von Neumann** :

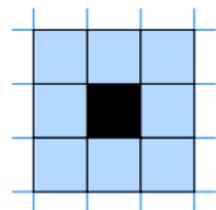
$$N_{\text{vN}} = \{0\} \times \{-1, 0, 1\} \cup \{-1, 0, 1\} \times \{0\}$$



von Neumann

Voisinage de **Moore** :

$$N_{\text{Moore}} = \{-1, 0, 1\} \times \{-1, 0, 1\}$$



Moore

Exemple : XOR

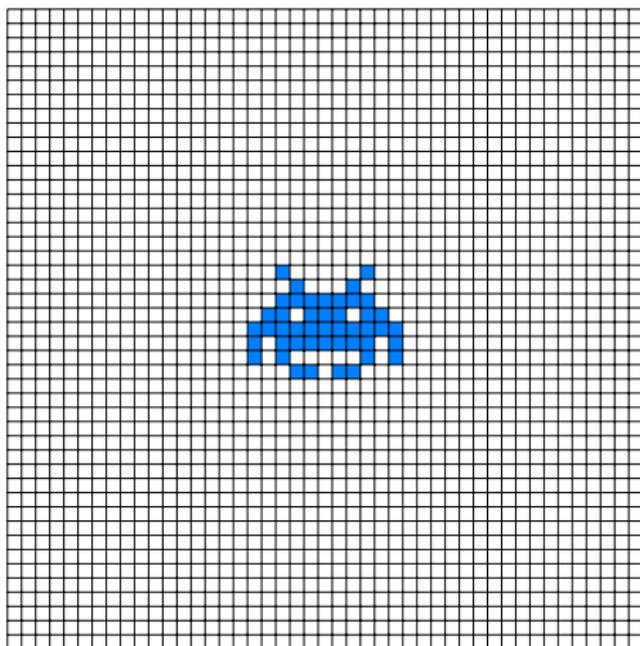


L'AC XOR

$$S = \mathbb{Z}_2$$



$$f(x_i) = \sum_i x_i \pmod{2}$$

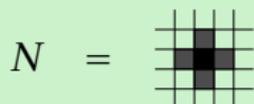


Exemple : XOR

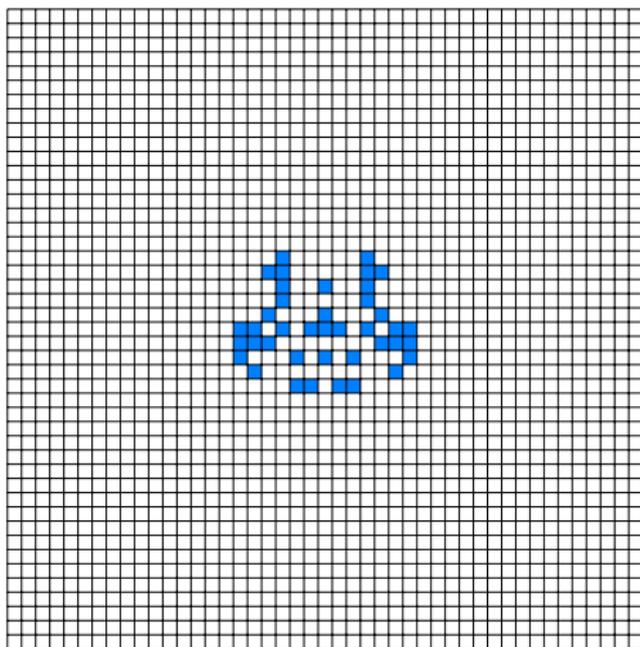


L'AC XOR

$$S = \mathbb{Z}_2$$



$$f(x_i) = \sum_i x_i \pmod{2}$$

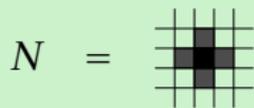


Exemple : XOR

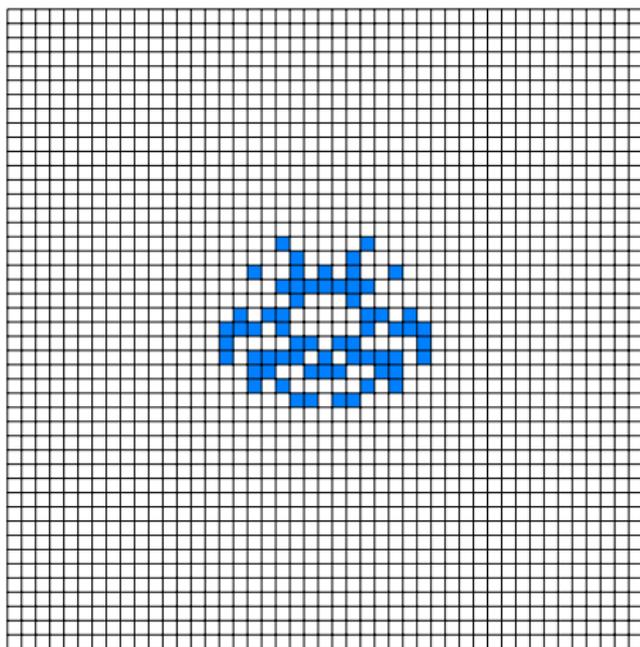


L'AC XOR

$$S = \mathbb{Z}_2$$



$$f(x_i) = \sum_i x_i \pmod{2}$$



Exemple : XOR

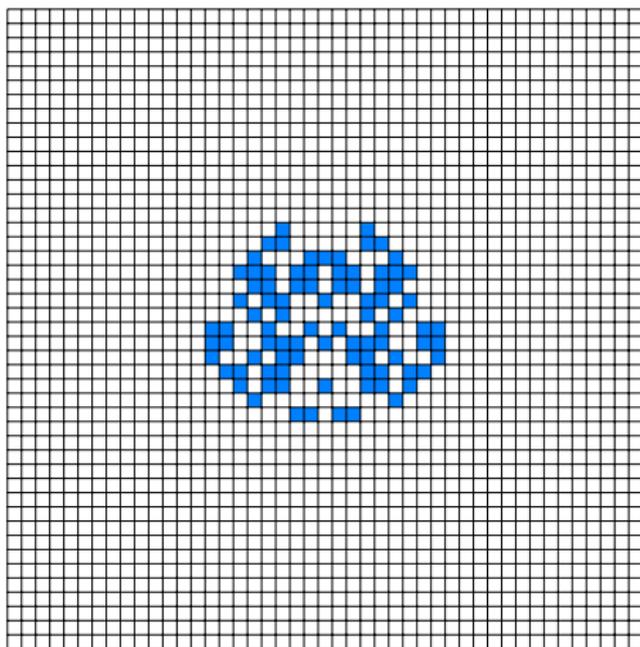


L'AC XOR

$$S = \mathbb{Z}_2$$

$$N = \begin{array}{|c|c|c|} \hline | & | & | \\ \hline | & \blacksquare & | \\ \hline | & \blacksquare & | \\ \hline | & | & | \\ \hline \end{array}$$

