

Contrôle d'arêtes (Edge monitoring) dans les Graphes

Fairouz Beggas,

Mohammed Haddad, Guillaume bagan, Hamamache Kheddouci

Journées Graphes et Algorithmes 2015
4-6 Novembre 2015 - Orléans

Fairouz.beggas@liris.cnrs.fr

Laboratoire d'InfoRmatique en Image et Systèmes d'information

LIRIS UMR 5205 CNRS/INSA de Lyon/Université Claude Bernard Lyon 1/Université Lumière Lyon 2/Ecole Centrale de Lyon

<http://liris.cnrs.fr>

☰ Introduction et motivation

☰ Définition et variantes du problème

☰ Quelques résultats : Complexité,
Bornes,
Quelques classes de graphes.

Introduction

----> Réseaux de capteurs
(observation, contrôle, surveillance...etc).

Contrôle d'environnement



Surveillance médical



Réseau de capteurs

Domaine des transports



le bâtiment



Industrie

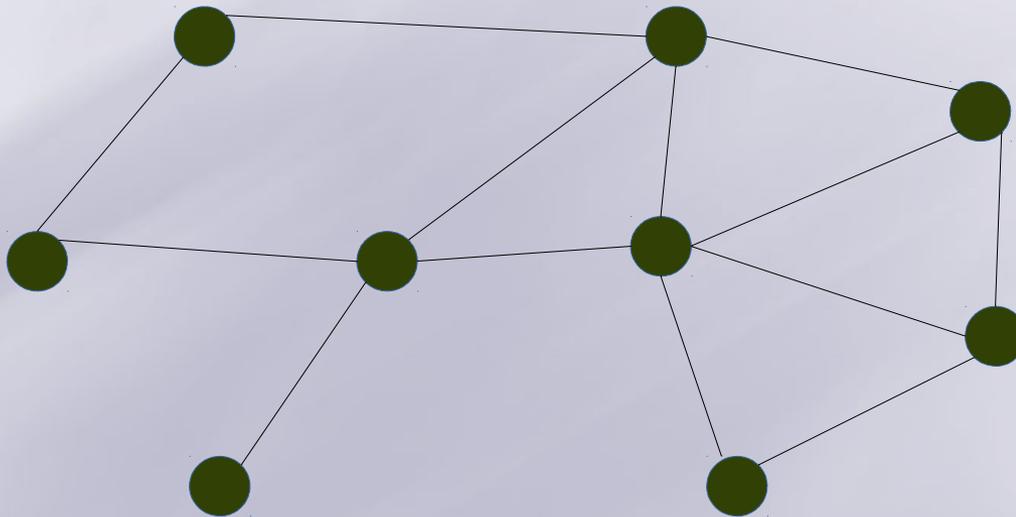


Motivation

Importance de la sécurité

Différents mécanismes de sécurité dans les réseaux de capteurs sans fils.

→ **Contrôle d'arêtes.**

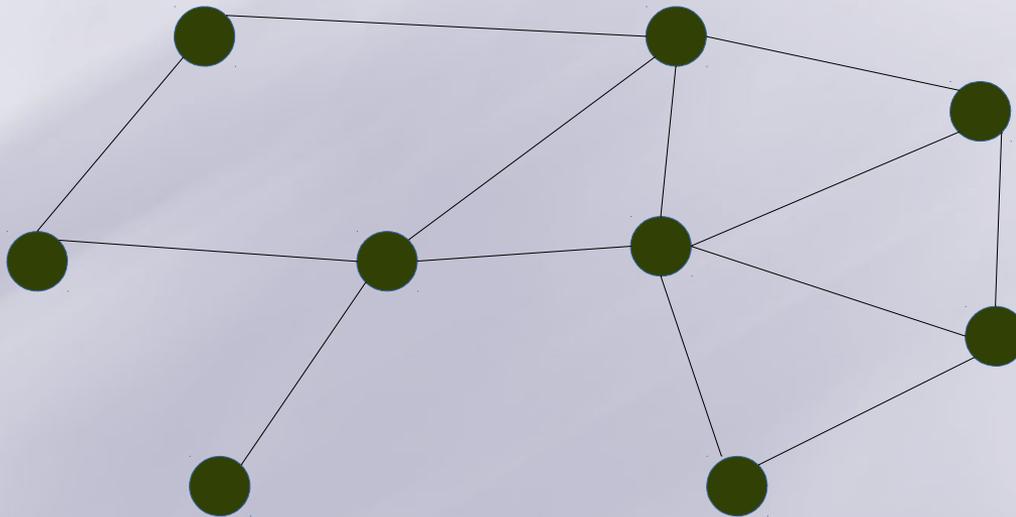


Motivation

Importance de la sécurité

Différents mécanismes de sécurité dans les réseaux de capteurs sans fils.

→ **Contrôle d'arêtes.**

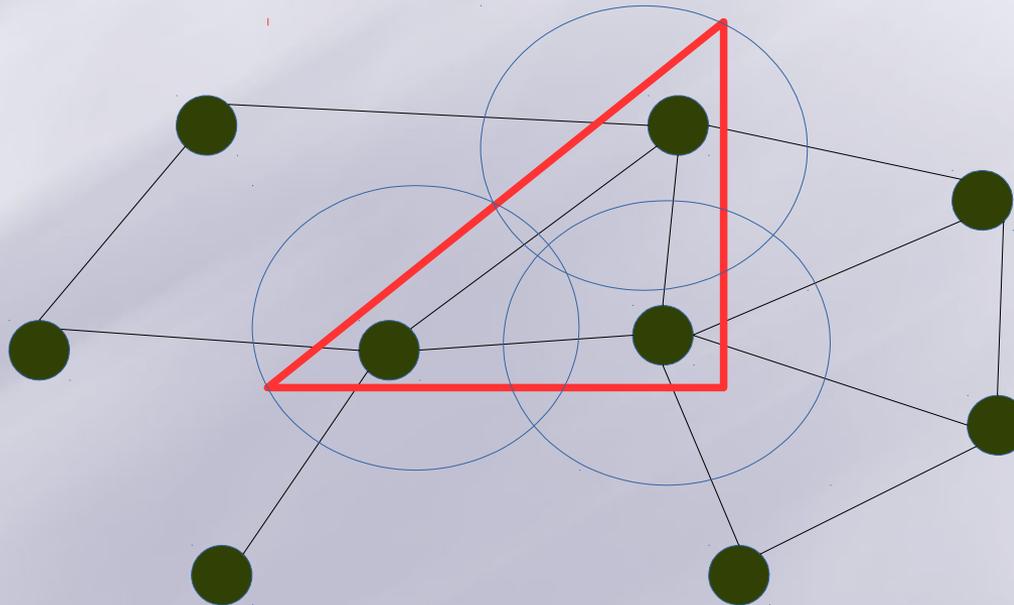


Motivation

Importance de la sécurité

Différents mécanismes de sécurité dans les réseaux de capteurs sans fils.

