

1 Fonctions booléennes

Le type booléen est composé des deux valeurs **true**, **false**. les opérations de base sur ce type sont les fonctions booléennes **non**, **et**, **ou** et sont notées **not**, **&&**, **||** en Ocaml

1. Soit la fonction f définie par l'algorithme :

```
f(a,b,c) =
si a alors
    si non(b) alors
        si c alors true sinon false
    sinon false
sinon false
```

Traduire cette fonction par une expression Ocaml utilisant `if then else`

2. Indiquer la table de vérité de cette expression en complétant le tableau suivant :

a	b	c	$f(a,b,c)$
false	false	false	...
false	false	true	...
false	true	false	...
false	true	true	...
true	false	false	...
true	false	true	...
true	true	false	...
true	true	true	...

3. Dédurre de cette table une nouvelle traduction de la fonction f par une expression booléenne Ocaml.

4. On considère l'algorithme suivant :

```
g(a,b,c)= si a alors
    si non(b) alors
        si c alors true
        sinon false
    sinon false
sinon
    si b alors
        si non(c) alors false
        sinon true
    sinon
        si c alors true
        sinon false
```

- Indiquer la table de vérité de cette expression en complétant le tableau suivant :

a	b	c	$g(a,b,c)$
false	false	false	...
false	false	true	...
false	true	false	...
false	true	true	...
true	false	false	...
true	false	true	...
true	true	false	...
true	true	true	...

- Donner une expression booléenne (utiliser les connecteurs \neg , \wedge , \vee) équivalente à celle calculée par l'algorithme et traduire cette expression par une fonction Ocaml
- Récrire l'algorithme en utilisant moins de tests qu'auparavant.
- Soit la fonction booléenne f donnée par la table de vérité suivante :

a	b	$f(a, b)$
false	false	false
false	true	true
true	false	true
true	true	false

Écrire une expression booléenne pour cette fonction et un algorithme pour la calculer.

- Combien y a-t-il de fonctions à valeurs booléennes prenant deux booléens comme arguments ?
- On donne la table de vérité de l'implication :

a	b	$a \Rightarrow b$
false	false	true
false	true	true
true	false	false
true	true	true

Exprimer la fonction "implication".

- Que vaut $a \Rightarrow \text{false}$? Exprimer la négation avec l'implication.

2 Fonctions numériques

- Écrire une fonction max_2 calculant le maximum de deux entiers.
- Écrire une fonction max_4 calculant le maximum de quatre entiers, d'abord sans utiliser max_2 , puis en l'utilisant.
- Écrire une fonction median_3 calculant la médiane de trois entiers.
- Écrire la fonction abs calculant la valeur absolue d'un entier relatif. Comment réutiliser max_2 pour ce faire ?
- Algorithme à préparer pour le TP2
Écrire une fonction Ocaml qui prend en arguments les coefficients a , b et c d'une équation du second degré ($ax^2 + bx + c = 0$) et retourne le nombre de solutions réelles de cette équation.

3 Évaluation et calcul de type

Écrire les instructions Ocaml permettant d'évaluer les expressions mathématiques suivantes, et indiquer leur type :

- $\cos(0) > 1$
- $2 * 6 > 8$ et $(\cos(1.5) < 0 \text{ ou } 1 <> 0)$
- $(n \text{ entier donné})$ si n est impair alors $3n + 1$ sinon $n/2$
- si $3^2 + 4^2 = 5^2$ alors 18 sinon $17 + 25$
- $(n, m, p \text{ entiers donnés})$ (n divise p) ou $(m^2 \text{ divise } n)$
- $e^{\pi\sqrt{163}}$