$$f(x_i) = \sum_i x_i \pmod{2}$$

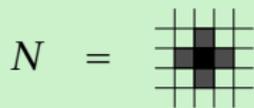


Exemple : XOR

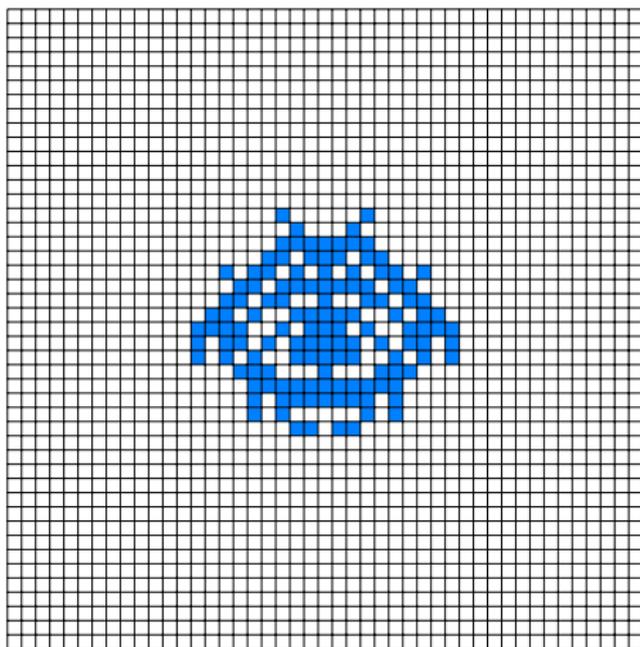


L'AC XOR

$$S = \mathbb{Z}_2$$



$$f(x_i) = \sum_i x_i \pmod{2}$$



Exemple : XOR

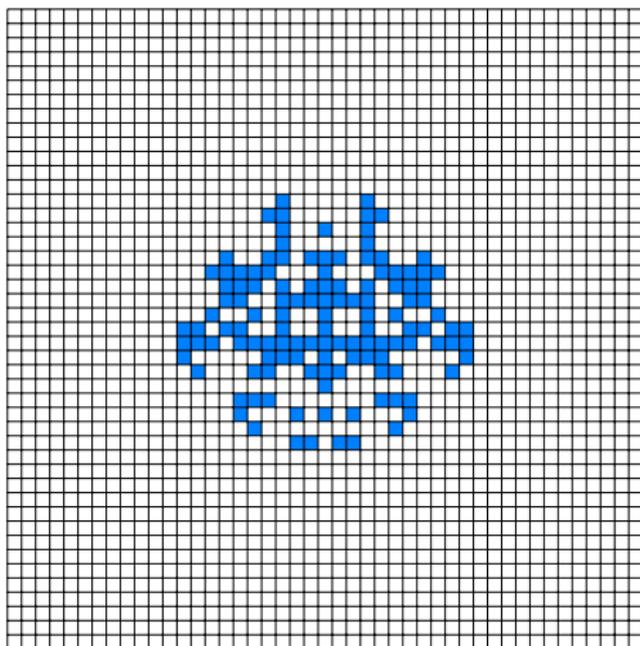


L'AC XOR

$$S = \mathbb{Z}_2$$



$$f(x_i) = \sum_i x_i \pmod{2}$$

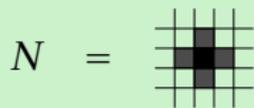


Exemple : XOR

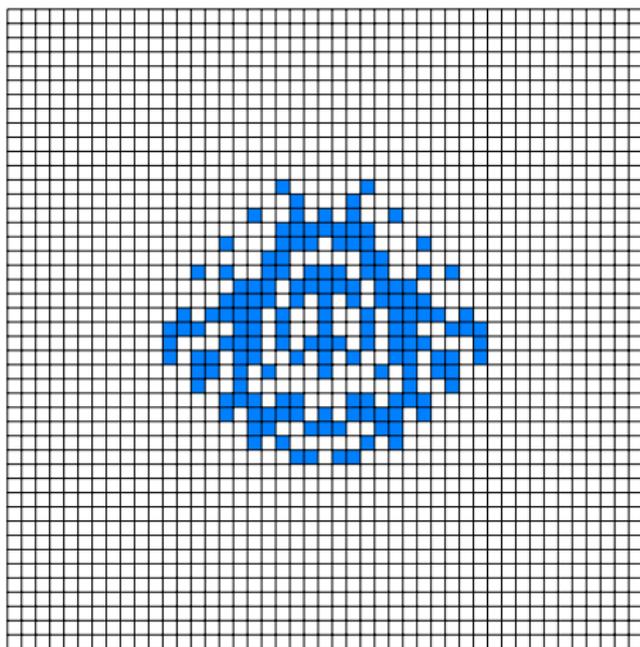


L'AC XOR

$$S = \mathbb{Z}_2$$



$$f(x_i) = \sum_i x_i \pmod{2}$$

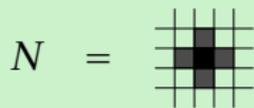


Exemple : XOR

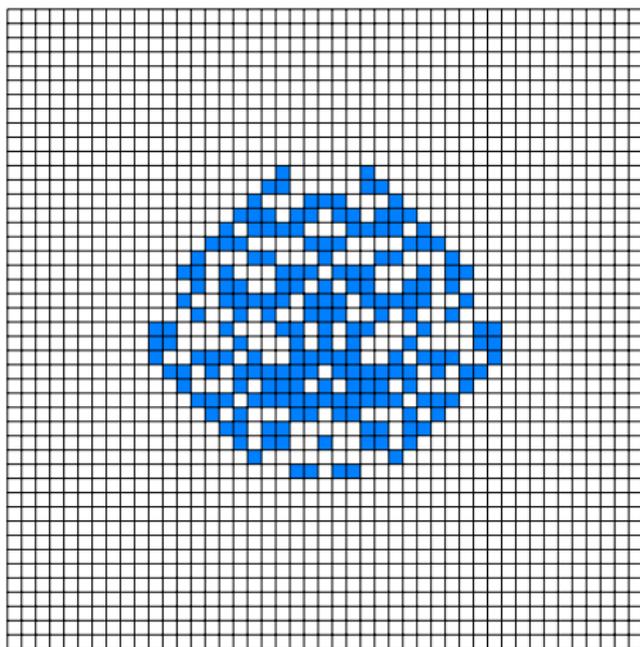


L'AC XOR