→ **Contrôle d'arêtes** [Dong et al.,08]

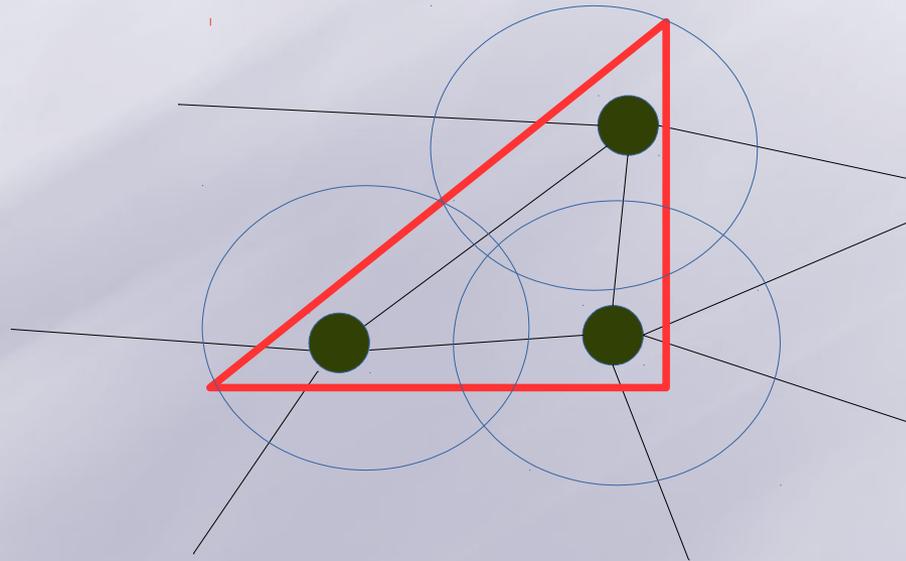


Motivation

Importance de la sécurité

Différents mécanismes de sécurité dans les réseaux de capteurs sans fils.

→ **Contrôle d'arêtes** [Dong et al.,08]

