

# *Unconventional computation* 1 / 2

Introduction aux et tour d'horizon des  
modèles non conventionnels de calcul

Jérôme Durand-Lose



Laboratoire d'Informatique Fondamentale d'Orléans  
Université d'Orléans, Orléans, FRANCE



ÉNS Cachan — 2 septembre 2014

- 1 Calcul conventionnel ?
- 2 Calcul infini
- 3 Manipulation des réels
- 4 Natural computing
- 5 Assemblage de tuiles
- 6 Automates cellulaires
- 7 Modèles à base de géométrie euclidienne
- 8 Intuition d'un mode / monde continu
- 9 Formalisation
- 10 Propriétés
- 11 Fractales et calcul fractal
- 12 Hypercalcul

- 1 Calcul conventionnel ?
- 2 Calcul infini
- 3 Manipulation des réels
- 4 Natural computing
- 5 Assemblage de tuiles
- 6 Automates cellulaires
- 7 Modèles à base de géométrie euclidienne
- 8 Intuition d'un mode / monde continu
- 9 Formalisation
- 10 Propriétés
- 11 Fractales et calcul fractal
- 12 Hypercalcul

# L'Informatique est une science

Théorie, prédition, réfutation

Mathématisation

Modèle, prédition...

Expérimentation

Prototypage, mesure de performances...

Application

Ordinateur, internet, intelliphone...

# Paradigmes ?

## Modèles

- Machine de Turing, machine RAM...
- Fonctions récursives,  $\lambda$ -calcul...
- Modèles du parallélisme, du distribué, des communications...
- Réseaux de Pétri, Abstract state machine... (vérification...)

( $\rightsquigarrow$  logique et mathématiques discrètes)

## Paradigme implicite

- Action atomique ( $\rightsquigarrow$  temps discret)
- Valeurs discrètes

## Paradigme conventionnel

« correspond » à nos ordinateurs et y est « implantable »

- Machines de Turing (ou équivalent) :  
*Calcul des données au résultat*

- Espace, valeurs, états discrets
- Temps discret

- Classes de calculabilité
- Classes de complexité

Autant de façons de ne pas être conventionnel !

## Sortir des bornes

*Comportement et non production de résultats*

Décider la Halte

~~~ *Hyper-computing*

Classes de complexité incomparables

ce que l'on peut encore faire en limitant une ressource

Valeurs continues