$$S = \mathbb{Z}_2$$



$$f(x_i) = \sum_i x_i \pmod{2}$$



Exemple : XOR

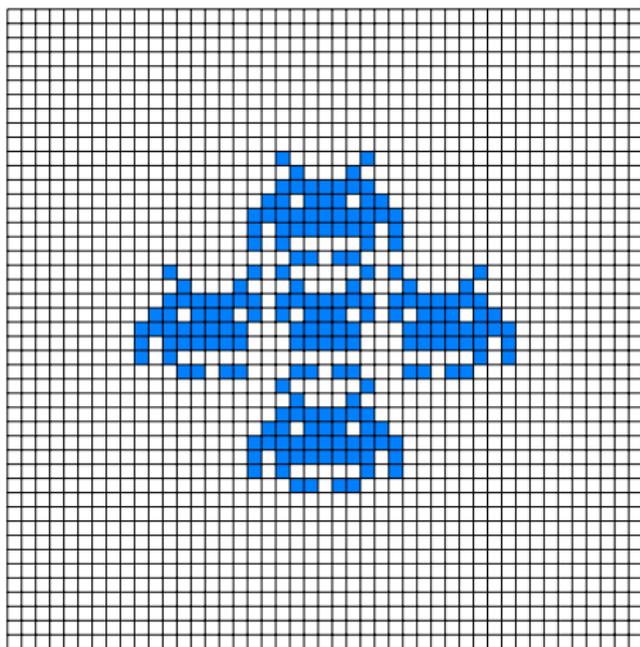


L'AC XOR

$$S = \mathbb{Z}_2$$



$$f(x_i) = \sum_i x_i \pmod{2}$$



Exemple : XOR

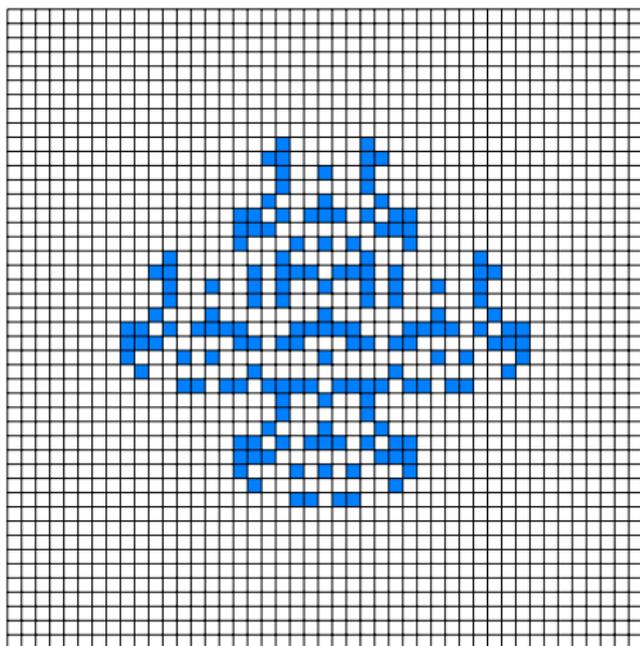


L'AC XOR

$$S = \mathbb{Z}_2$$



$$f(x_i) = \sum_i x_i \pmod{2}$$

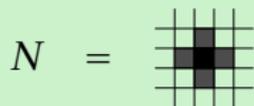


Exemple : XOR

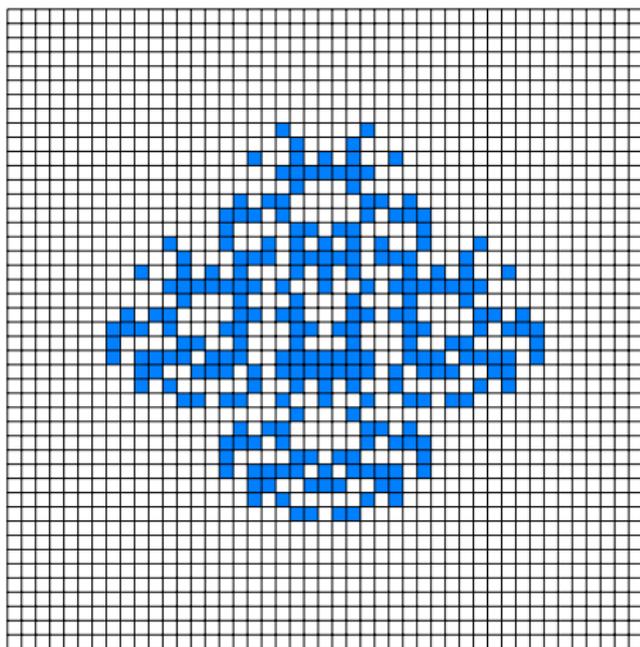


L'AC XOR

$$S = \mathbb{Z}_2$$



$$f(x_i) = \sum_i x_i \pmod{2}$$

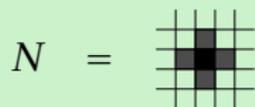


Exemple : XOR

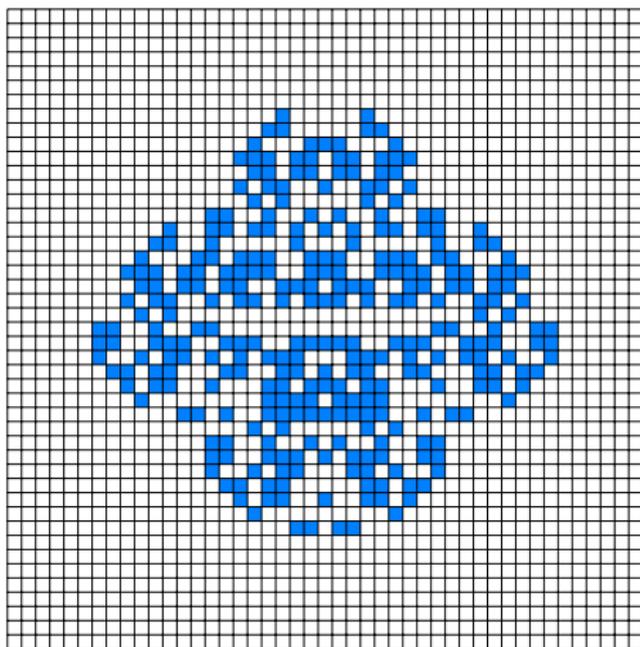


L'AC XOR

$$S = \mathbb{Z}_2$$