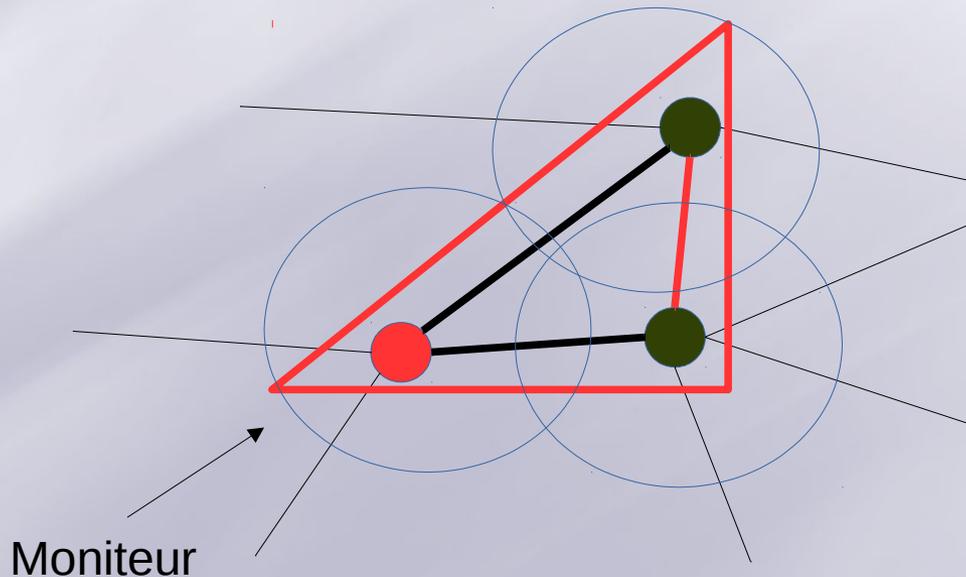


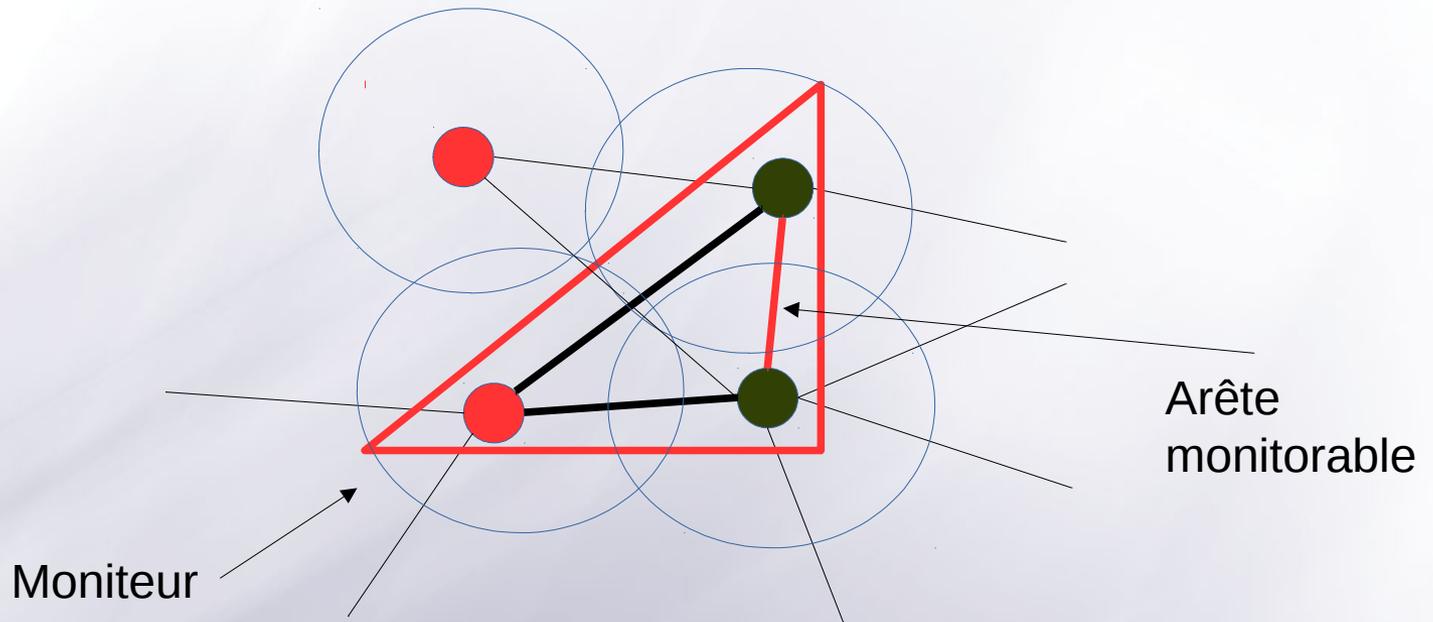
Motivation

Importance de la sécurité

Différents mécanismes de sécurité dans les réseaux de capteurs sans fils.

→ **Contrôle d'arêtes** [Dong et al.,08]





Moniteur, Monitorable et domination

Un sommet est dit moniteur d'une arête « e » s'il forme un triangle avec.

Une arête est monitorable « i » fois s'il existe au moins « i » moniteurs pour la dominer (monitorer).

☰ Introduction et motivation

☰ **Définition et variantes du problème**

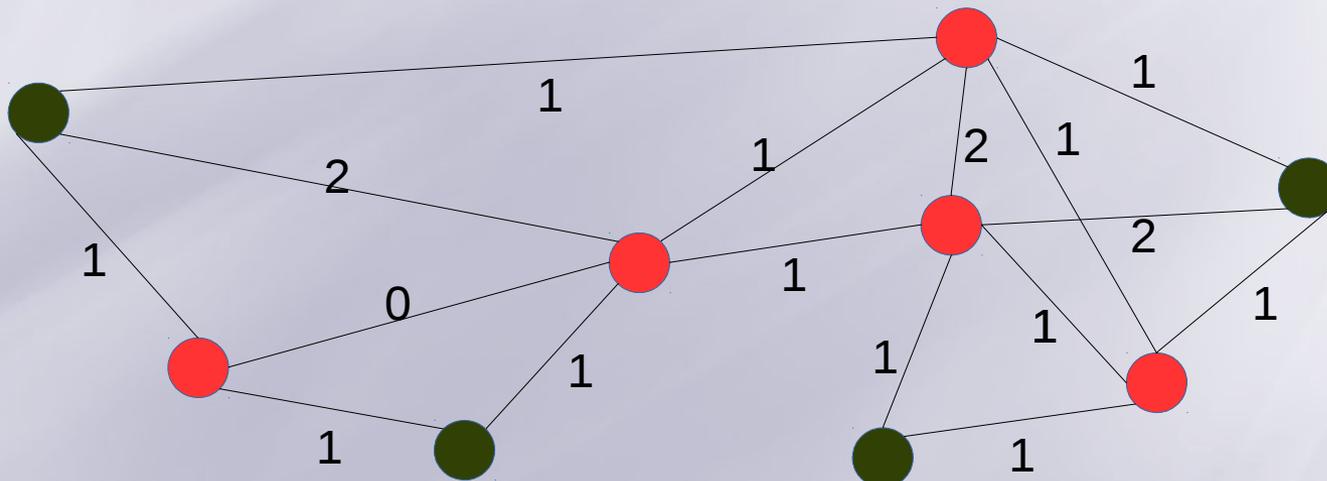
☰ Quelques résultats : Complexité,
Bornes,
Quelques classes de graphes.

Définition du problème

Edge monitoring

Instance : Graphe $G (V, E, c)$,
 c une coloration sur les arrêtes.

Question: Quel est le nombre minimum de moniteurs pour monitorer G ?



Définition du problème

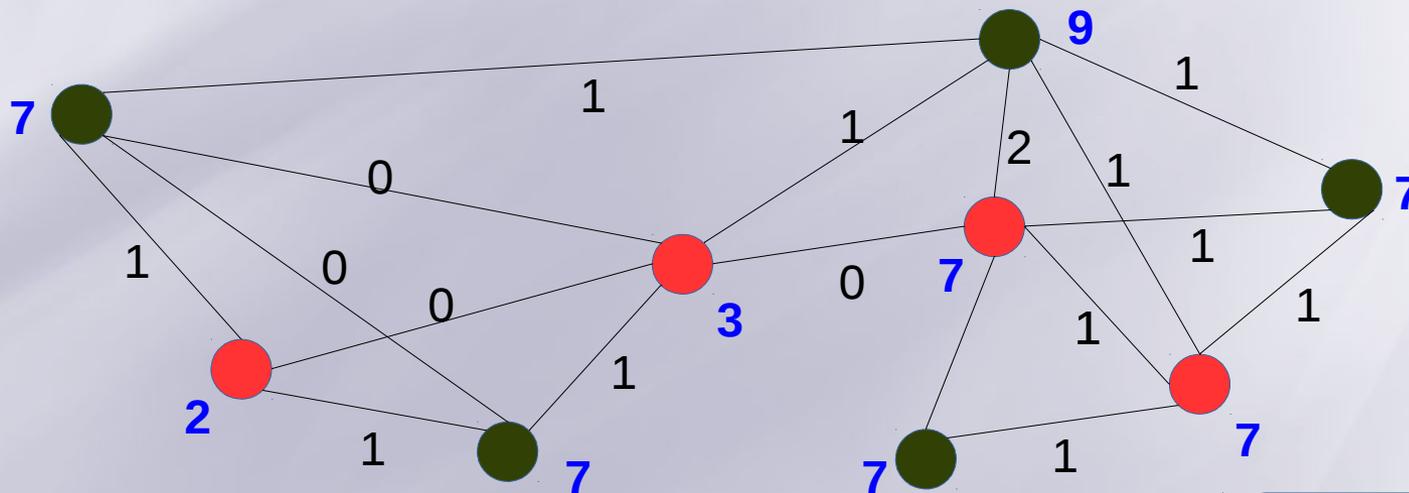
Weighted Edge monitoring

Instance : Graphe $G (V, E, w, c)$.

