Automates finis et fonctions du continu dans un alphabet fini

Jérôme DURAND-LOSE

Stage initiation à la recherche – Master STIC 1 ORLÉANS

Titre du stage : Automates finis et fonctions du continu dans un alphabet fini

Mots-clés : Automate fini, fonction de $]0,1[$ dans un alphabet fini

Encadrant : Jérôme DURAND-LOSE

Laboratoire :

Laboratoire d'Informatique Fondamentale d'Orléans
Batiment IIIA
Rue Léonard de Vinci
B.P. 6759
F-45067 ORLÉANS Cedex 2

Téléphone : +33 (0)238 41 73 18

Télécopie : +33 (0238 41 71 37)

Mél : jerome.durand-lose@univ-orleans.fr

Domaine du stage

Ce sujet se place à la limite entre le discret, le digital, et le continu, l'analogique.

La théorie des langages traite les ensembles de suites de lettres. Beaucoup d'extensions existent pour traiter des mots sur d'autres supports discrets : sur $\mathbb{N}$ ou $\mathbb{Z}$, sur un arbre, un ordinal ou un ordre.

Que peut-on faire quand le support est continu, ici $]0,1[$? En passant par des approximations sous forme de suites finies, on peut définir une reconnaissance par un automate fini. Le stage propose de baliser ce terrain aux singulières propriétés.

Description détaillée du travail

Depuis les début de la théorie des langages et le théorème de KLEENE, les chercheurs n'ont eu de cesse de proposer des extensions, e.g. : lettres permutables (traces), lettres datées (mots temporisés) ou sur des supports partiellement ordonnés ou infinis. Ces modèles ne sortent que ponctuellement du cadre discret; l'utilisation de la continuité n'est que très parcimonieuse, pour des passages à la limite : à l'infini, pour un ordinal limite, certaines coupes d'un ordre...

Nous tentons de franchir le pas en essayant d'élaborer une théorie des langages pour des "mots" qui sont des fonctions de $]0,1[$ dans un alphabet fini. On ne peut formuler de critère direct de reconnaissance par un automate fini. Pour remédier à cela, nous approximons une fonction en découpant $]0,1[$ en une suite d'intervalles tels que pour chacun d'eux si la fonction n'y est pas constante, alors la longueur de l'intervalle est inférieur à un ε donné. À partir de ce découpage, on construit une suite de lettres (sur un alphabet plus grand) correspondant aux valeurs atteintes sur l'intervalle. Nous nommons ce mot une ε-approximation de la fonction. La reconnaissance par un automate correspond alors à avoir, pour tout ε, une ε-approximation de la fonction est reconnue par l'automate.

Parmi les premiers résultats connus citons l'indiscernabilité de certaines fonctions ce qui amène à une notion de classe, l'existence de classes correspondant à des fractales, la non-cloture par complémentarité, des problèmes avec la concaténation, certaines classes ne peuvent être reconnues seules...

Le but du stage est d'explorer ce monde qui touche d'une part à la théorie des langages, classique et discrète, et de l'autre aux bases de l'analyse (présentes par le $\forall\varepsilon$). Parmi les directions que l'on peut envisager (et dont des réponses définitives peuvent dépasser le cadre du DÉA) :

- autre définition des classes et liens entre elles,
- opérateurs sur les (ensembles) de classes et opérateurs sur les automates,
- description des classes reconnues par un automate, construction d'automates en fonction de descriptions (d'ensembles) de classes, et forme de théorème de KLEENE.

Commentaires

Aucun pré-requis n'est demandé. C'est un sujet très récent sur lequel il n'y a que très peu de choses connues.

Aucun financement pour le stage n'est possible.

Le sujet se prête fortement à être continué en thèse.