

Arithmétique : Contrôle 1 (1h).

(Les documents, calculatrices et téléphones portables sont interdits)

Exercice 1. Prouver que pour tout $n \in \mathbb{N}$,

$$u_n = n(2n + 1)(7n + 1)$$

est divisible par 6.

Exercice 2. La suite v_n est définie pour tout entier $n \in \mathbb{N}$ par:

$$v_n = 2^{3n} - 1$$

Démontrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}$, v_n est divisible par 7.

Exercice 3. (1) Déterminer un couple d'entiers relatifs (x_0, y_0) tel que

$$31x_0 + 13y_0 = 1.$$

(2) En utilisant ce couple particulier (x_0, y_0) , déterminer toutes les solutions dans $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ de:

$$31x + 13y = 1.$$

△