

Laboratoire Mathématiques et Applications,
Physique Mathématique d'Orléans (MAPMO)
UMR CNRS 6628

Fédération DENIS-POISSON, FR CNRS 2964

Université d'Orléans, UFR Sciences
Bâtiment de mathématiques – Route de Chartres
B.P. 6759 - 45067 Orléans cedex 2

Journée contrôle des équations aux dérivées partielles 25 juin 2009

Colloquium de la Fédération Denis-Poisson

Contrôlabilité des systèmes et non-linéarité

Jean-Michel CORON, Université Pierre-et-Marie-Curie, Paris

Un système de contrôle est un système dynamique sur lequel on peut agir à l'aide d'une commande (ou contrôle). Le problème de la contrôlabilité est le suivant : étant donnés deux « états » du système, existe-t-il une commande permettant de faire passer le système du premier état au second ?

Quand on veut étudier la contrôlabilité locale autour d'un point d'équilibre, la première chose à faire est d'étudier la contrôlabilité du linéarisé autour du point d'équilibre. Si ce linéarisé est contrôlable on en déduit, à l'aide du théorème d'inversion locale, la contrôlabilité locale du système non linéaire autour du point d'équilibre.

Dans cet exposé on regardera le cas où le linéarisé n'est pas contrôlable. En dimension finie on utilise alors l'outil des crochets de Lie itérés pour essayer de conclure : bien que l'on ne dispose pas de condition nécessaire et suffisante de contrôlabilité locale, les crochets de Lie itérés permettent de donner de nombreuses conditions suffisantes et de nombreuses conditions nécessaires pour la contrôlabilité locale. Ces conditions sont assez puissantes pour pouvoir traiter la plupart des systèmes de dimension finie.

En dimension infinie, pour de nombreux systèmes physiques, les crochets itérés ne sont pas définis (ou ne vivent pas dans le bon espace) et on ne peut donc étudier la contrôlabilité locale avec cet outil. On présentera quelques méthodes qui sont mieux adaptées à la dimension infinie :

1. Méthode du retour,
2. Développements en série entière,
3. Déformations quasi-statiques.

On illustrera ces méthodes sur des systèmes physiques (équation d'Euler et de Navier-Stokes des fluides incompressibles, équation de Saint-Venant, équation de Korteweg-de Vries, systèmes quantiques...