~~~ *Analog computation*

Temps continu

~~~ *Continuous computation*



# Déplacement du paradigme, monde ouvert

## Sans arrêt

- système d'exploitation
- serveur

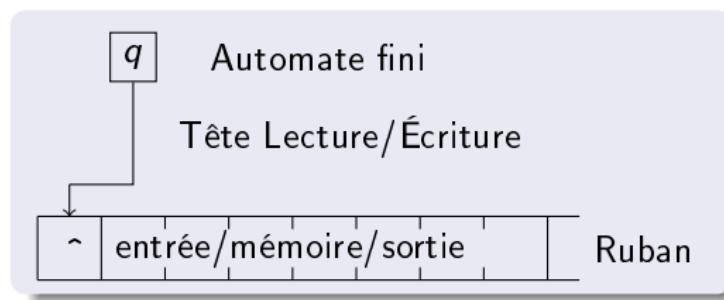
## Interaction

- agents
- dialogue

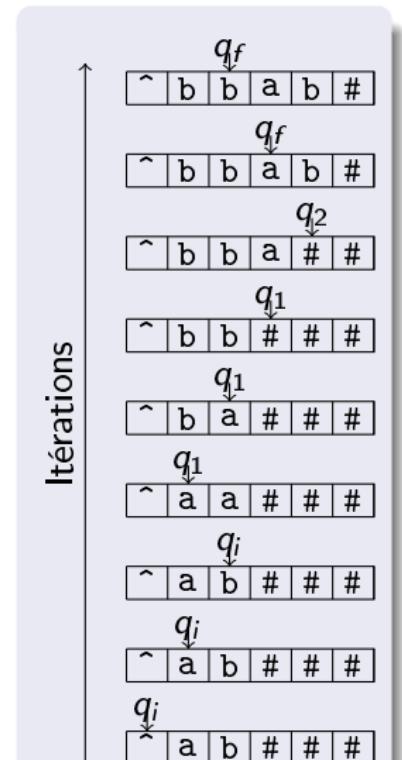
## Communication

- transmission, acheminement de l'information
- $\pi$ -calcul

# Machines de Turing



- Entrée écrite sur le ruban
- Résultat écrit sur le ruban...  
quand la machine s'arrête



- 1 Calcul conventionnel ?
- 2 Calcul infini
- 3 Manipulation des réels
- 4 Natural computing
- 5 Assemblage de tuiles
- 6 Automates cellulaires
- 7 Modèles à base de géométrie euclidienne
- 8 Intuition d'un mode / monde continu
- 9 Formalisation
- 10 Propriétés
- 11 Fractales et calcul fractal
- 12 Hypercalcul

# Variations sur les machines de Turing

## Quasi-conventionnelles

- aléatoires
- non-déterministes
- alternantes

## Sans arrêt

- *à essais et erreurs finis* (change d'avis un nombre fini de fois)  
On peut déjà décider la Halte !

# À l'infini, et après

## À temps infini

- définition d'une limite pour chaque case

## Accélérante (vers la « réalisation »)

- chaque transition est deux fois plus rapide que la précédente
- infinité d'itérations mais durée totale finie connue

## Transfinie / ordinaire (Hamkins, 2007)

- on repart de la limite...
- limite pour l'état et la position de la tête
- état initial, transition suivante, transition limite  
    ~> échelle de temps ordinaire
- le ruban (espace) peut aussi être ordinal !

## Réalisable ?

Variations et « démonstrations » de la thèse de Church-Turing  
à partir de

- causalité, localité
- densité finie d'information, granularité espace-temps
- « discrétisation » à une certaine échelle  
( $\leadsto$  automates cellulaires)
- (espace euclidien)

## Calcul quantique

- basé sur la superposition quantique  
(+ opérateur hermitiens + observations)
- classes de complexité différentes
- « téléportation quantique »



# Relativité restreinte, générale, cosmologie . . .

À grande échelle, notre espace-temps n'est pas euclidien

Il vérifie(rait) les équations de la RG

Il existe beaucoup de solutions « intéressantes »

## Accélération relative

- Deux *time-like curve*, l'une accélérée par rapport à l'autre

## Premier exemple

- célérité ↗ écoulement du temps ↘
- atteindre la vitesse de la lumière
- atteindre la fin des temps en un temps fini
- récupère le résultat (mais plus grand chose à faire)

## Utilisation de singularités

Trou noir où on plongerait (Etesi and Németi, 2002)

- et on y serait freiné

Trou noir où on lancerait une machine

- qui y serait accélérée
- on resterait l'oreille collée à l'horizon

Structures emboîtées (Hogarth, 2004)

- monter la hiérarchie arithmétique

et pourquoi pas... (Stannett, 2013)

- revenir mais en inversant temps et espace
- modifier le passé (p.e. la valeur d'une variable)



- 1 Calcul conventionnel ?