$$f(x_i) = \sum_i x_i \pmod{2}$$

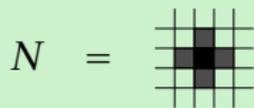


Exemple : XOR

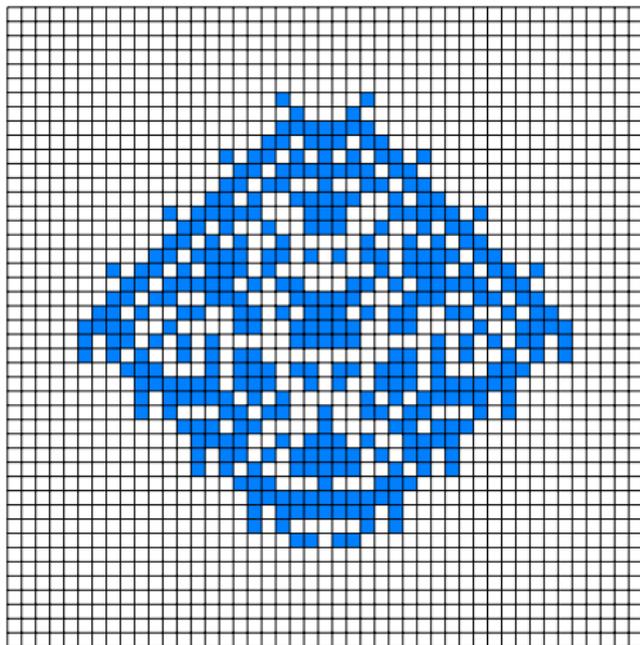


L'AC XOR

$$S = \mathbb{Z}_2$$



$$f(x_i) = \sum_i x_i \pmod{2}$$

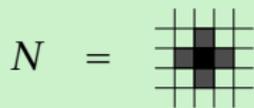


Exemple : XOR

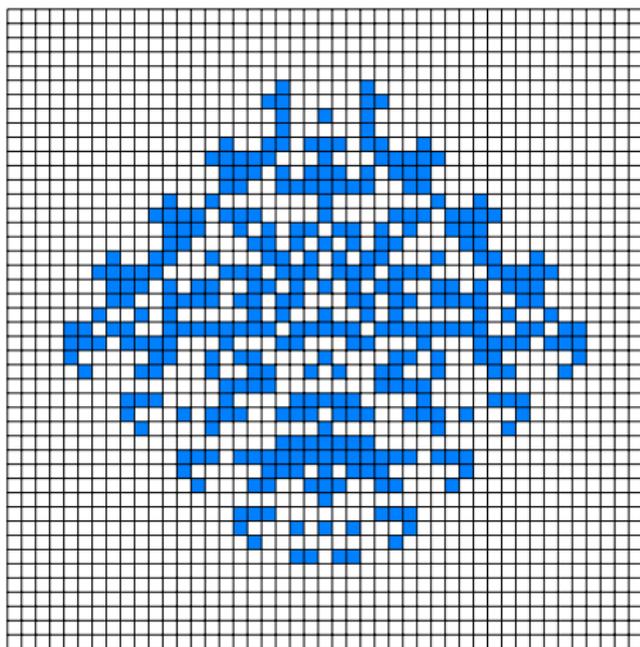


L'AC XOR

$$S = \mathbb{Z}_2$$



$$f(x_i) = \sum_i x_i \pmod{2}$$



Exemple : XOR

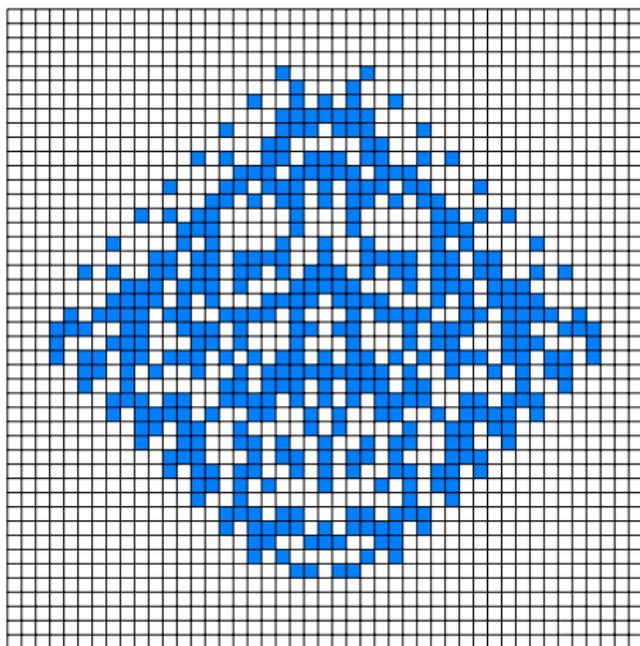


L'AC XOR

$$S = \mathbb{Z}_2$$

$$N = \begin{array}{|c|c|c|} \hline & & \\ \hline & \blacksquare & \\ \hline & \blacksquare & \\ \hline & & \\ \hline \end{array}$$