Sortie : Le plus petit ensemble S qui monitore G et minimise $w(S)$.

c → Est une coloration sur les arrêtes.

w → Poids sur les sommets (le coût des moniteurs).



Variantes du problème

Un graphe avec un coloration c → **Edge monitoring**

Si la coloration est uniforme → **k-uniform Edge monitoring**

Si les sommets sont pondérés → **Weighted Edge monitoring**

Une coloration c est satisfaite si toutes les arrêtes du graphe G sont Monitorables.

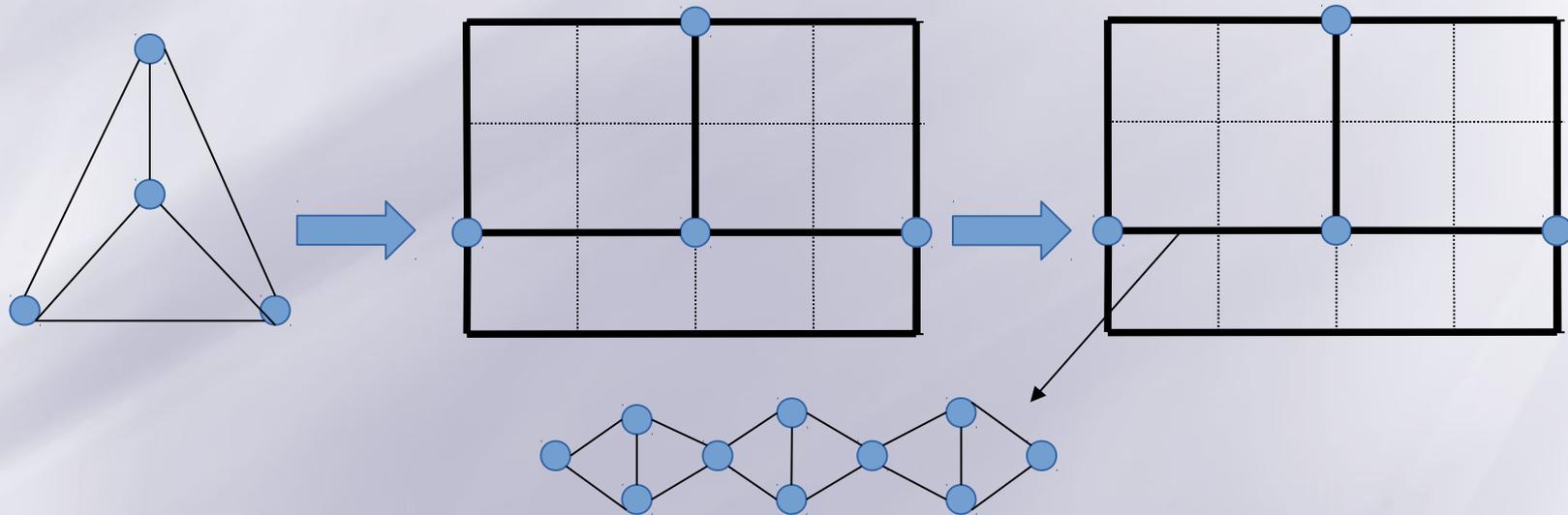
$\gamma_c^e(G)$ est le plus petit nombre de moniteurs qui satisfait la coloration c .

- ≡ Introduction et motivation
- ≡ Définition et variantes du problème
- ≡ Quelques résultats : Complexité,
Bornes,
Quelques classes de graphes.

Théorème 1

Le edge monitoring est NP-complet dans les graphes à disque unitaire planaires.

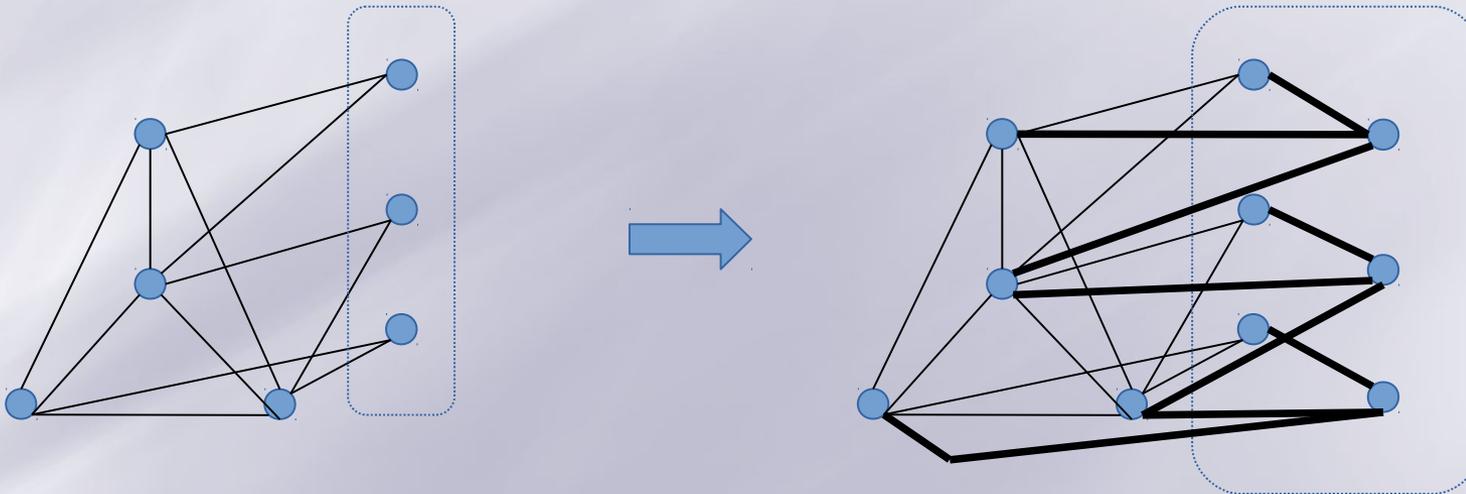
Réduction du Vertex Cover dans les graphes planaires



Théorème 2

Le edge monitoring est NP-complet dans les graphes monitorable
(P_5 , C_4 , C_5)-free.