- 2 Calcul infini
- 3 Manipulation des réels
- 4 Natural computing
- 5 Assemblage de tuiles
- 6 Automates cellulaires
- 7 Modèles à base de géométrie euclidienne
- 8 Intuition d'un mode / monde continu
- 9 Formalisation
- 10 Propriétés
- 11 Fractales et calcul fractal
- 12 Hypercalcul

## « Vrais » réels

### Implantés

- double 3.54e41  
nombre fini de valeurs / Approximation
- Symbolique  $\sqrt{2}.\pi$   
nombre dénombrable de valeurs / Exact

### General Purpose Analog Computer (Shannon, Pour-El)

- Système linéaire d'équations différentielles

### Analyse récursive (Weihrauch, 2000)

- Représentation infinie, approximation convergente  
 $\rho(\$q_0\$q_1\$ \dots \$q_i\$ \dots) = x$ ssi  $q_i \in \mathbb{Q}$  et  $|q_i - x| < 2^{-i}$
- Machine qui lit et écrit (sans raturer) dans ce format
- Temps infini pour une réponse complète / exacte

# Modèle Blum, Shub et Smale (Blum et al., 1998)

## Valeurs

- exactes
- pas de question de représentations

## Manipulation

- évaluation de polynôme en les variables
- branchement en fonction du signe
- en temps constant

- « extension » des automates à compteurs
- généralisation :  
remplacer  $\mathbb{R}$  par n'importe quelle structure (semi-)algébrique

# Fonction $\mathbb{R}$ -Récursive (Moore, 1996)

Ensemble de fonctions . . .

contenant constantes 0 et 1 (et projections)

clos par composition

clos par récursion différentielle :

$$h(\vec{x}, y) = f(\vec{x}) + \int_0^y g(\vec{x}, t, h(\vec{x}, t)) dt$$

clos par recherche de zéro :

$$h(x) = \inf_{y \text{ selon } |.| \text{ puis signe}} h(\vec{x}, y) = 0$$

- 1 Calcul conventionnel ?
- 2 Calcul infini
- 3 Manipulation des réels
- 4 Natural computing
- 5 Assemblage de tuiles
- 6 Automates cellulaires
- 7 Modèles à base de géométrie euclidienne
- 8 Intuition d'un mode / monde continu
- 9 Formalisation
- 10 Propriétés
- 11 Fractales et calcul fractal
- 12 Hypercalcul

# Physique et Biologie

## Inspiration pour l'informatique (p.e. méta-heuristiques)

- recuit simulé
- algorithmes génétiques / évolutionnistes
- colonies de fourmis

## L'utiliser pour calculer, p.e. optique

- communication, fibre optique, multiplexeurs optiques...
- déformation d'images, transformée de Fourier...  
(Naughton and Woods, 2001)
- prismes, caches... (Goliaei and Jalili, 2012)

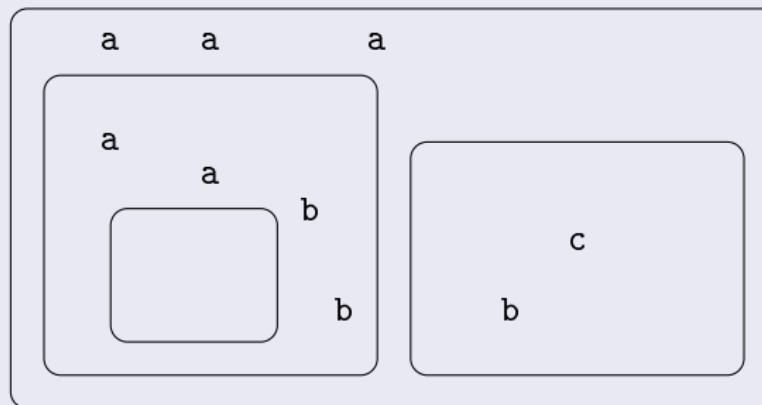
## Reaction Systems (Ehrenfeucht and Rozenberg, 2010)

- soupe chimique
- réactions

## Population protocols (Angluin et al., 2007)

- nuée d'automates simples
- rencontres au hasard
- mise à jour locale

# Membrane computing / P-Systems (Păun, 2002)



- Membranes includes les unes dans les autres
- Objets (symboles) sont dans les espaces délimités
- Règles pour ajouter / enlever des objets / membranes

## DNA computing (Păun et al., 1998)

### Soupe / action / sélection

- Grand nombre de valeurs différentes engendrées
- Ne garder que celles représentant une solution