$$f(x_i) = \sum_i x_i \pmod{2}$$

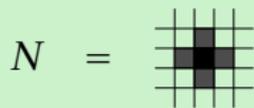


Exemple : XOR

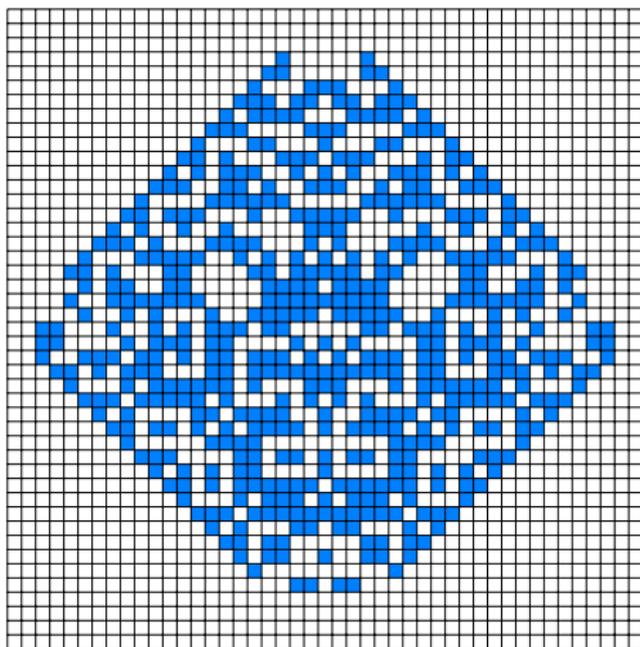


L'AC XOR

$$S = \mathbb{Z}_2$$



$$f(x_i) = \sum_i x_i \pmod{2}$$



Exemple : XOR

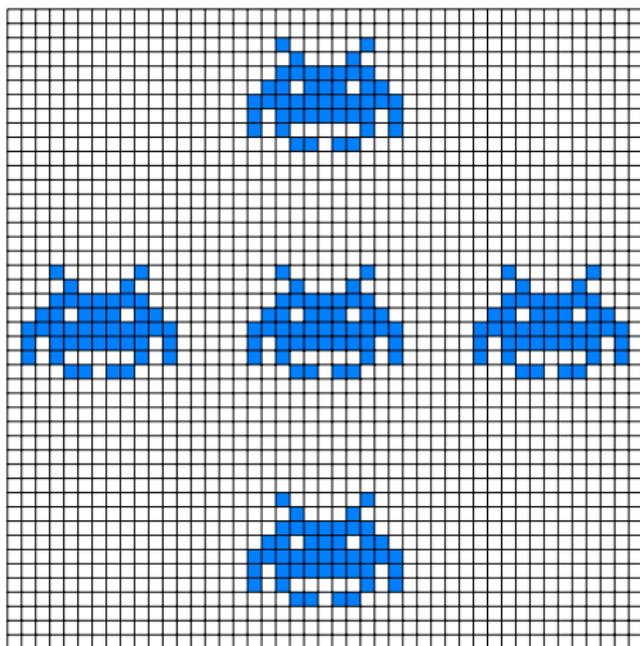


L'AC XOR

$$S = \mathbb{Z}_2$$

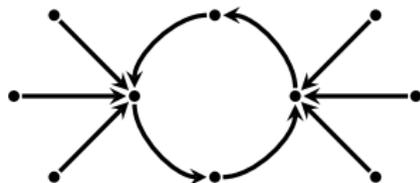
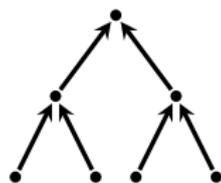
$$N = \begin{array}{|c|c|c|} \hline | & | & | \\ \hline | & \blacksquare & | \\ \hline | & \blacksquare & | \\ \hline | & | & | \\ \hline \end{array}$$

$$f(x_i) = \sum_i x_i \pmod{2}$$





Définition Un **SDD** (X, F) est constitué d'un **espace topologique** muni d'une **fonction continue** $F : X \rightarrow X$.

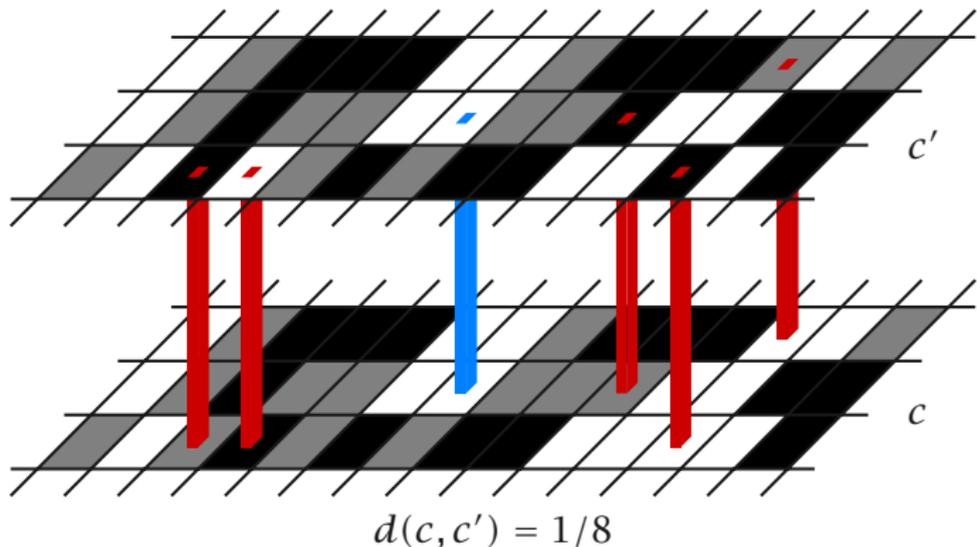


Définition L'**orbite** d'un point $x \in X$ est la suite $(F^n(x))$ obtenue en itérant F .

Topologie de Cantor



$$\forall c, c' \in S^{\mathbb{Z}^2}, \quad d(c, c') = 2^{-\min\{\|p\|_\infty \mid c_p \neq c'_p\}}$$



Proposition La topologie de Cantor est **compacte**.