Réduction de la total Domination dans les splits graphes



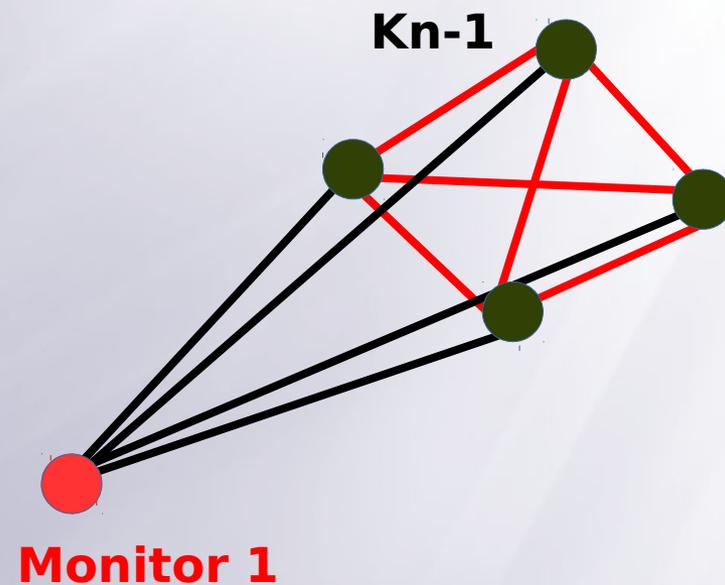
Proposition 3

Trois moniteurs suffisent pour monitorer un graphe complet K_n .



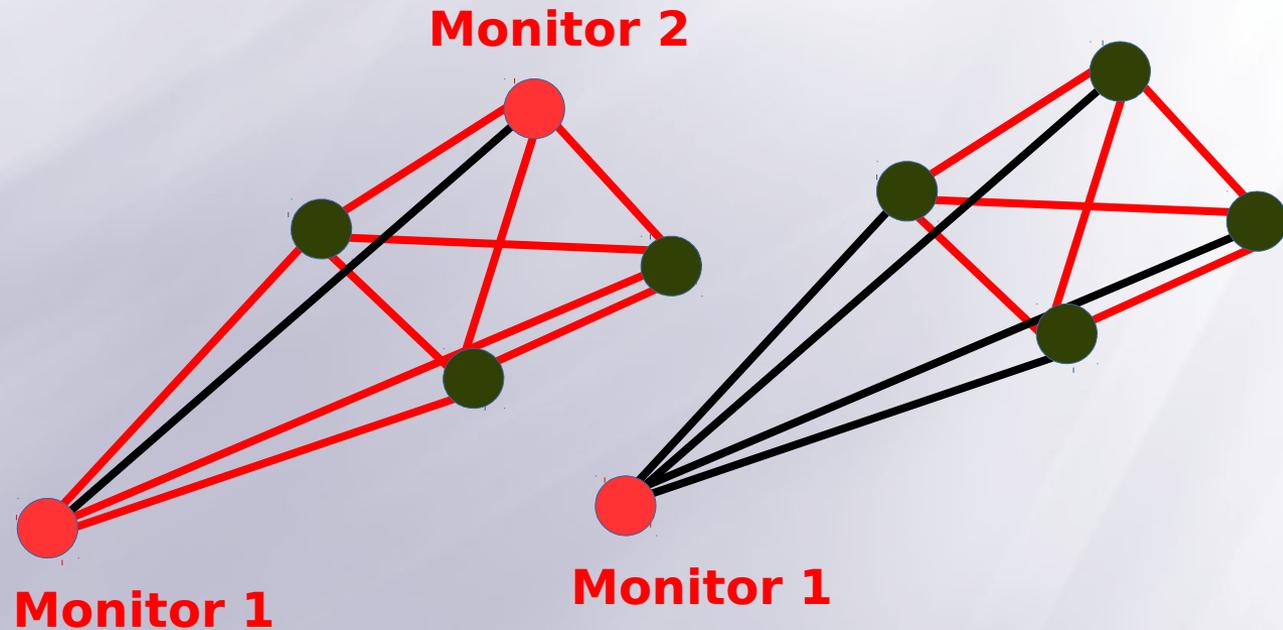
Proposition 3

Trois moniteurs suffisent pour monitorer un graphe complet K_n .