### Modifications

- Grosse molécule codant les données
- Modifications chimiques faisant un calcul

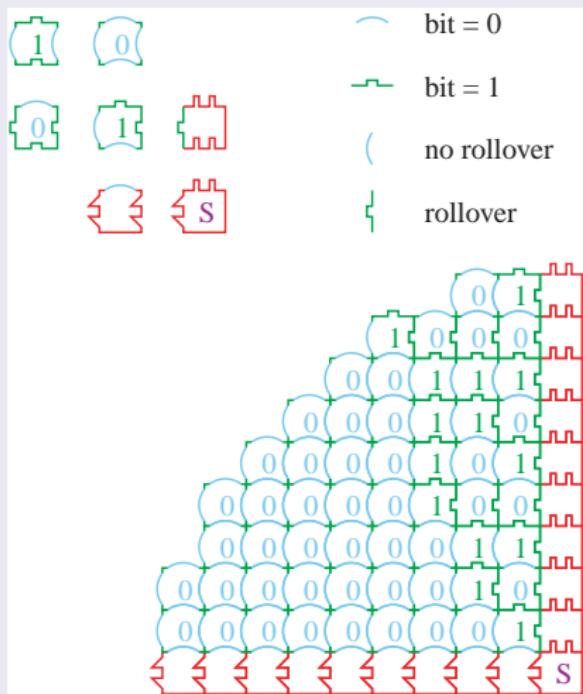
### Construction de formes

- Repliement des protéines
- Interaction / assemblage
- (auto-assemblage des tuiles)

- 1 Calcul conventionnel ?
- 2 Calcul infini
- 3 Manipulation des réels
- 4 Natural computing
- 5 Assemblage de tuiles
- 6 Automates cellulaires
- 7 Modèles à base de géométrie euclidienne
- 8 Intuition d'un mode / monde continu
- 9 Formalisation
- 10 Propriétés
- 11 Fractales et calcul fractal
- 12 Hypercalcul

# Algorithmic Self-Assembly of DNA (Winfree, 2000)

Fig .3



- Tuiles : grosses molécules
- S'attachent grâce à des brins d'ADN
- On part d'une *graine*
- Formes apparaissent par agrégation

Motivations théoriques

Expériences d'assemblages  
(tapis Serpinski)

Nanotechnologies

## Calculer

- À partir de la graine,  
mise en place de l'entrée
- Ligne du dessus commence avec  
la représentation de la transition

Mise à jour *distribuée*  
ni séquentielle ni parallèle synchrone

|         |         |         |         |         |   |
|---------|---------|---------|---------|---------|---|
| ~       | b       | b $q_f$ | a       | b       | # |
| ~       | b       | b       | a $q_f$ | b       | # |
| ~       | b       | b       | a       | # $q_2$ | # |
| ~       | b       | b       | # $q_1$ | #       | # |
| ~       | b       | a $q_1$ | #       | #       | # |
| ~       | a $q_1$ | a       | #       | #       | # |
| ~       | a       | b $q_i$ | #       | #       | # |
| ~       | a $q_i$ | b       | #       | #       | # |
| ~ $q_i$ | a       | b       | #       | #       | # |

## Construction de formes

- un carré ?
- tous les carrés ?
- en temps optimal ? (Becker et al., 2008)

## Questions (Becker, Pattitz, Woods)

- formes/figures atteignables ?
- séparations des températures ?
- universalité intrinsèque : un jeu de tuiles *simulant* tous les autres

- 1 Calcul conventionnel ?
- 2 Calcul infini
- 3 Manipulation des réels
- 4 Natural computing
- 5 Assemblage de tuiles
- 6 Automates cellulaires
- 7 Modèles à base de géométrie euclidienne
- 8 Intuition d'un mode / monde continu
- 9 Formalisation
- 10 Propriétés
- 11 Fractales et calcul fractal
- 12 Hypercalcul

(von Neumann et Ulam 1952)

- *agencement bi-infini de cellules*
- à chaque itération, toutes les cellules changent d'état en fonction des voisines
- mode de fonctionnement des cellules identique  
(règle de transition unique)

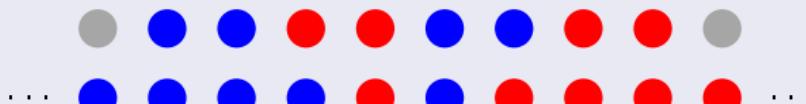
## Diagramme espace-temps



(von Neumann et Ulam 1952)

- *agencement bi-infini de cellules*
- à chaque itération, toutes les cellules changent d'état en fonction des voisines
- mode de fonctionnement des cellules identique  
(règle de transition unique)

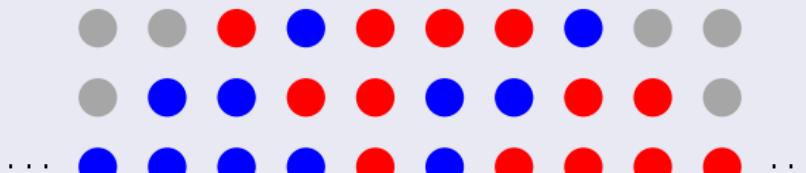
### Diagramme espace-temps



(von Neumann et Ulam 1952)

- *agencement bi-infini de cellules*