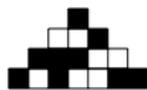


Définition Une application $G : S^{\mathbb{Z}^2} \rightarrow S^{\mathbb{Z}^2}$ est **locale** en $p \in \mathbb{Z}^d$ s'il existe un rayon r tel que :

$$\forall c, c' \in S^{\mathbb{Z}^2}, \quad [c]_{|r} = [c']_{|r} \Rightarrow G(c)_p = G(c')_p \quad .$$

Proposition Une application $G : S^{\mathbb{Z}^2} \rightarrow S^{\mathbb{Z}^2}$ est **continue** si et seulement si elle est **locale en tout point**.

Théorème de Curtis-Hedlund-Lyndon



Définition La **translation** $\sigma_k : S^{\mathbb{Z}^2} \rightarrow S^{\mathbb{Z}^2}$ de vecteur $k \in \mathbb{Z}^d$ vérifie :

$$\forall c \in S^{\mathbb{Z}^2}, \forall p \in \mathbb{Z}^2, \quad \sigma_k(c)_p = c_{p-k} \quad .$$

Théorème[Hedlund 1969] Les fonctions globales d'AC sont exactement les applications continues qui commutent avec les translations.

Un **AC** peut être donné par sa **fonction globale**. La **composition** de deux AC, l'**inverse** d'un AC bijectif sont des AC.



Définition L'**ensemble limite** d'un AC $(S^{\mathbb{Z}^2}, F)$ est l'ensemble des configurations qui peuvent apparaître à tout temps :

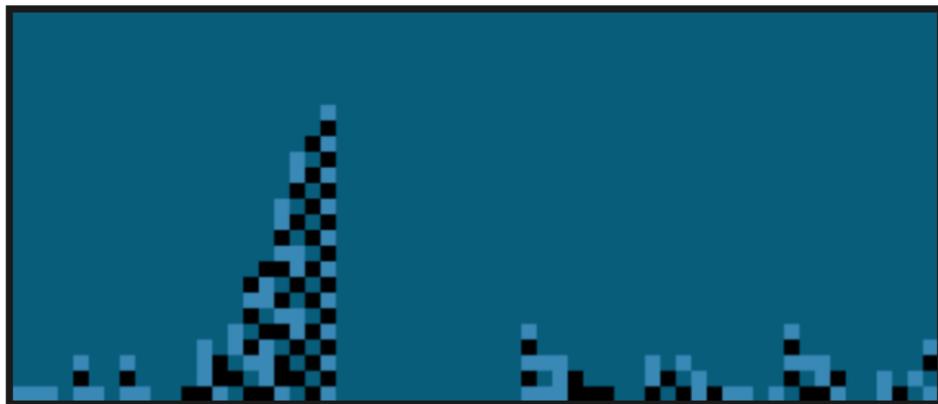
$$\Lambda_F = \bigcap_{n \in \mathbb{N}} F^n(S^{\mathbb{Z}^2}) .$$

Proposition L'**ensemble limite** est un **compact non vide invariant par translation**.

$F^n(S^{\mathbb{Z}^2})$ est un compact non vide invariant par translation et $F^{n+1}(S^{\mathbb{Z}^2}) \subseteq F^n(S^{\mathbb{Z}^2})$.

Convergence vers un même point fixe

Définition Un AC est **nilpotent** si toute configuration atteint en un temps fini la configuration q -monochromatique où q est un état quiescent.



Proposition Un AC est **nilpotent** si et seulement si son ensemble limite est un **singleton**.



Proposition[CPY89] L'**ensemble limite** d'un AC est ou bien un **singleton** ou bien **infini**.

Proposition Un AC nilpotent converge **uniformément** vers son point fixe : $F^t(S^{\mathbb{Z}^2}) = \{\bar{a}\}$.

Considérer une **configuration univers** qui contient tous les motifs finis possibles.



Semi-algorithme

$n = 0$

Répéter :

Si $F^n(S^{\mathbb{Z}^2}) = \{\bar{q}\}$ alors répondre OUI

$n = n + 1$

Affirmation Il n'existe **aucun algorithme** qui, étant donné un AC (S, N, f) , **décide** s'il est nilpotent.

1. Automates cellulaires

2. Calculabilité

3. Pavages

4. Conclusion



Qu'est-ce qu'un algorithme ?



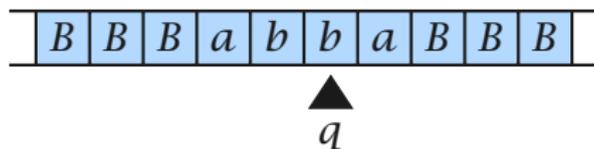
Dans les **années 30**, plusieurs **modèles de calcul** ont été proposés : machines de Turing, fonctions récursives, lambda-calcul, etc.

Thèse de Church-Turing-Kleene Tout **modèle de calcul raisonnable** suffisamment puissant caractérise les mêmes **fonctions calculables**.

Utilisez votre **langage de programmation** préféré !



Une **MT** est constituée d'un **ruban biinfini** $c \in \Sigma^{\mathbb{Z}}$ avec Σ un alphabet fini et d'une **tête de lecture/écriture** en position $z \in \mathbb{Z}$ dans un état $q \in Q$ où Q est un ensemble fini d'états.



La **fonction de transition** $\delta : Q \times \Sigma \rightarrow Q \times \Sigma \times \{\leftarrow, \rightarrow\}$ définit le comportement de la machine.



À un **mot d'entrée** $u \in \Sigma^*$ est associé la configuration initiale $(q_0, {}^\omega B.uB^\omega)$.

Si la machine atteint l'état q_0 le mot u est **accepté**.

Si la machine atteint l'état q_n le mot u est **rejeté**.

Sinon la machine **diverge**.

Définition Un langage $L \subseteq \Sigma^*$ est **récuratif** s'il existe une machine telle que, pour tout mot $u \in \Sigma^*$, si $u \in L$ alors u est accepté, sinon u est rejeté.



Proposition Il existe des langages **non rékursifs**.

Les machines sont **dénombrables**.