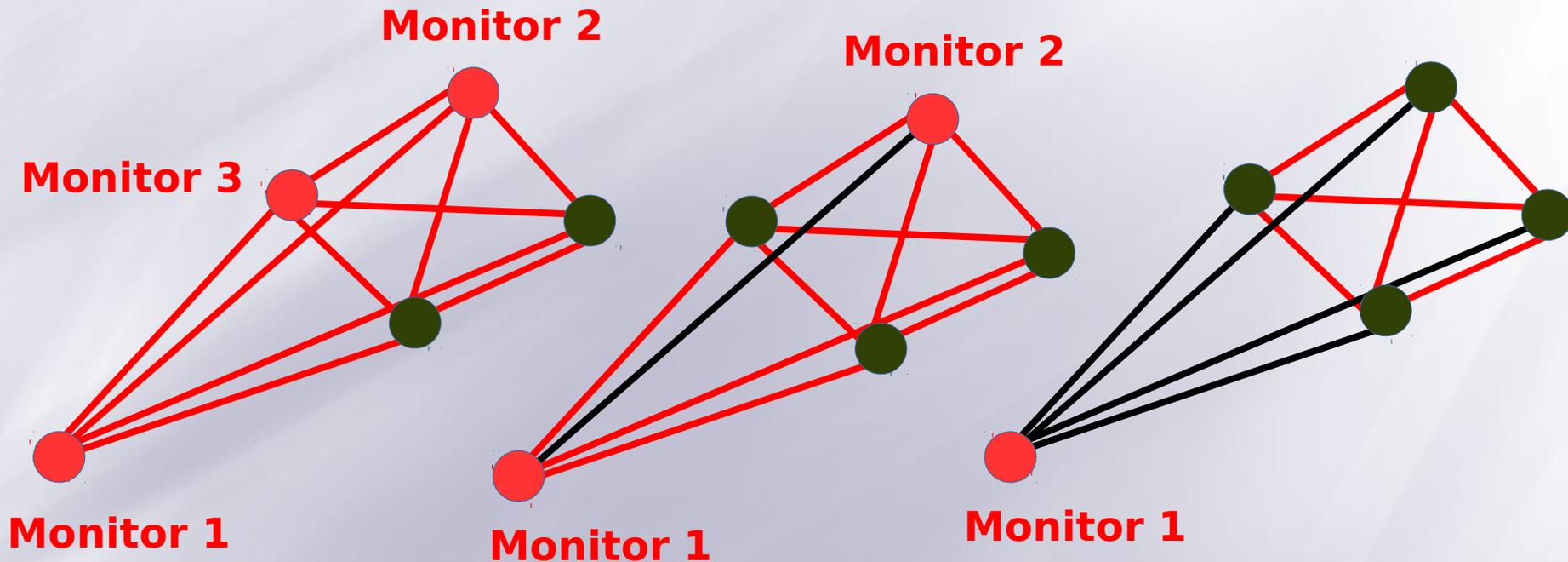
Proposition 3

Trois moniteurs suffisent pour monitorer un graphe complet K_n .



Proposition 3

Trois moniteurs suffisent pour monitorer un graphe complet K_n .



Proposition 4

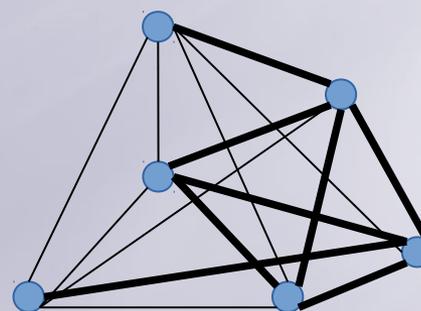
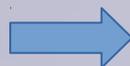
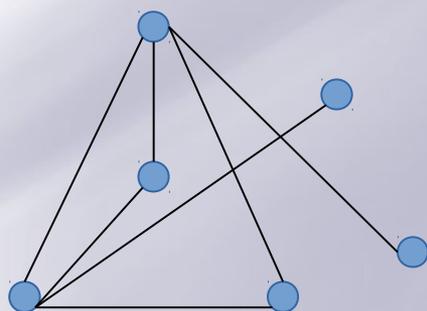
C borné

$G = K_n$, avec w, c . $C = \max\{c(e) : e \in E\}$ et $|V| \geq C + 2$.
 $C \leq \gamma_c^e(G, c) \leq C + 2$.

Proposition 5

Le weighted edge monitoring est NP-complet dans les graphes complet.

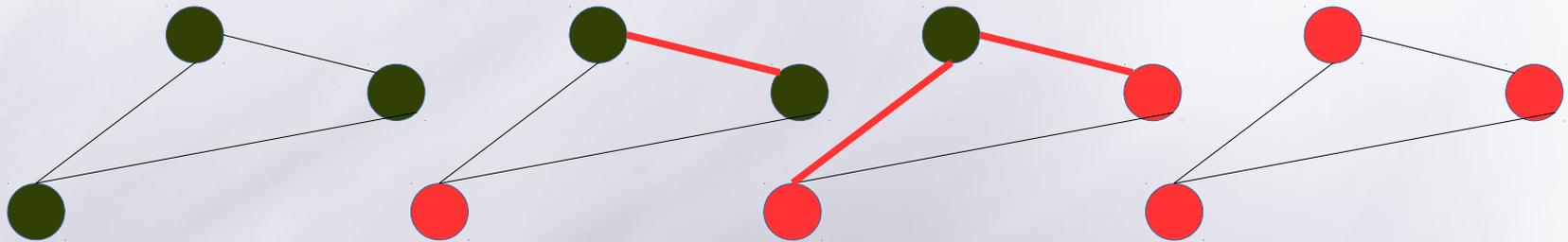
Réduction de l'ensemble indépendant



$c=k-1$ ———
 $c=0$ ———

Proposition 6

Le nombre de moniteurs dans un graphe G est $3 \leq \gamma_C^e(G)$.



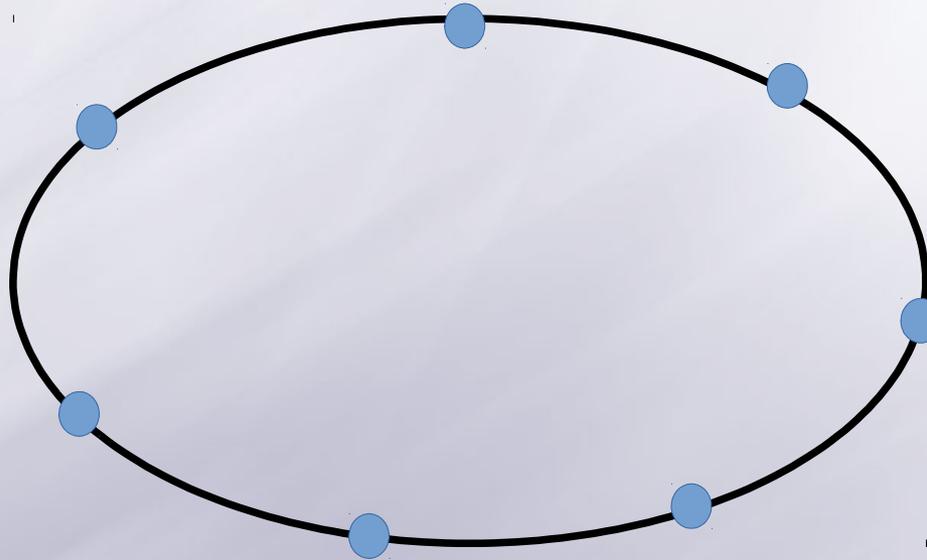
Relation Entre la domination par triangle, la double Domination totale et le triangle packing

Proposition 7

Etant un graphe G . EPT est le packing en triangles avec arêtes disjointes de G .

