

A. Interactions magnétiques entre courants et aimants.

A.I. En partant de la force de Lorentz  $\vec{f} = q\vec{v} \wedge \vec{B}(M)$  subie par une particule de charge  $q$ , de vitesse  $\vec{v}$ , placée en  $M$  où existe le champ magnétique  $\vec{B}(M)$ , montrer que l'on peut aboutir à la loi suivante :

une portion de courant rectiligne entre  $M_1$  et  $M_2$ , parcourue par un courant d'intensité constante  $I$  mesurée avec le sens «  $M_1$  vers  $M_2$  », placée dans un champ magnétique uniforme  $\vec{B}$ , est soumise à une force  $\vec{F} = I \overrightarrow{M_1 M_2} \wedge \vec{B}$ , appliquée en son milieu  $O$ . Quel nom est donnée à cette force  $\vec{F}$  ?

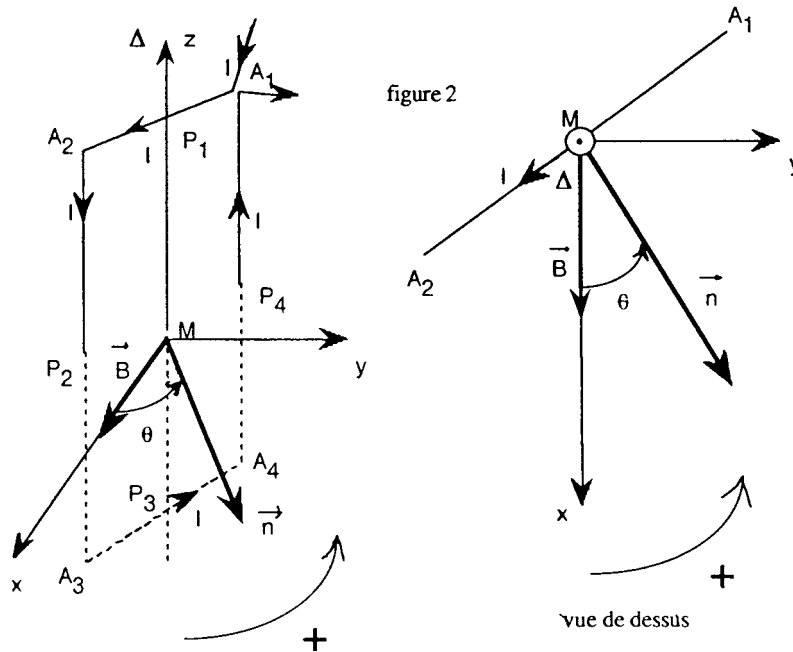
A.II. Spire plane dans un champ magnétique uniforme.

Une spire rigide, carrée, de côté  $a$ , d'aire  $S$ , est parcourue par un courant d'intensité constante  $I$  imposé par un générateur. On définit son moment magnétique  $\vec{M} = IS\vec{n}$ .

$\vec{M} = M\vec{n}$  où  $\vec{n}$  est un vecteur unitaire, orthogonal au plan de la spire, orienté conventionnellement comme indiqué sur la figure 2.

La spire de centre  $M$ , mobile sans frottement autour de l'axe  $\Delta = Mz$ , est placée dans un champ magnétique uniforme  $\vec{B}$ , de module  $B$ , ayant la direction et le sens de l'axe  $Mx$ . Sa position est repérée par l'angle  $\theta$ , (figure 2).

A.II.1. On note  $\vec{F}_1$  et  $\vec{F}_3$  les forces subies respectivement par les côtés perpendiculaires à  $Mz$  de milieux  $P_1$  et  $P_3$ ,  $\vec{F}_2$  et  $\vec{F}_4$  les forces subies respectivement par les côtés parallèles à  $Mz$  de milieux  $P_2$  et  $P_4$ . Déterminer la somme des forces exercées sur la spire.



A.II.2. Montrer que ces forces constituent un couple dont on exprimera le moment, par rapport à  $\Delta$ , en fonction de  $\vec{M}$ ,  $B$  et  $\theta$ .

A.II.3. Montrer que l'énergie potentielle de cette spire dans la position repérée par  $\theta$ , peut être écrite  $E_p = -\vec{M} \cdot \vec{B}$ .

A.II.4. Quelle est la position d'équilibre stable de la spire dans le champ ? Justifier.

A.II.5. A partir de conditions microscopiques simples, expliquer pourquoi une aiguille aimantée placée dans un champ uniforme s'oriente et indique la direction et le sens du champ, alors que des grains de limaille de fer s'orientent et indiquent seulement la direction du champ.

A.III. Petite spire plane dans un champ magnétique non uniforme.

La spire, centrée en  $M$ , toujours mobile autour de l'axe  $\Delta = Mz$ , est maintenant placée au voisinage d'un aimant droit fixe qui crée un champ magnétique non uniforme (vue de dessus sur la figure 3a).