Les langages ne le sont pas (**argument diagonal** de Cantor).

$$u \in L_{\Delta} \leftrightarrow u \notin L_{n(u)}$$

avec $n : \Sigma^* \rightarrow \mathbb{N}$ bijectif



Définition On fixe une **énumération des machines** indexée par Σ^* et $\langle ., . \rangle : \Sigma^* \times \Sigma^* \rightarrow \Sigma^*$ une **bijection calculable**.

$$K = \{ \langle x, u \rangle \mid \text{la machine } x \text{ s'arrête sur l'entrée } u \}$$

Théorème[Turing 1936] Le langage K n'est **pas récursif**.

Par diagonalisation, on construit la machine suivante :
Sur l'entrée u , si $\langle u, u \rangle \in K$ alors diverger sinon accepter.



Définition A est **plus simple** que B , noté $A \leq_m B$, si il existe φ récursive telle que

$$\forall u \in \Sigma^*, \quad u \in A \leftrightarrow \varphi(u) \in B$$

$$K_0 = \{x \mid \text{la machine } x \text{ s'arrête sur l'entrée vide}\}$$

Pour montrer qu'un problème P est **indécidable**, on montre souvent $K_0 \leq_m P$.



$$\mathbf{Nil} = \{(S, N, f) \mid F \text{ est nilpotent}\}$$

Avec un codage raisonnable implicite. . .

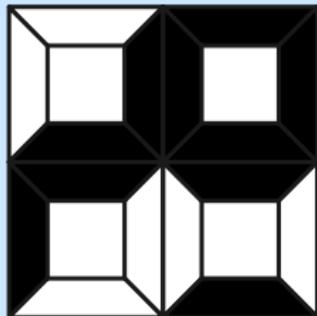
Proposition Nil n'est **pas récursif**.

1. Automates cellulaires

2. Calculabilité

3. Pavages

4. Conclusion

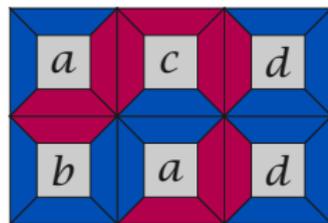
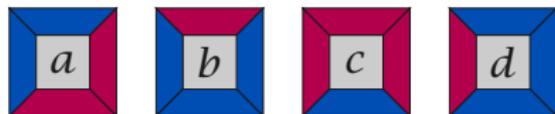


The Domino Problem (DP)

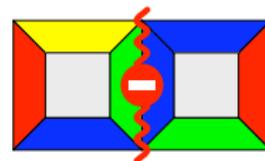
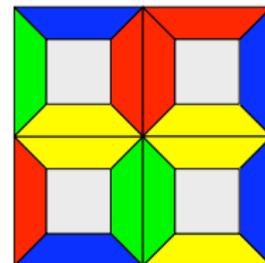
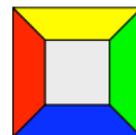
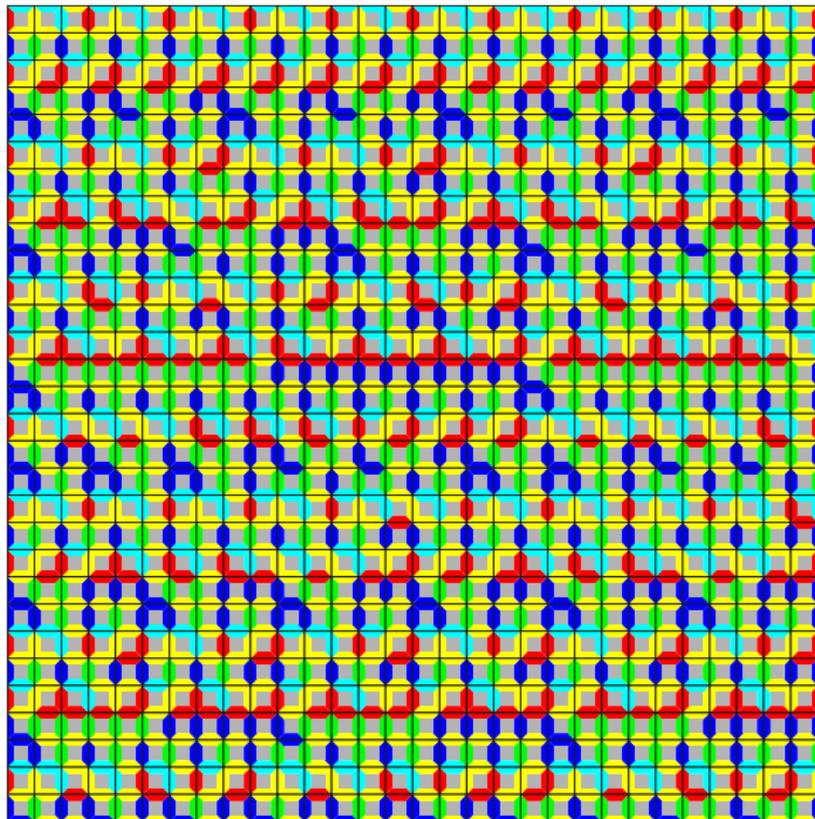


“Assume we are *given a finite set of square plates of the same size with edges colored, each in a different manner. Suppose further there are infinitely many copies of each plate (plate type). We are **not permitted to rotate or reflect a plate.** The question is to find an effective procedure by which we can **decide**, for each given finite set of plates, **whether we can cover up the whole plane** (or, equivalently, an infinite quadrant thereof) **with copies of the plates subject to the restriction that adjoining edges must have the same color.**”*

(Wang, 1961)



Tuiles de Wang



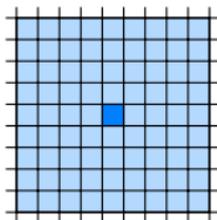


Proposition Il existe un semi-algorithme pour décider si un jeu de tuiles ne pave pas le plan.

Considérer des pavages de carrés de plus en plus grands, en extraire un pavage du plan tout entier.