  - à chaque itération, toutes les cellules changent d'état en fonction des voisines
  - mode de fonctionnement des cellules identique (règle de transition unique)

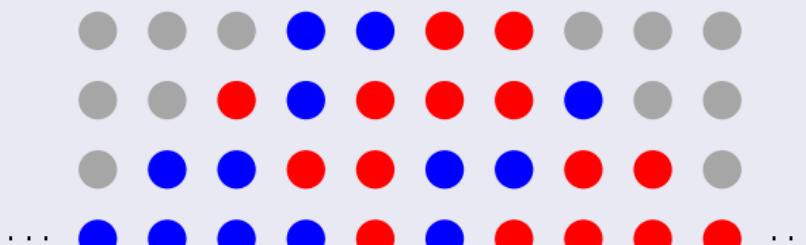
## Diagramme espace-temps



(von Neumann et Ulam 1952)

- *agencement bi-infini de cellules*
- à chaque itération, toutes les cellules changent d'état en fonction des voisines
- mode de fonctionnement des cellules identique  
(règle de transition unique)

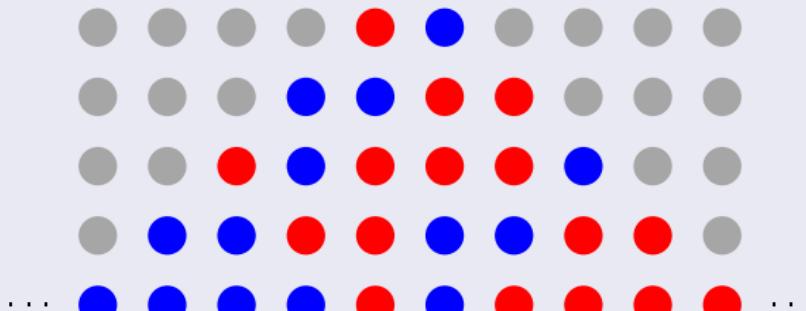
### Diagramme espace-temps



(von Neumann et Ulam 1952)

- *agencement bi-infini de cellules*
- à chaque itération, toutes les cellules changent d'état en fonction des voisines
- mode de fonctionnement des cellules identique  
(règle de transition unique)

### Diagramme espace-temps



## Propriétés

- dynamique uniforme dans le temps et l'espace
- massivement parallèle
- synchronisation forte

## Modélisation

- parallélisme à grain fin
- tout phénomène physique uniforme dans l'espace

## Temps fini

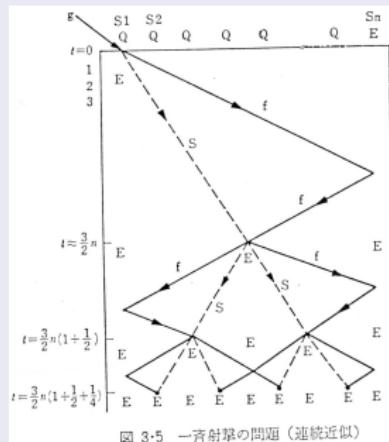
- localement simulable en temps polynomial
- espace hyperbolique : résout SAT en temps polynomial  
(Margenstern and Morita, 2001)

# Problématique propre

## Synchronisation d'une ligne de fusiliers

- un seul général
- pas de communication globale
- interdiction de tirer avant

## Approche récursive (Goto, 1966, Fig. 3+6)



| G  | $s_1$ | $s_2$   | $s_3$ | $s_4$   | $s_5$   | $s_6$ |
|----|-------|---------|-------|---------|---------|-------|
| g  | Q     | Q       | Q     | Q       | Q       | E     |
| 1  | E     | Q2E     | Q     | Q       | Q       | E     |
| 2  | E     | Q1      | Qf    | Q       | Q       | E     |
| 3  | E     | Q&E     | Q     | Qf      | Q       | E     |
| 4  | E     | Q       | Q2    | Q       | Qf      | E     |
| 5  | E     | Q       | Q1    | Q       | Q       | f'Ef  |
| 6  | E     | Q       | Q5    | Q       | f'Q     | E     |
| 7  | E     | Q       | Q     | Q'      | Q       | E     |
| 8  | E     | Q       | Q     | f'S'ESf | f'S'Esf | E     |
| 9  | E     | f'2Q    | E     | E       | f'Qf    | E     |
| 10 | f'Ef  | 1Q      | E     | E       | 1Qf     | f'Ef  |
| 11 | E     | f'S'EST | E     | E       | f'Es    | E     |
| 12 | a'Ea  | E       | a'Ea  | a'Ea    | E       | a'Ea  |
| 13 | F     | F       | F     | F       | F       | F     |

図 3-6 一斉射撃解 (n=6)

# *Unconventional computation* 2 / 2

## géométrie euclidienne et machines à signaux

Jérôme Durand-Lose



Laboratoire d'Informatique Fondamentale d'Orléans  
Université d'Orléans, Orléans, FRANCE



ÉNS Cachan — 2 septembre 2014

- 1 Calcul conventionnel ?
- 2 Calcul infini
- 3 Manipulation des réels
- 4 Natural computing
- 5 Assemblage de tuiles
- 6 Automates cellulaires
- 7 Modèles à base de géométrie euclidienne
- 8 Intuition d'un mode / monde continu
- 9 Formalisation
- 10 Propriétés
- 11 Fractales et calcul fractal
