

CAPES de Physique-Chimie d'Orléans
Préparation à l'écrit
TD Magnétostatique
12 octobre 2005

1. Champ magnétique créé par une bobine plate, bobines de Helmholtz

On considère une spire circulaire de centre O , d'axe $z'Oz$ et de rayon R parcourue par un courant d'intensité uniforme I .

- (a) En utilisant les plans de symétrie et(ou) d'anti-symétrie, que peut-on dire de la direction du champ magnétique créé par cette spire en un point de son axe?
- (b) En utilisant la loi de Biot et Savart montrer que le module du champ magnétique créé par cette spire en un point M de son axe a pour expression:

$$B(M) = \frac{\mu_0 I}{2R} \sin^3 \beta$$

- (c) Faire un schéma en indiquant le sens et la direction de ce champ magnétique ainsi que l'angle β .
- (d) Tracer la courbe donnant la variation de B en fonction de la distance z du point M au centre de la bobine. Vérifier que la courbe $B(z)$ présente un point d'inflexion pour $z = R/2$. Donner la valeur numérique du rapport $B(z = R/2)/B(z = 0)$.
- (e) Application numérique: Comparer à la valeur de la composante horizontale du champ magnétique terrestre, $B_T = 2.10^{-5}T$, la valeur du champ magnétique créé en son centre par une bobine plate comportant $N = 130$ spires de rayon moyen $R = 15.0cm$, parcourue par un courant d'intensité $I = 1.70A$.
- (f) On considère un dispositif constitué de deux bobines plates, identiques à celle étudiée précédemment, de même rayon moyen R , de même axe et comportant chacune N spires. Chacune de ces deux bobines est parcourue par un courant électrique constant, de même intensité I et de même sens. La distance entre les centres O_1 et O_2 des bobines vaut d . On appelle O le milieu de O_1O_2 et x la distance d'un point M de l'axe au point O . On se propose de montrer que pour une certaine valeur de d , que l'on exprimera en fonction de R , le champ magnétique varie très peu sur l'axe au voisinage du point O ; le dispositif est alors appelé "bobines de Helmholtz".
Montrer que le champ magnétique au point M peut se mettre sous la forme:

$$B(x) = f(z = \frac{d}{2} + x) + f(z = \frac{d}{2} - x)$$

où $f(z)$ est une fonction que l'on définira.

- (g) En effectuant un développement limité de $B(x)$ pour x petit, faisant intervenir les dérivées première, seconde et troisième de la fonction $f(z)$ que l'on ne cherchera pas à exprimer, montrer que pour une certaine valeur de d , que l'on exprimera en fonction de R , le champ magnétique se met sous la forme: $B(x) = 2f(d/2) + o(x^3)$.

2. Moment magnétique

On considère un conducteur cylindrique creux de rayons intérieur a et extérieur b ($b > a$), de hauteur h et d'axe $z'Oz$. Ce conducteur est parcouru par un courant uniforme I dont la densité volumique de courant \vec{j} dépend de la distance r à l'axe du cylindre. Cette densité de courant a pour expression: $\vec{j}(\vec{r}) = \frac{k}{r} \vec{e}_\varphi$ avec k une constante positive.

- (a) Donner l'expression de l'intensité dI qui circule dans un cylindre creux de rayons intérieur r et extérieur $r + dr$, de hauteur dz et d'axe $z'Oz$.
- (b) En déduire l'expression du courant I en fonction des paramètres du problème.
- (c) Déterminer alors l'expression du moment magnétique de ce conducteur.

3. Câble coaxial

On considère un câble coaxial d'axe $z'Oz$, de longueur infinie, constitué d'un conducteur intérieur cylindrique plein de rayon a et d'un conducteur extérieur cylindrique creux, d'épaisseur négligeable et de rayon b ($b > a$). Un courant électrique de même intensité I parcourt les deux conducteurs, circulant parallèlement à l'axe $z'Oz$, dans le sens de z' vers z pour le conducteur intérieur et en sens inverse pour le conducteur extérieur.

- (a) En utilisant des propriétés de symétrie et(ou) d'anti-symétrie, déterminer les directions du champ magnétique $\vec{B}(M)$ et du potentiel vecteur $\vec{A}(M)$ en tout point M de l'espace.
- (b) Déterminer l'expression du champ magnétique $\vec{B}(M)$ en tout point M de l'espace.
- (c) Déterminer l'expression du potentiel vecteur $\vec{A}(M)$ en tout point M de l'espace. On imposera $\vec{A}(\infty) = 0$.