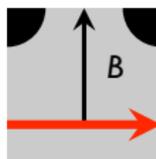
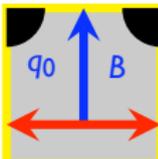
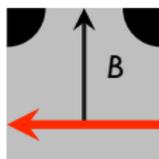
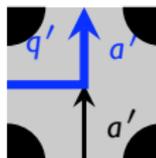
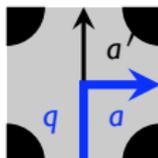
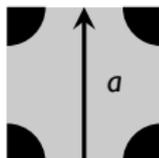
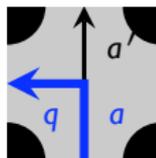
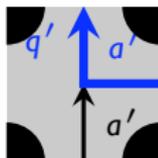
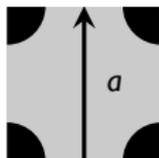
Définition Un pavage est **apériodique** s'il n'admet aucune période non triviale.



Définition Un jeu de tuiles est **apériodique** s'il admet un pavage et si tous ses pavages sont apériodiques.

Remarque S'il n'existait **pas de jeux de tuiles apériodiques**, le Domino Problem serait **décidable**.

Pavabilité à tuile fixée





Théorème[Berger64] DP est indécidable.

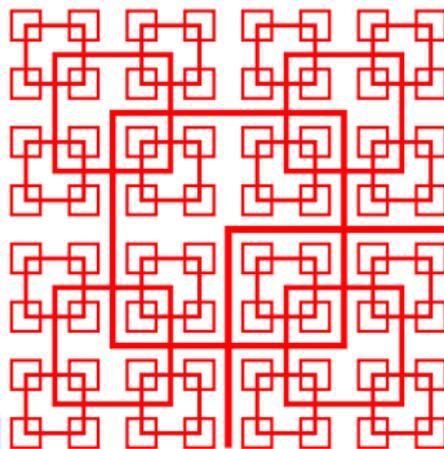
Remarque Nécessite des jeux de tuiles **apériodiques**.

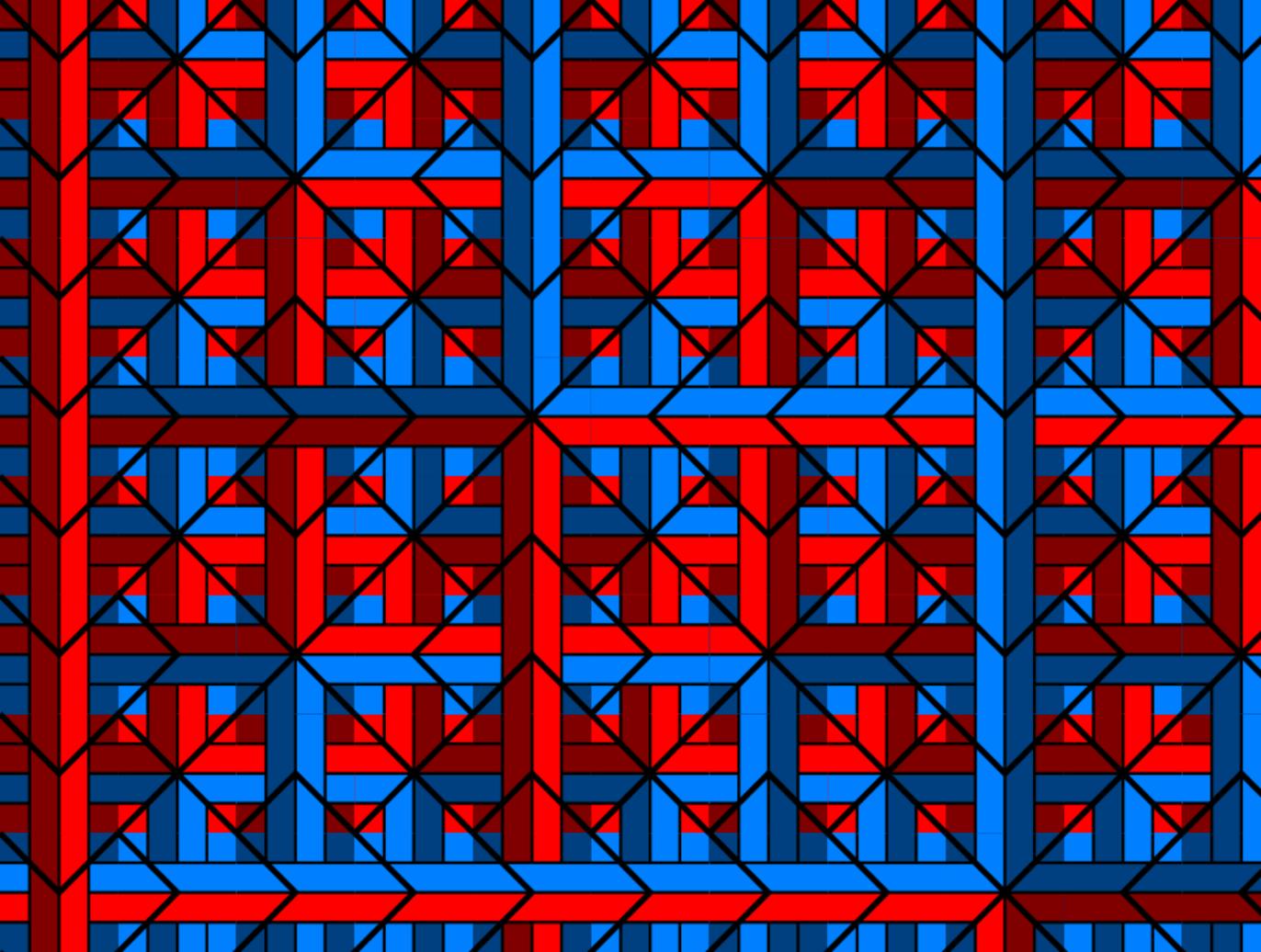
Idée de la preuve

Forcer une **structure auto-similaire** (apériodique) à l'aide de règles locales.

Insérer **partout** le calcul d'une **machine de Turing**.

Remarque Nombreuses preuves !







Théorème[CPY89] Nil est indécidable.

Montrons que $K_0 \leq_m \overline{\mathbf{DP}} \leq_m \mathbf{Nil}$

1. Automates cellulaires

2. Calculabilité

3. Pavages

4. Conclusion



Proposition $\overline{\text{DP}} \leq_m \text{Nil}$

Étant donné un jeu de tuiles de Wang τ , construire un AC d'ensemble d'états $\tau \cup \{\perp\}$ où \perp est un état envahissant d'erreur de pavage.