La longueur  $a$  est suffisamment petite pour que l'on puisse admettre que :

- (1) la force  $\vec{F}_1$  peut être évaluée en considérant que la partie  $A_1A_2$  est dans un champ uniforme tel que  $\vec{B} = \vec{B}(P_1)$ . La même approximation sera adoptée pour les autres forces.
- (2) la spire est soumise à un couple dont le moment par rapport à  $\Delta$  garde l'expression précédente (A.II.2.) avec  $\vec{B} = \vec{B}(M)$ .
- (3) la spire possède l'énergie potentielle  $E_p = -\vec{M} \cdot \vec{B}(M)$ .

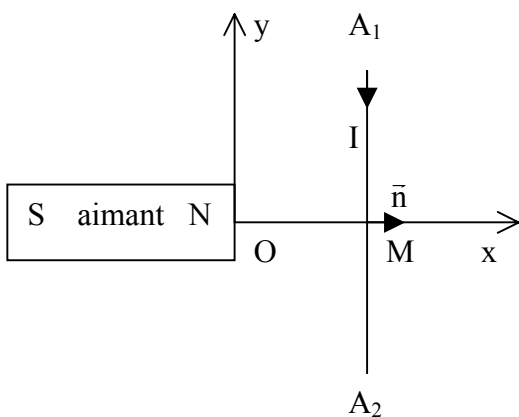


figure 3a

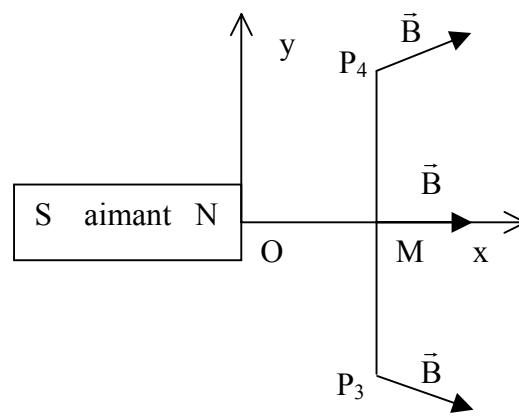


figure 3b

figure 3 (les échelles ne sont pas respectées)

Le champ magnétique créé par l'aimant en un point de coordonnées  $x,y,z$  a pour composantes  $B_x(x,y,z)$ ,  $B_y(x,y,z)$  et  $B_z(x,y,z)$ . Une représentation dans le plan  $(O,Ox,Oy)$  est donnée sur la figure 3b. On dispose des informations suivantes :

\* En  $M(x,0,0)$  :  $B_x=B_x(x,0,0)$  ;  $B_y=0$  et  $B_z=0$  (par raison de symétrie)

$$\text{de plus } \frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y} + \frac{\partial B_z}{\partial z} = 0 \quad \text{relation } (\alpha)$$

\* Par raison de symétrie, on écrit  $B_x(P_1)=B_x(P_3)$  et  $B_x(P_2)=B_x(P_4)$ .

$$* B_z(P_1) = \frac{a}{2} \frac{\partial B_z}{\partial z} \text{ (en } x,0,0) ; B_z(P_3) = -\frac{a}{2} \frac{\partial B_z}{\partial z} \text{ (en } x,0,0)$$

$$* B_y(P_2) = -\frac{a}{2} \frac{\partial B_y}{\partial y} \text{ (en } x,0,0) ; B_y(P_4) = \frac{a}{2} \frac{\partial B_y}{\partial y} \text{ (en } x,0,0)$$

A.III.1. Quelle propriété importante du champ magnétique est traduite par la relation ( $\alpha$ ) ?

Quel est le signe de  $\frac{\partial B_x}{\partial x}$  ?

A.III.2. Donner une justification simple de l'expression proposée pour  $B_z(P_1)$ .

A.III.3. Quelle est la position de la normale  $\vec{n}$  lorsque la spire est en position d'équilibre stable vis à vis de la rotation autour de l'axe  $\Delta$  ?

A.III.4. On suppose que la spire est placée comme indiqué sur la figure 3a.

A.III.4.1. Etablir les expressions des quatre forces :  $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$  ; en déduire leur somme  $\vec{F}$  en faisant apparaître  $\mathbf{M}$  et  $\frac{\partial B_x}{\partial x}$ .

A.III.4.2. On peut utiliser une autre méthode qui ne détaille pas les expressions des quatre forces précédentes. On vient de montrer ci-dessus que, pour des raisons de symétries, la force  $\vec{F}$  est parallèle à Ox. En admettant ce fait et en utilisant l'énergie potentielle, retrouver l'expression de  $\vec{F}$ .

A.III.5. En partant de l'expression de  $\vec{F}$ , prévoir si la spire de la figure 3a est repoussée ou attirée par l'aimant. Justifier l'observation expérimentale du programme de Terminale S : « ...Un pôle d'aimant et une face de spire s'attirent ou se repoussent selon le sens du courant dans la spire.... »

## B. Mesure de champs magnétiques : sonde à effet Hall.

L'effet Hall apparaît dans les métaux et les semi-conducteurs. On considère un matériau conducteur dans lequel il n'existe qu'un seul type de porteurs de charge. Soit  $n$  le nombre volumique des porteurs et  $q$  leur charge. Pour simplifier les raisonnements et les schémas, on supposera que la charge des porteurs est positive.