- 12 Hypercalcul

- 1 Calcul conventionnel ?
- 2 Calcul infini
- 3 Manipulation des réels
- 4 Natural computing
- 5 Assemblage de tuiles
- 6 Automates cellulaires
- 7 Modèles à base de géométrie euclidienne
- 8 Intuition d'un mode / monde continu
- 9 Formalisation
- 10 Propriétés
- 11 Fractales et calcul fractal
- 12 Hypercalcul

## Règle et compas (Huckenbeck, 1989)

### Objets

- points, droites, cercles

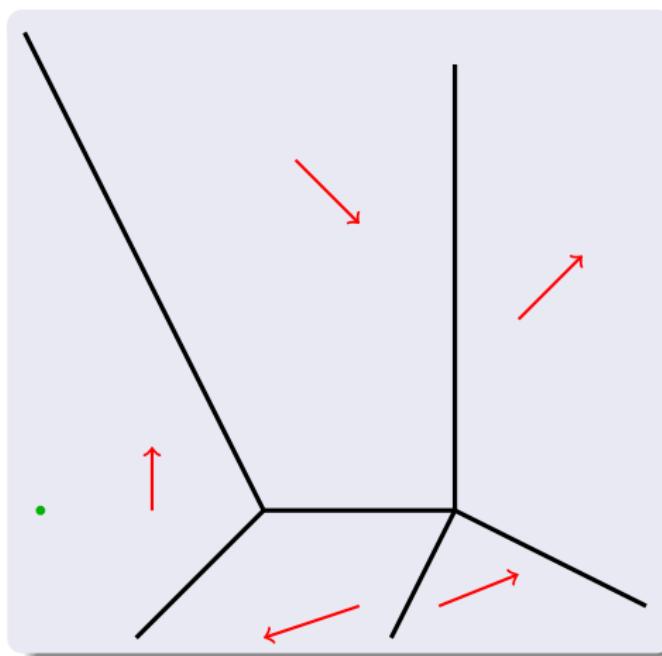
### Primitives

- nouveau point (intersection cercles, droites)
- nouvelle droite
- nouveau cercle
- avoir une intersection ?
- appartenir à ?

### Automates

- basé sur ces primitives

# À dérivée constante par morceau (Asarin and Maler, 1995; Bournez, 1999)



- Régions polygonales
- Vitesse constante par région

## Calculer

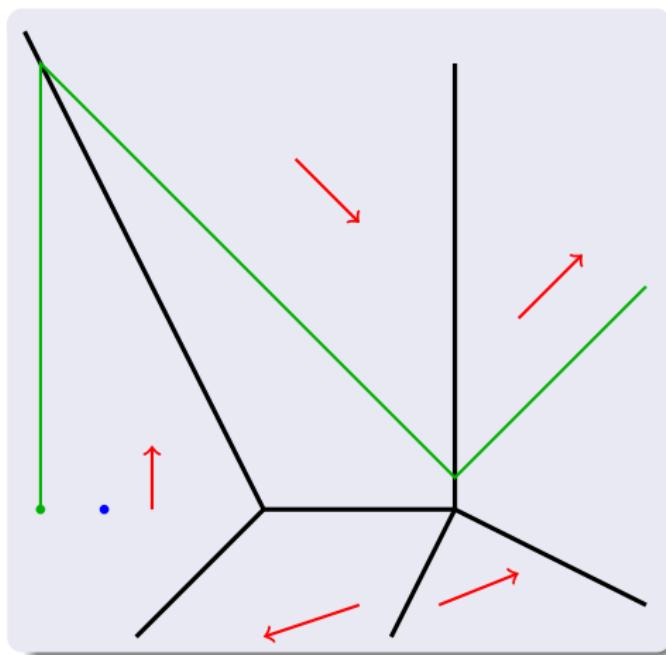
- zone départ
- zone d'arrêt

## Coefficients entiers

- évolution indécidable
- degré d'indécidabilité dépendant dimension



# À dérivée constante par morceau (Asarin and Maler, 1995; Bournez, 1999)



- Régions polygonales
- Vitesse constante par région

## Calculer

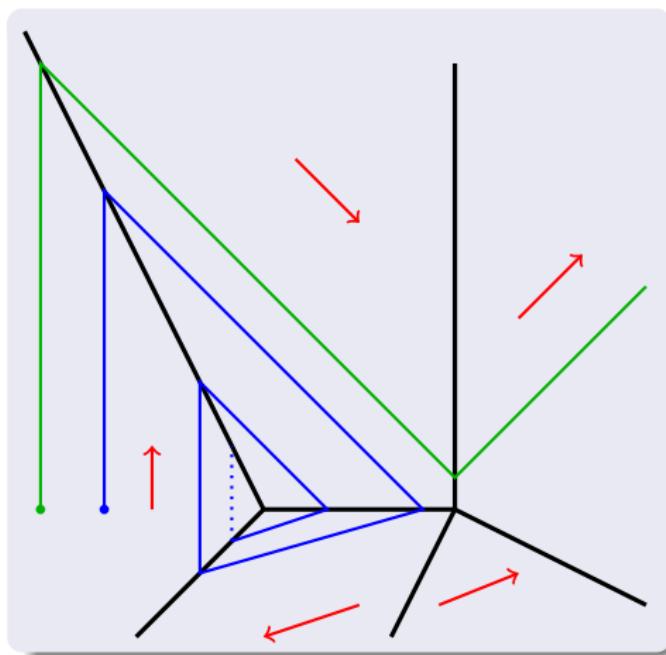
- zone départ
- zone d'arrêt

## Coefficients entiers

- évolution indécidable
- degré d'indécidabilité dépendant dimension



# À dérivée constante par morceau (Asarin and Maler, 1995; Bournez, 1999)



- Régions polygonales
- Vitesse constante par région

## Calculer

- zone départ
- zone d'arrêt

## Coefficients entiers

- évolution indécidable
- degré d'indécidabilité dépendant dimension



# Automate cellulaire et assemblage de tuiles

## D. E.-T. définis par des contraintes

- locales
- discrètes
- (liens pavages)

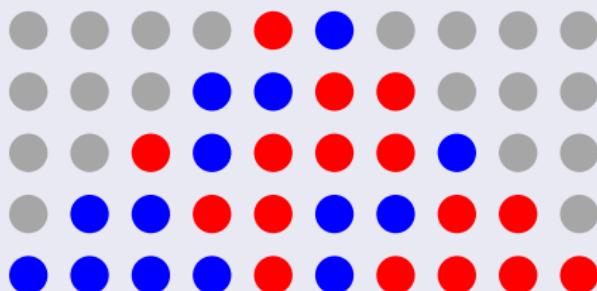
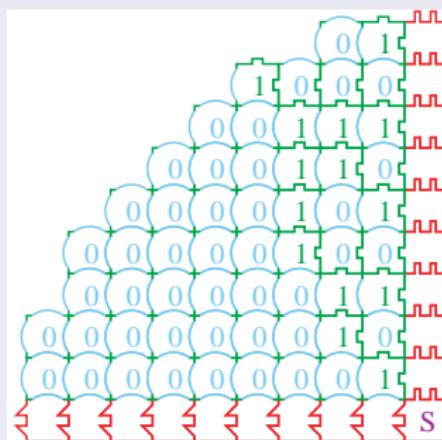
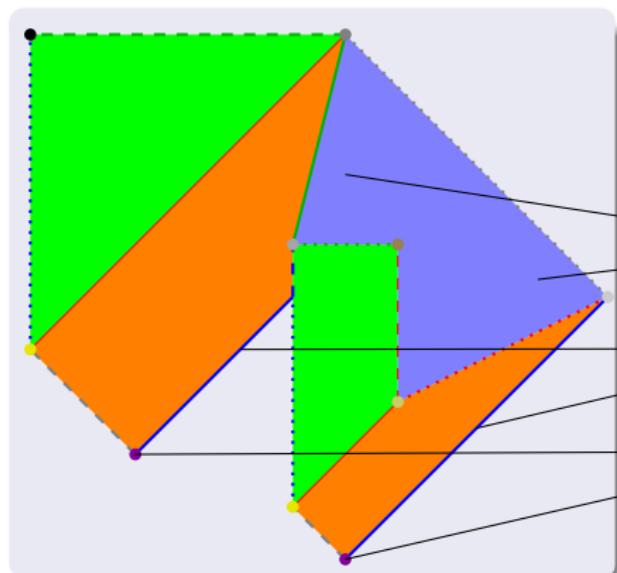


Fig.3

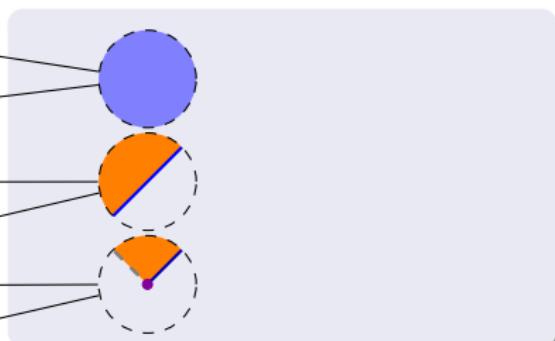


# Automates de Mondrian (Jacopini and Sontacchi, 1990)



Contraintes

- locales
- continues



Une dimension pour le temps

- 1 Calcul conventionnel ?
- 2 Calcul infini
- 3 Manipulation des réels
- 4 Natural computing
- 5 Assemblage de tuiles
- 6 Automates cellulaires
- 7 Modèles à base de géométrie euclidienne
- 8 Intuition d'un mode / monde continu
- 9 Formalisation
- 10 Propriétés
- 11 Fractales et calcul fractal
- 12 Hypercalcul

# Automate cellulaire : utilisation de signaux

## Synchronisation d'une ligne de fusiliers (Goto, 1966)

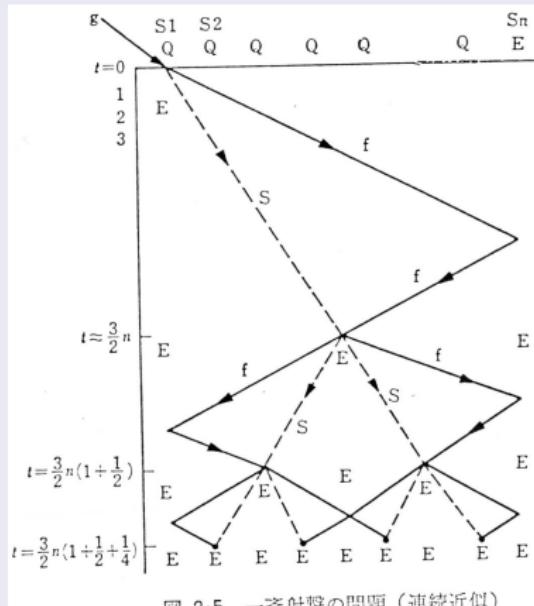


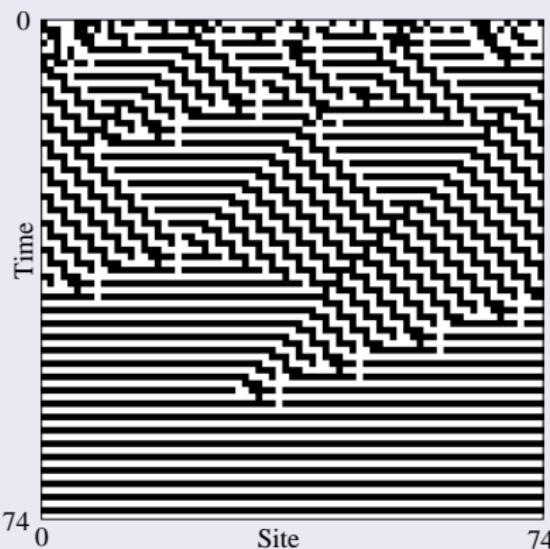
図 3-5 一斉射撃の問題（連続近似）

| G     | $s_1$     | $s_2$     | $s_3$    | $s_4$   | $s_5$     | $s_6$   |
|-------|-----------|-----------|----------|---------|-----------|---------|
| $g$   | Q         | Q         | Q        | Q       | Q         | E       |
| $t=0$ | $f's'Efs$ | Q         | Q        | Q       | Q         | E       |
| 1     | E         | $Q2f$     | Q        | Q       | Q         | E       |
| 2     | E         | $Q1$      | $Qf$     | Q       | Q         | E       |
