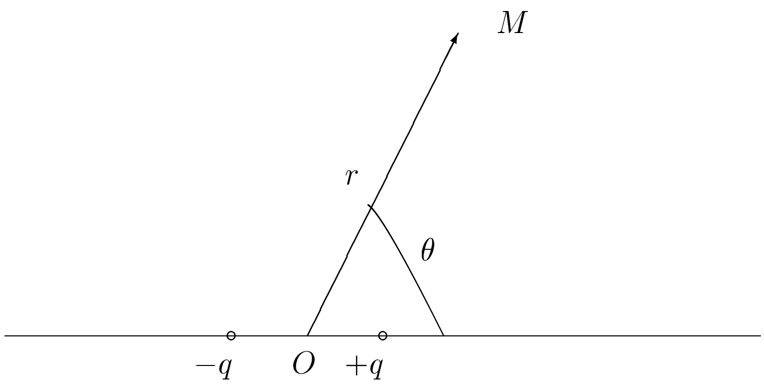
CAPES de Physique-Chimie d'Orléans
Préparation à l'écrit
TD Electrostatique
03 et 05 octobre 2005

1. Etude du dipôle électrostatique



(a) Un dipôle électrostatique est formé de deux charges opposées $+q$ et $-q$ situées à une distance d très faible devant les distances d'observation $\vec{r}$. Définir le moment dipolaire $\vec{p}$ et l'approximation dipolaire.

(b) Dipôle actif.
Montrer que le potentiel, puis le champ, créés par un dipôle en un point M très éloigné de l'origine du repère où est placé le dipôle, ont pour expression:

$$V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{\vec{p}\cdot\vec{r}}{r^3} \quad et \quad \vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{2p\cos\theta\vec{e}_r + p\sin\theta\vec{e}_\theta}{r^3}$$

On précisera sur un schéma la signification de chacun des symboles.
Tracer l'allure des lignes de champ et des équipotentielles en les justifiant.

(c) Dipôle passif.
Si ce dipôle est placé dans un champ appliqué uniforme $\vec{E}_a = E_a\vec{e}_x$, quelle action subit-il?
Quelle énergie potentielle d'interaction existe t-il entre le dipôle et le champ appliqué?
En déduire la position d'équilibre stable d'un dipôle dans un champ uniforme. On précisera le sens des lignes du champ $\vec{E}_a$ et l'orientation du dipôle.
Montrer que l'orsque le champ appliqué $\vec{E}_a$ n'est plus uniforme, le dipôle est soumis à une force $\vec{F} = p\frac{dE_a}{dx}\vec{e}_x$ si $\vec{e}_x$ est le vecteur unitaire selon la ligne de champ passant par le centre du dipôle et p la norme du moment dipolaire; commenter ce résultat.

2. Energie électrostatique d'un système de charges ponctuelles

   (a) On considère un système de trois charges ponctuelles identiques q placées au sommet d'un triangle équilatéral de côté a. En utilisant un calcul direct (apport successif de charges), puis une formulation générale, déterminer l'énergie de ce système.

   (b) On place à présent une quatrième charge q, de façon à ce que les quatre charges soient placées au sommet d'un tétraèdre régulier de côté a.

      i. Que devient l'énergie du système?

      ii. Que se passe t-il si deux des charges du tétraèdre changent de signe?

      iii. Trois des charges du tétraèdre sont maintenant égales à q. Quelle doit-être la valeur de la quatrième pour que l'énergie du système soit nulle?

3. On considère un disque de centre O, de rayon R, d'axe $z'Oz$ uniformément chargé avec une densité surfacique σ_0 positive.

   (a) Calculer en tout point de l'axe $z'Oz$ le champ et le potentiel électrostatique (on prendra l'origine du potentiel en l'infini).

   (b) Tracer les courbes $V(z)$ et $E(z)$.

   (c) Examiner le cas particulier où le rayon R du disque tend vers l'infini.

4. A l'intérieur d'un cylindre de longueur infinie, d'axe $z'Oz$ et de rayon R_1, se trouve une répartition volumique de charges de densité ρ_0 uniforme et positive. Ce premier cylindre est entouré d'un second cylindre de longueur infinie, de même axe et de rayon R_2 à la surface duquel se trouve une distribution de charges de densité σ_0 uniforme et positive.

   (a) Déterminer le champ électrostatique en tout point de l'espace.

   (b) En déduire l'expression du potentiel électrostatique en tout point de l'espace. On prendra l'origine du potentiel à la surface du cylindre intérieur.

5. Déterminer en tout point de l'espace le champ électrostatique créé par un fil de longueur infinie, d'axe $z'Oz$ et portant une densité linéique de charges uniforme λ_0. La détermination du champ électrostatique se fera en utilisant un calcul classique puis le théorème de Gauss.

6. Les équations de Maxwell concernant le champ électrostatique en régime permanent et dans le vide sont les suivantes:

$$\vec{\nabla}.\vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$
$$\vec{\nabla} \wedge \vec{E} = \vec{0}$$

   En déduire certaines propriétés et théorèmes concernant le champ électrostatique.