

Université d'Orléans

U.F.R Faculté des Sciences

CAPES de Physique-Chimie

Préparation à l'écrit

Rappels de cours: Mécanique du point

Norbert Garnier

14 octobre 2005

1. La cinématique est l'étude purement descriptive des mouvements sans se soucier de leurs cause.
2. La dynamique a pour but de relier les mouvements à leurs causes, c'est-à-dire aux forces qui les engendrent.
3. Le mouvement d'un point matériel est décrit dans un référentiel d'étude constitué d'une référence d'espace (origine, système d'axes) et d'une référence de temps (horloge).
4. Repère de Frenet

$$\vec{v} = v\vec{T}$$

$$\vec{a} = \frac{dv}{dt}\vec{T} + \frac{v^2}{\rho}\vec{N}$$

$\vec{T}$  est un vecteur unitaire tangent à la trajectoire en  $M$  et selon le sens du mouvement,  $\vec{N}$  est un vecteur unitaire normal à la trajectoire en  $M$  et orienté vers le centre de courbure  $C$ ,

$\rho$  est le rayon de courbure en  $M$  défini par  $\rho = \|\overrightarrow{MC}\|$ .

5. Changement de référentiel

- (a) Loi de composition des vitesses

Soit  $R$  un référentiel fixe (absolu) et  $R'$  un référentiel mobile (relatif), d'origine  $O'$ , en mouvement par rapport à  $R$  (translation et rotation).

$$\vec{v}_{M/R} = \vec{v}_{M/R'} + \vec{v}_e$$

où  $\vec{v}_e$  est appelée vitesse d'entraînement.

$$\vec{v}_e = \vec{v}_{O'/R} + \vec{\Omega}_{R'/R} \wedge \overrightarrow{O'M}$$

La vitesse d'entraînement représente la vitesse du point  $M$  dans  $R$  lorsque celui-ci est immobile dans  $R'$ .

- (b) Loi de composition des accélérations

$$\vec{a}_{M/R} = \vec{a}_{M/R'} + \vec{a}_e + \vec{a}_c$$

où  $\vec{a}_e$  est appelée accélération d'entraînement et  $\vec{a}_c$  accélération de Coriolis.

$$\vec{a}_e = \vec{a}_{O'/R} + \frac{d\vec{\Omega}_{R'/R}}{dt} \wedge \overrightarrow{O'M} + \vec{\Omega}_{R'/R} \wedge (\vec{\Omega}_{R'/R} \wedge \overrightarrow{O'M})$$

L'accélération d'entraînement représente l'accélération du point  $M$  dans  $R$  lorsque celui-ci est immobile dans  $R'$ .

$$\vec{a}_c = 2\vec{\Omega}_{R'/R} \wedge \vec{v}_{M/R'}$$

## 6. Enoncé des lois de Newton

### (a) La première loi: le principe d'inertie

- i. Enoncé selon Newton: *Tout corps persévère dans l'état de repos ou de mouvement uniforme en ligne droite dans lequel il se trouve, à moins que quelque force n'agisse sur lui et ne le contraigne à changer d'état.*
- ii. Tout corps isolé ou pseudo isolé conserve son état de repos ou de mouvement rectiligne uniforme qu'il possédait auparavant.
- iii. Le sens de cette loi est de définir des référentiels particuliers, qui sont appelés galiléens, dans lesquels le principe d'inertie est vérifié.
- iv. Un corps est mécaniquement isolé s'il n'est soumis à aucune force.
- v. Un corps est dit pseudo isolé si les forces agissant sur celui-ci se compensent à chaque instant.

### (b) La seconde loi: le principe fondamental de la dynamique

- i. Enoncé selon Newton: *Les changements qui arrivent dans le mouvement sont proportionnels à la force motrice et le sont dans la ligne droite dans laquelle cette force est appliquée.*
- ii. Soit un corps ponctuel  $M$  de masse  $m$  en mouvement dans un référentiel galiléen  $R$  et soumis à une force totale  $\vec{F}$ :

$$m\vec{a}_{M/R} = \vec{F}$$

### (c) La troisième loi: le principe de l'action et de la réaction

- i. Enoncé selon Newton: *L'action est toujours égale et opposée à la réaction.*
- ii. Soit un système isolé de deux corps ponctuels en interaction:

$$\vec{F}_{1 \rightarrow 2} = -\vec{F}_{2 \rightarrow 1}$$

## 7. Principe fondamental de la dynamique dans un référentiel non galiléen

Soit un corps ponctuel  $M$  de masse  $m$ , en mouvement dans un référentiel non galiléen  $R'$  avec l'accélération  $\vec{a}_{M/R'}$  et soumis à une force totale  $\vec{F}$ :

$$m\vec{a}_{M/R'} = \vec{F} + \vec{f}_{ie} + \vec{f}_{ic}$$

$\vec{f}_{ie}$  et  $\vec{f}_{ic}$  représentent les forces d'inertie d'entraînement et de Coriolis et sont définies par les relations suivantes:

$$\begin{aligned}\vec{f}_{ie} &= -m\vec{a}_e \\ \vec{f}_{ic} &= -m\vec{a}_c\end{aligned}$$

8. Les différents types de force

(a) Les forces à distance: interactions gravitationnelle et électromagnétique.

(b) Les forces de contacts solide-solide  $\vec{R}$

i. réaction normale à la surface  $\vec{R}_N$

ii. force de frottement  $\vec{R}_T$  (tangente à la surface) statique ou dynamique.

(c) Les forces de contacts solide-fluide:

i. frottement de Stokes pour des vitesses faibles

$$\vec{f} = -\alpha \vec{v}$$

ii. frottement de Newton pour des vitesses importantes

$$\vec{f} = -\alpha \|\vec{v}\|^2 \frac{\vec{v}}{\|\vec{v}\|}$$

9. Moment d'une force  $\vec{f}$

$$\vec{M}_O(\vec{f}) = \overrightarrow{OM} \wedge \vec{f}$$

10. Moment cinétique  $\vec{L}_O$

$$\vec{L}_O = \overrightarrow{OM} \wedge \vec{p}$$

avec  $\vec{p}$  vecteur quantité de mouvement.

11. Théorème du moment cinétique

Soit un corps ponctuel  $M$  de masse  $m$  en mouvement dans un référentiel galiléen  $R$  et soumis à une force  $\vec{f}$ :

$$\frac{d\vec{L}_O}{dt} = \vec{M}_O(\vec{f})$$

Remarque: Dans le cas d'une force centrale, le moment cinétique est une constante du mouvement.

12. Théorème de l'énergie cinétique

Soit un corps ponctuel  $M$  de masse  $m$  en mouvement dans un référentiel galiléen  $R$  et soumis à une force  $\vec{f}$ :

$$\begin{aligned} (t, t + dt); & \quad dE_c = \delta W \\ (t_1, t_2); & \quad \Delta E_c = W \end{aligned}$$

où  $\delta W$  représente le travail élémentaire de la force  $\vec{f}$  entre les instants  $t$  et  $t + dt$ , et  $W$  le travail total de la force  $\vec{f}$  entre les instants  $t_1$  et  $t_2$ .

13. Cas d'une force conservative

Une force  $\vec{f}$  est conservative si il existe une grandeur scalaire  $E_p$ , appelée énergie potentielle, telle que:

$$\vec{f} = -\overrightarrow{\text{grad}}E_p$$

Le travail élémentaire d'une telle force est alors défini par :

$$\begin{aligned}\delta W &= \vec{f} \cdot d\vec{r} \\ &= -dE_p\end{aligned}$$

Le travail total de cette force entre les instants  $t_1$  et  $t_2$  est défini par:

$$W = -\Delta E_p$$

Ce travail est donc indépendant du chemin suivi. De plus, sur un chemin fermé, ce travail est nul.

14. Énergie mécanique

Soit un point  $M$  soumis à une force conservative  $\vec{f}_c$  et à une force non conservative  $\vec{f}_{nc}$  (par exemple une force de frottement).

L'énergie mécanique du point  $M$  est définie par:

$$E_m = E_c + E_p$$

Entre les instants  $t$  et  $t + dt$  et en appliquant le théorème de l'énergie cinétique, on peut écrire:

$$\begin{aligned}dE_m &= dE_c + dE_p \\ &= \delta W(\vec{f}_c + \vec{f}_{nc}) - \delta W(\vec{f}_c) \\ &= \delta W(\vec{f}_{nc})\end{aligned}$$