| 3     | E         | $Q\&$     | $Qf$     | $Qf$    | Q         | E       |
| 4     | E         | Q         | $Q2$     | Q       | $Qf$      | E       |
| 5     | E         | Q         | $Q1$     | Q       | Q         | $f'Esf$ |
| 6     | E         | Q         | $QS$     | Q       | $f'Q$     | E       |
| 7     | E         | Q         | $Q$      | $Q$     | Q         | E       |
| 8     | E         | Q         | $IS'ESI$ | $f'Esf$ | Q         | E       |
| 9     | E         | $f'2Q$    | E        | E       | $Q2f$     | E       |
| 10    | $f'Esf$   | $1Q$      | E        | E       | $Q1$      | $f'Esf$ |
| 11    | E         | $f'S'ESf$ | E        | E       | $f's'Esf$ | E       |
| 12    | $a'Ea$    | E         | $a'Ea$   | $a'Ea$  | E         | $a'Ea$  |
| 13    | F         | F         | F        | F       | F         | F       |

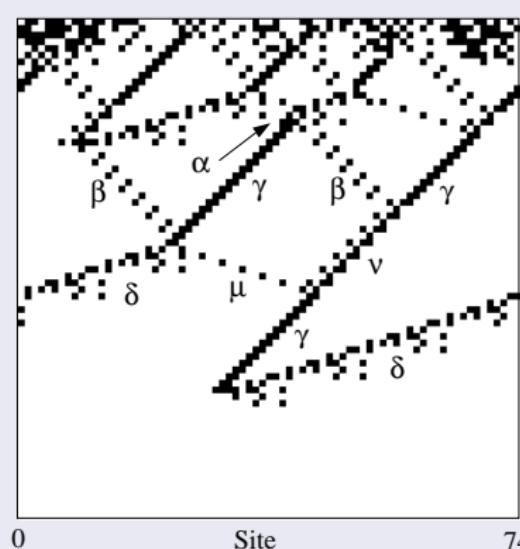
図 3-6 一斉射撃解（n=6）

## Analyse en terme de signaux

Das et al. (1995)



(a) Space-time diagram.



(b) Filtered space-time diagram.

# Conception avec des signaux

Fischer (1965)

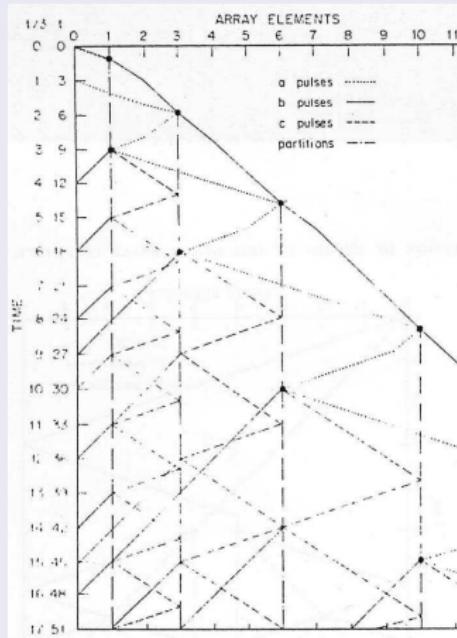
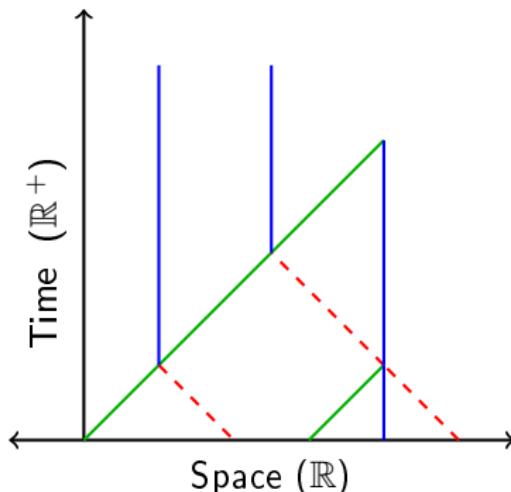
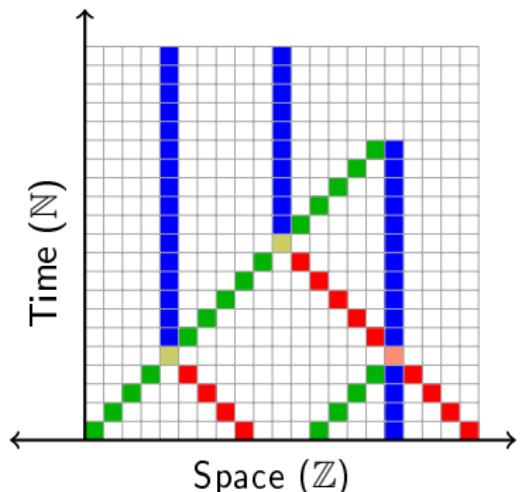


Fig. 2. Solution to the prime problem

- 1 Calcul conventionnel ?
- 2 Calcul infini
- 3 Manipulation des réels
- 4 Natural computing
- 5 Assemblage de tuiles
- 6 Automates cellulaires
- 7 Modèles à base de géométrie euclidienne
- 8 Intuition d'un mode / monde continu
- 9 Formalisation
- 10 Propriétés
- 11 Fractales et calcul fractal
- 12 Hypercalcul

# Signaux



- Signal (meta-signal)
- Collision (règle)

## Vocabulaire et exemple : trouver le milieu

Meta-signaux (vitesse)

M (0)

M |

M |

Règles de collision

## Vocabulaire et exemple : trouver le milieu

### Meta-signaux (vitesse)

M (0)  
div (3)

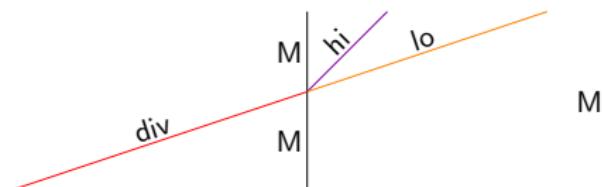


### Règles de collision

# Vocabulaire et exemple : trouver le milieu

## Meta-signaux (vitesse)

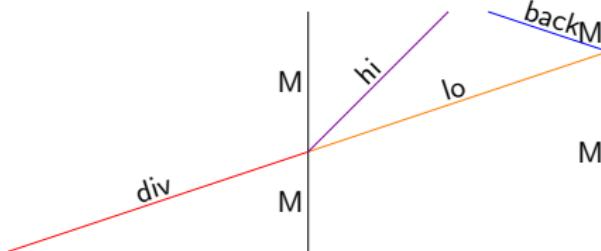
|     |     |
|-----|-----|
| M   | (0) |
| div | (3) |
| hi  | (1) |
| lo  | (3) |



## Règles de collision

$$\{ \text{div}, M \} \rightarrow \{ M, \text{hi}, \text{lo} \}$$

# Vocabulaire et exemple : trouver le milieu



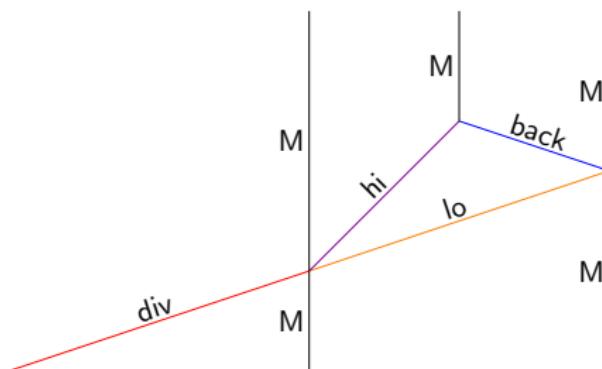
## Meta-signaux (vitesse)

|      |      |
|------|------|
| M    | (0)  |
| div  | (3)  |
| hi   | (1)  |
| lo   | (3)  |
| back | (-3) |

## Règles de collision

$$\begin{aligned}\{ \text{div}, M \} &\rightarrow \{ M, \text{hi}, \text{lo} \} \\ \{ \text{lo}, M \} &\rightarrow \{ \text{back}, M \}\end{aligned}$$

# Vocabulaire et exemple : trouver le milieu



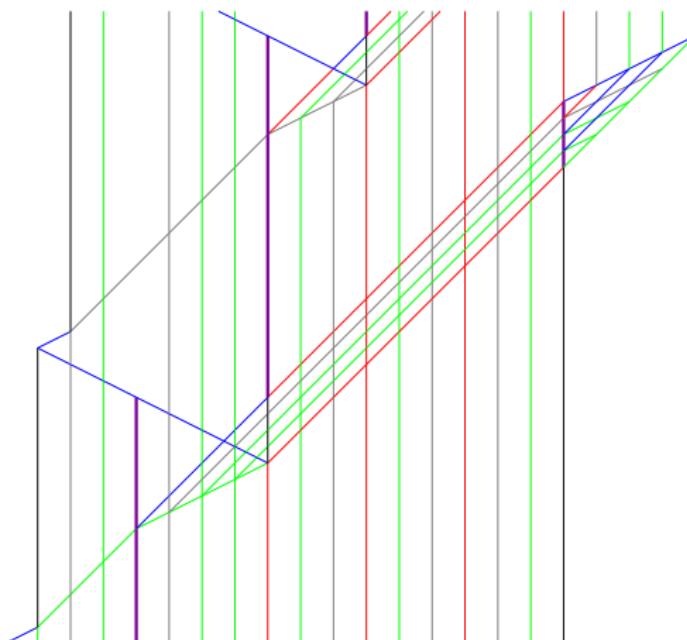
## Meta-signaux (vitesse)

|      |      |
|------|------|
| M    | (0)  |
| div  | (3)  |
| hi   | (1)  |
| lo   | (3)  |
| back | (-3) |

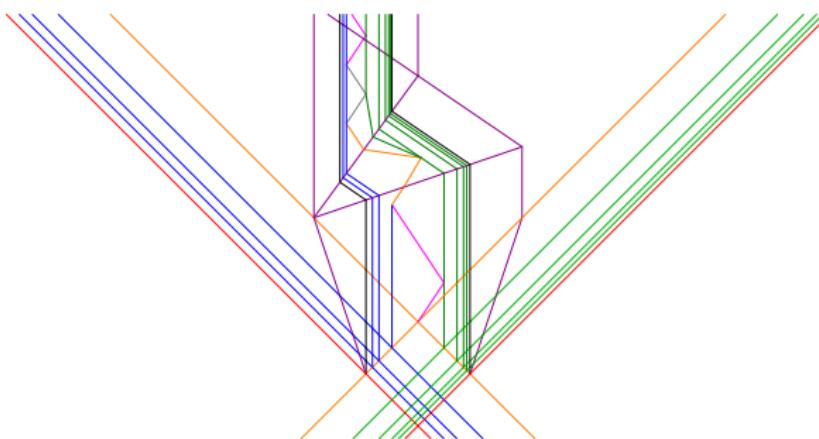
## Règles de collision

- $\{ \text{div}, M \} \rightarrow \{ M, \text{hi}, \text{lo} \}$