$$\gamma_{\times 2, t}(G) \leq \gamma_C^e(G) \leq |V(\text{EPT})|.$$

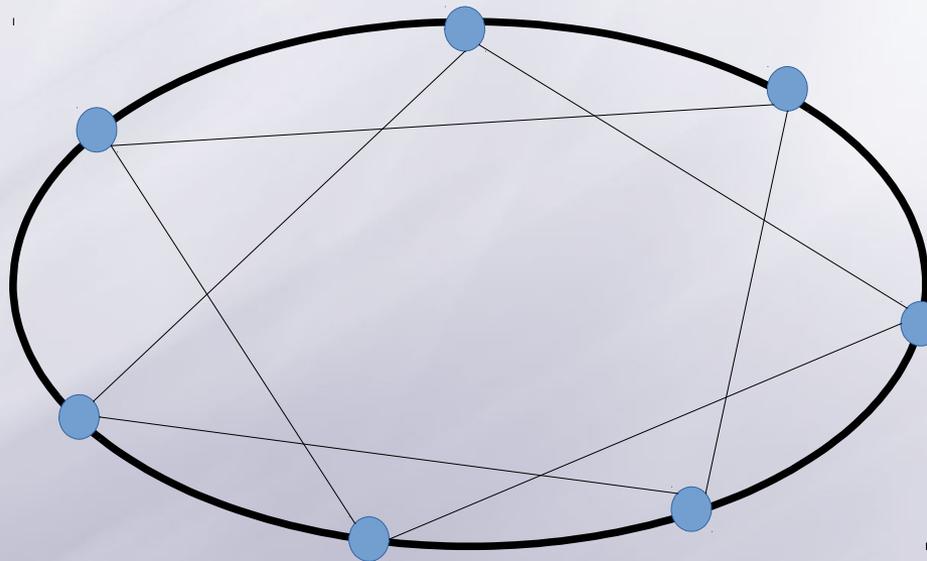
Cycle



Pas possible

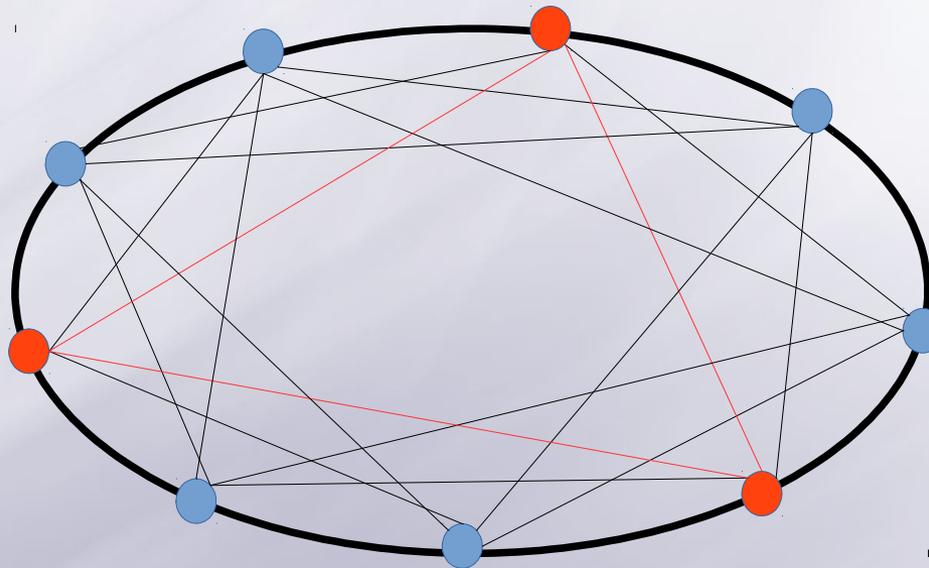


Cycle Puissance 2 et $n > 3p$



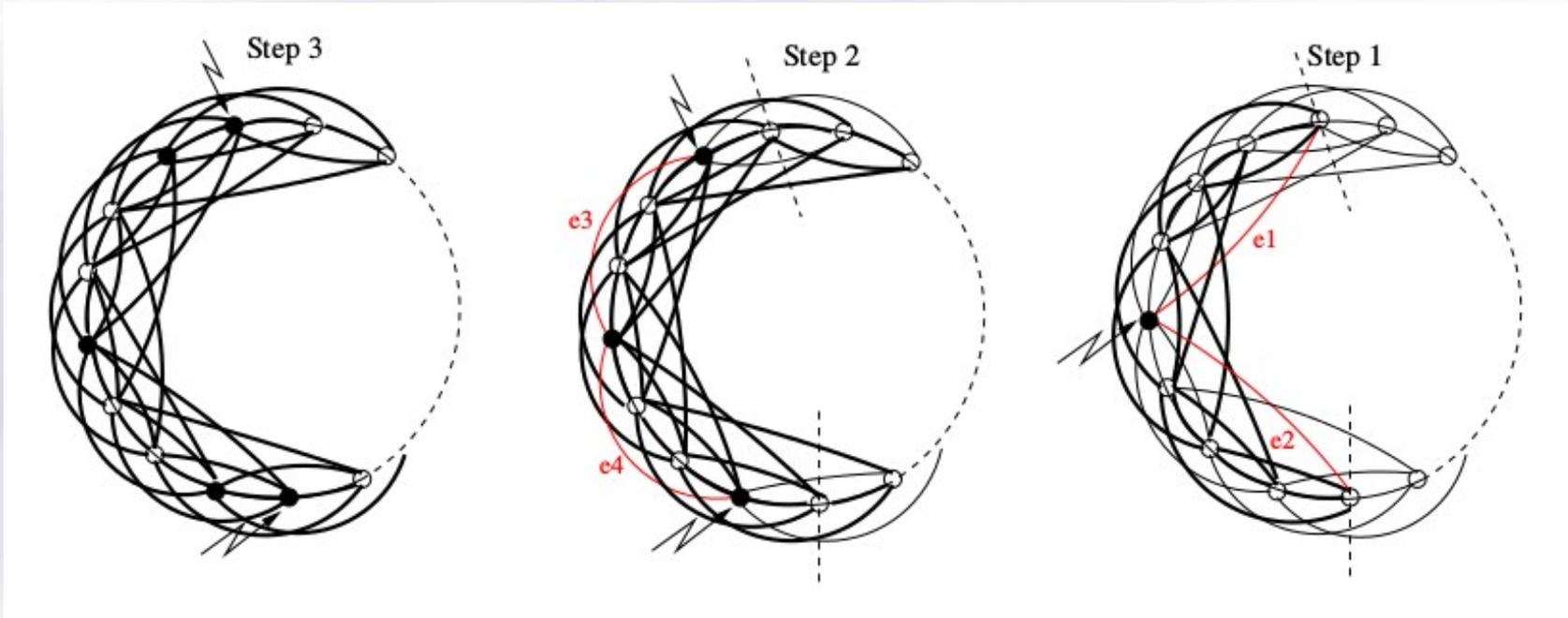
Tous les sommets sont moniteurs

Cycle Puissance avec $n \leq 3p$



3 sommets sont moniteurs

Cycle Puissance avec $n > 3p$ et $p > 2$



3 sommets pour chaque $(2p-1)$ sommets

Proposition 8

Le cycle puissance C_n^p a un nombre de monitors égale a :