B.1. Dans un repère orthonormé Oxyz, on considère une petite plaquette, réalisée dans ce matériau, ayant la forme d'un parallélépipède rectangle, de très grande longueur  $a$  selon Ox, de largeur  $b$  selon Oy et d'épaisseur  $c$ , très faible devant  $b$ , selon Oz. Cette plaquette est traversée par un courant d'intensité  $I$  constante dont on supposera la densité de courant uniforme sur la section  $S=bc$  de la plaquette et dirigée selon la direction Ox.

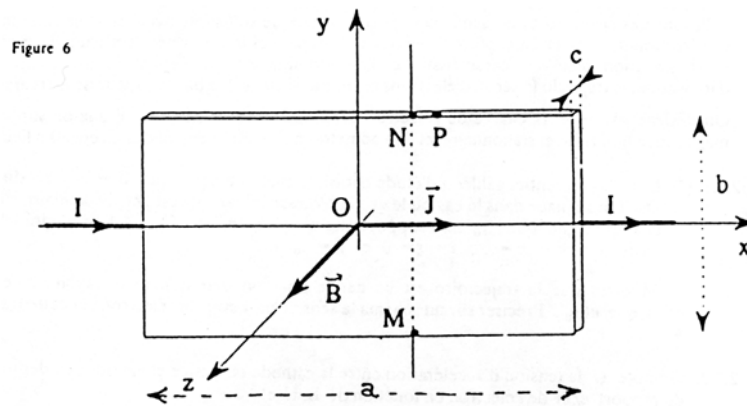
En utilisant la relation de définition du vecteur de densité de courant  $\vec{J}$ , exprimer, lorsque la plaquette n'est soumise à aucun champ magnétique et en projetant dans le repère d'étude, la vitesse moyenne d'ensemble  $v$  des porteurs de charges dans cette plaquette en fonction de  $n, q$  et  $J$ , puis en fonction de  $I, S, n$  et  $q$ .

B.2. La plaquette est maintenant soumise à un champ magnétique perpendiculaire à son plan, soit  $\vec{B} = B\vec{e}_z$  (figure 6).

Avant que le régime permanent ne soit atteint, les premiers porteurs de charge qui arrivent dans la plaquette sont soumis à une force magnétique  $\vec{f}_{\text{mag}}$  que l'on déterminera. Justifier le fait qu'il apparaît alors un excès de charges positives (ou un défaut de charges négatives)

sur le plan d'abscisse  $y = -\frac{b}{2}$  et un défaut de charges positives (ou un excès de charges négatives) sur le plan d'abscisse  $y = \frac{b}{2}$ .

Ces premières charges sont responsables de la création d'un champ électrique  $\vec{E}_{\text{Hall}}$ , appelé « champ électrique de Hall ».



Lorsque le régime permanent est atteint, les nouveaux porteurs de charge qui arrivent dans la plaquette sont soumis à une force magnétique et à la force électrique due à la contribution du champ électrique de Hall. Que peut-on dire alors de la résultante de ces deux forces ? En déduire l'expression du champ électrique de Hall, en projection selon Oy, en fonction de B, I, S, n et q.

On mesure la différence de potentiel  $V_{\text{hall}} = V_M - V_N$  entre les deux points M et N situés sur un même perpendiculaire à Ox. Des calculs précédents, déduire l'expression de cette différence de potentiel en fonction de B, I, n, q et c. Comment cette sonde peut-elle servir à la mesure d'un champ magnétique ?

B.3. La plaquette est maintenant soumise à un champ magnétique  $\vec{B} = B\vec{e}_x$ . Que devient la différence de potentiel  $V_{\text{Hall}}$  dans ce cas ?

Même question lorsque la plaquette est soumise à un champ magnétique  $\vec{B} = B\vec{e}_y$ .

Conclure quant à l'utilisation d'une sonde à effet Hall pour la mesure d'un champ magnétique.

B.4. La plaquette est à nouveau soumise à un champ magnétique perpendiculaire à son plan, soit  $\vec{B} = B\vec{e}_z$ , mais on commet une erreur de positionnement du contact N et la d.d.p. V est mesurée entre les points M et P, tel que  $NP = d$ .

On suppose que le matériau possède une conductivité  $\gamma$  et obéit à la loi d'Ohm sous forme locale. En déduire l'expression de la composante du champ électrique qui existe suivant la direction Ox en fonction de I, S et  $\gamma$ . Exprimer la d.d.p. V mesurée entre M et P en fonction de  $V_{\text{Hall}}$ , I, S,  $\gamma$  et d. Comment pourrait-on s'affranchir de l'erreur commise en confondant V et  $V_{\text{Hall}}$  ?