$$\left\{ \begin{array}{ll} 3 & \text{Si } n \leq 3p \\ n & \text{Si } p = 2 \text{ et } n > 3p \\ 3(n/2p - 1) + c & \text{Sinon.} \end{array} \right.$$

Avec $c = 0$ si $n[2p-1] = 0$,
 $c = 1$ si $n[2p-1] = 1$,
 $c = 2$ si $2 \leq n[2p-1] \leq p$
 $c = 3$ sinon.



Proposition 9

Le chemin puissance P_n^p a un nombre de monitors égale a :

$$\left\{ \begin{array}{l} 3 \\ 4 \\ n - 2 \\ 3 \left(\frac{n - 2p - 2}{2p - 1} \right) + 4 + c \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{Si } n \leq 2p + 1 \\ \text{Si } 2p + 1 < n \leq 3p \\ \text{Si } n > 3p \text{ et } p = 2 \\ \text{Sinon.} \end{array}$$

Avec $c = 0$ si $0 \leq n - 2p - 2[2p - 1] \leq p - 2$,
 $c = 1$ si $p - 1 \leq n - 2p - 2[2p - 1] \leq 2p - 3$,
 $c = 2$ sinon.



D'autres Classes de graphes : Graphes d'intervalle

Graphes de permutations

Cographe

...

Questions



Résultats

Proposition

$c = 1$

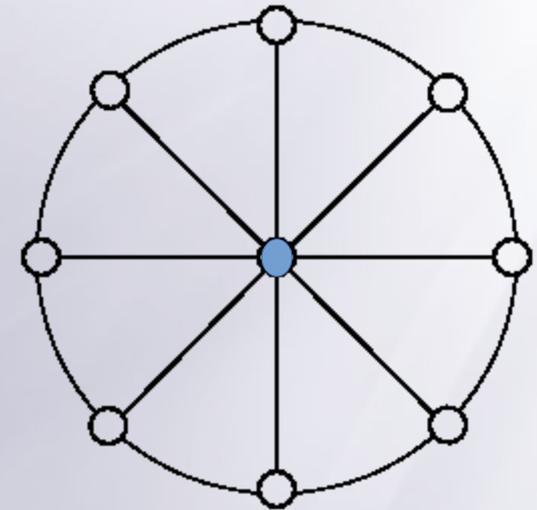
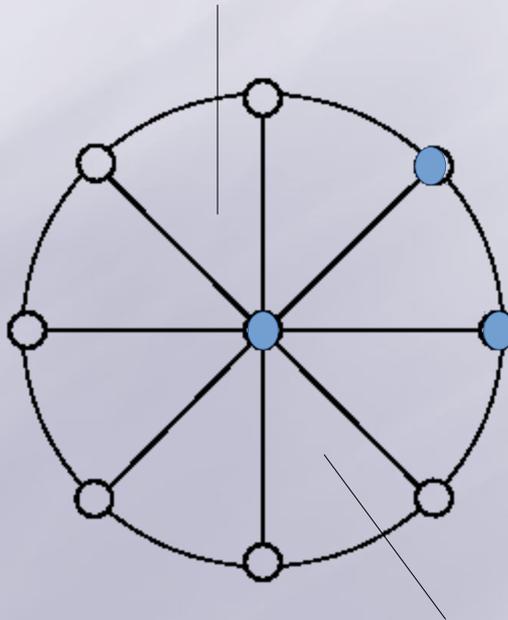
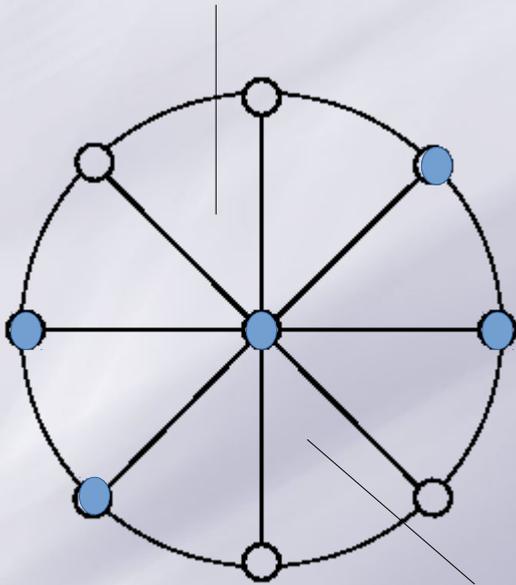
Etant le graphe Roue W_n , le nombre de monitors est :

$$y_c(W_n) = 2\alpha + 1 \quad \text{Si } n - 1 \equiv 0[4]$$

$$y_c(W_n) = 2\alpha + 2 \quad \text{Si } n - 1 \equiv 1[4]$$

$$y_c(W_n) = 2\alpha + 3 \quad \text{Sinon.}$$

Tel que $\alpha = (n - 1)/4$.



Types de Domination

- Il existe plusieurs types de domination [Haynes et al.,98].
- Domination arrête-arrête (exp. Edge dominating set,...).
 - Domination sommet-sommet (exp. Domination simple, totale domination...)
 - **Domination sommet-arrête (exp. Vertex cover,...).**

Moniteur, Monitorable et domination

Un sommet est dit moniteur d'une arrête « e » s'il forme un triangle avec.

Une arrête est monitorable « i » fois s'il existe au moins « i » moniteurs pour la dominer (monitorer).