- $\{ \text{lo}, M \} \rightarrow \{ \text{back}, M \}$
- $\{ \text{hi}, \text{back} \} \rightarrow \{ M \}$

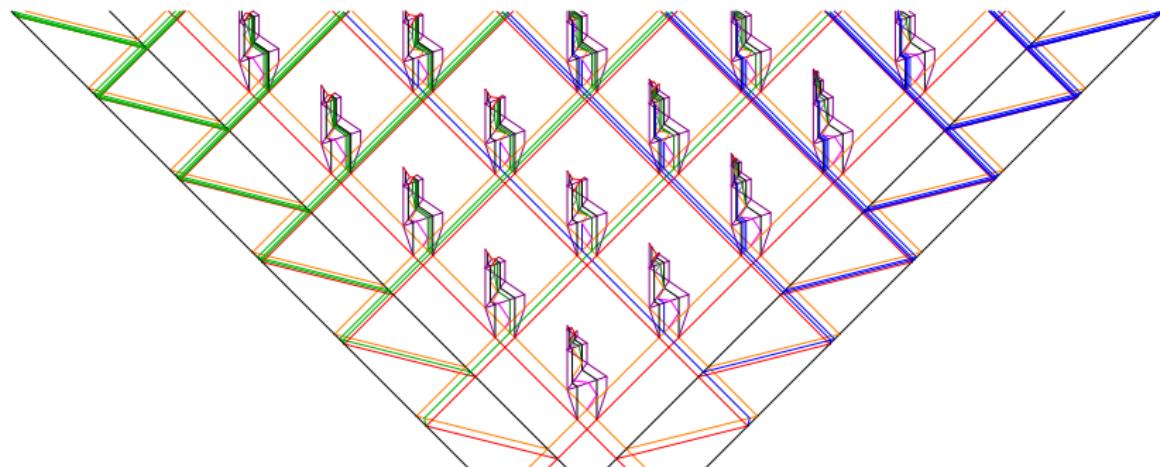
# Dynamique complexe



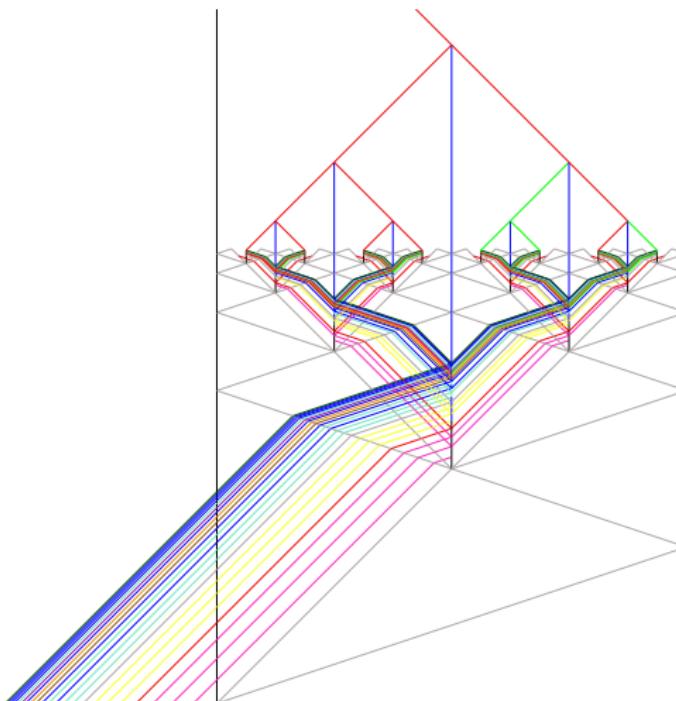
# Dynamique complexe



# Dynamique complexe

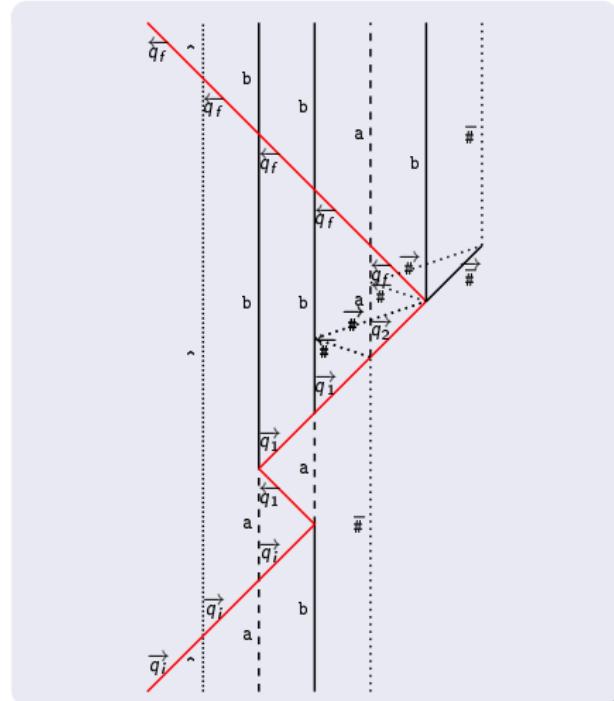
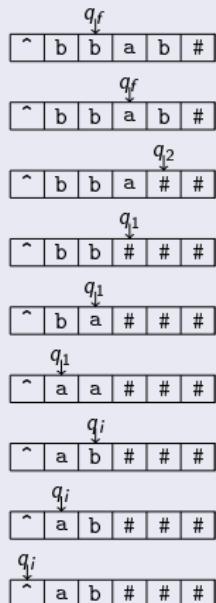


# Dynamique complexe



- 1 Calcul conventionnel ?
- 2 Calcul infini
- 3 Manipulation des réels
- 4 Natural computing
- 5 Assemblage de tuiles
- 6 Automates cellulaires
- 7 Modèles à base de géométrie euclidienne
- 8 Intuition d'un mode / monde continu
- 9 Formalisation
- 10 Propriétés
- 11 Fractales et calcul fractal
- 12 Hypercalcul

# Calcul par simulation d'une machine de Turing



# Dynamique à trois vitesses sur $\mathbb{Q}$ (Becker et al., 2013)

- Vitesses  $\in \mathbb{Q}$
- Positions initiales  $\in \mathbb{Q}$

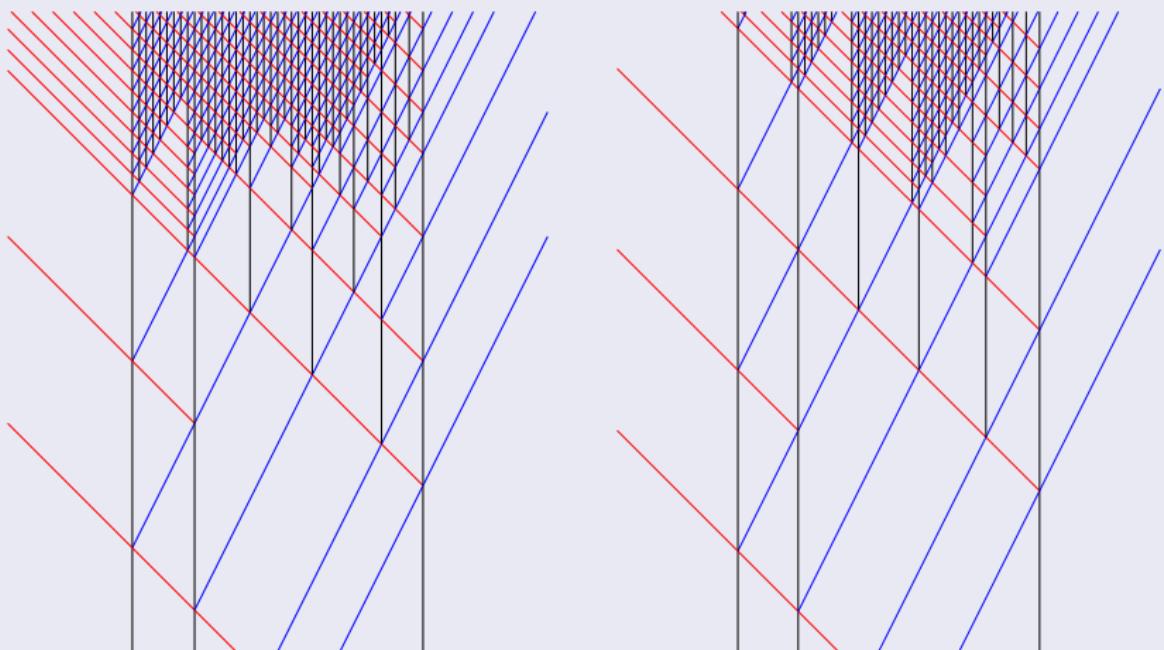
↝ Collisions à coordonnées rationnelles  
(solution d'un système linéaire à deux équations sur  $\mathbb{Q}$ )

## Implanté en Java

- précision exacte (sur  $\mathbb{Q}$ )
- (tonnes de diagrammes espace-temps)

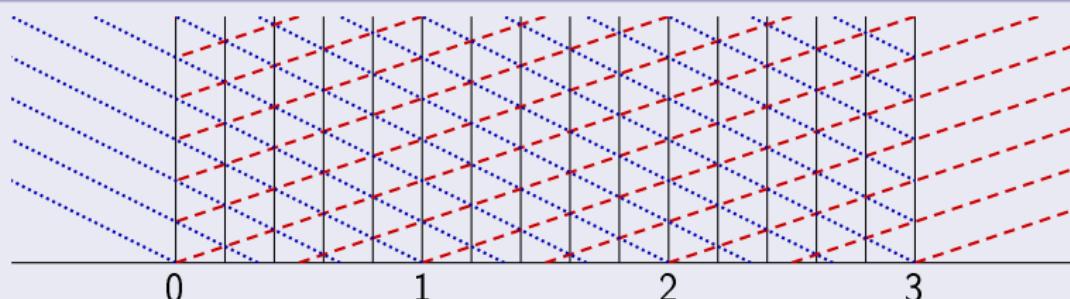
Dynamique à trois vitesses sur  $\mathbb{Q}$  (Becker et al., 2013)

Engendre tout à chaque fois



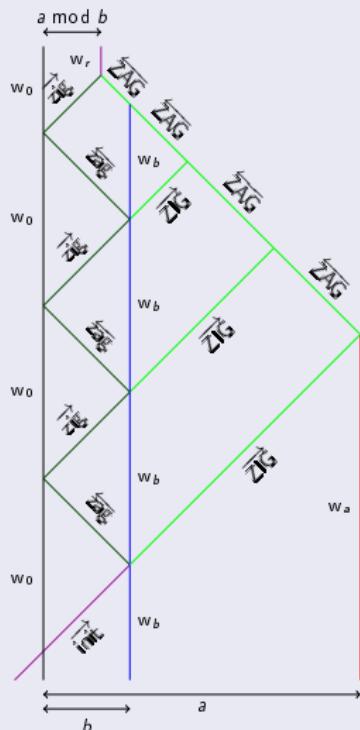
# Dynamique à trois vitesses sur $\mathbb{Q}$ (Becker et al., 2013)

Diagramme inclus dans une grille



- Pas d'accumulation
- Pas de calcul

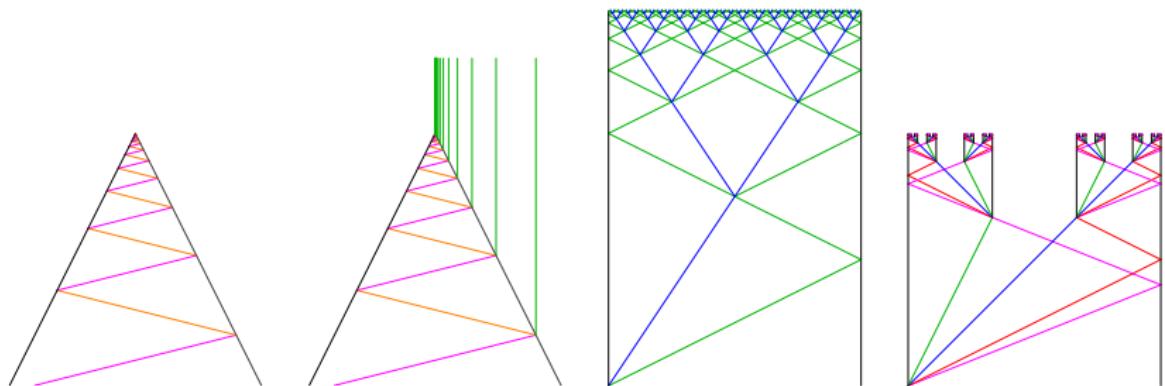
# Algorithme d'Euclide



- calcul du modulo
- ré-itère en changeant les rôles
- pgcd
- pgcd converge (sur les entiers)

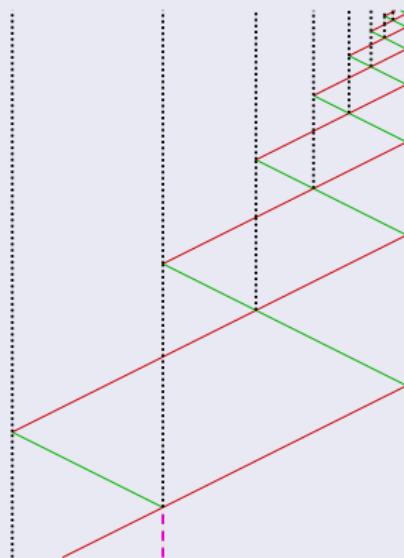
- 1 Calcul conventionnel ?
- 2 Calcul infini
- 3 Manipulation des réels
- 4 Natural computing
- 5 Assemblage de tuiles
- 6 Automates cellulaires
- 7 Modèles à base de géométrie euclidienne
- 8 Intuition d'un mode / monde continu
- 9 Formalisation
- 10 Propriétés
- 11 Fractales et calcul fractal
- 12 Hypercalcul

## Génération de fractales

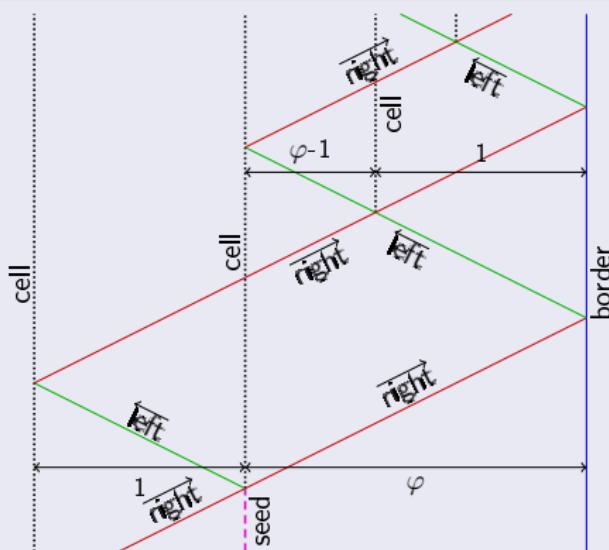


# Génération de fractales

Fractale



Construction

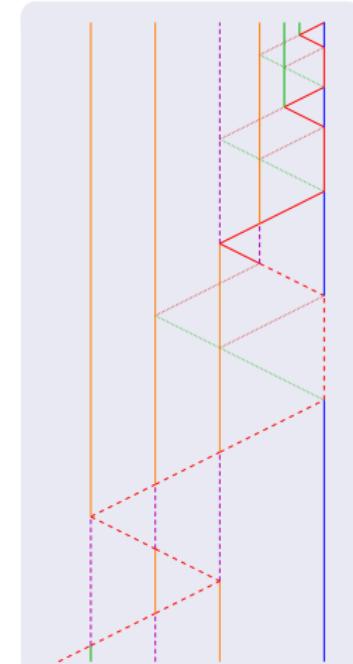
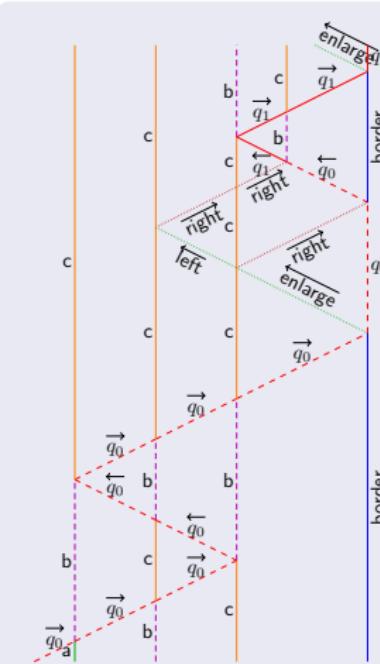


$\varphi$  est le *nombre d'or*

# Calculer avec 3 vitesses ? (Durand-Lose, 2013)

- utiliser la fractale... mais sans l'engendrer

|   |   |   |   |   |       |       |
|---|---|---|---|---|-------|-------|
| c | c | b | c | a | #     | $q_1$ |
| c | c | b | c | # | $q_1$ |       |
| c | c | b | b |   | $q_1$ |       |
| c | c | c | b |   | $q_1$ |       |
| c | c | c | # |   | $q_0$ |       |
| c | c | c |   |   | $q_0$ |       |
| c | c | b |   |   | $q_0$ |       |
| c | b | b |   |   | $q_0$ |       |
| b | b | b |   |   | $q_0$ |       |
| b | c | b |   |   | $q_0$ |       |
| b | c | c |   |   | $q_0$ |       |
| b | b | c |   |   | $q_0$ |       |
| a | b | c |   |   | $q_0$ |       |



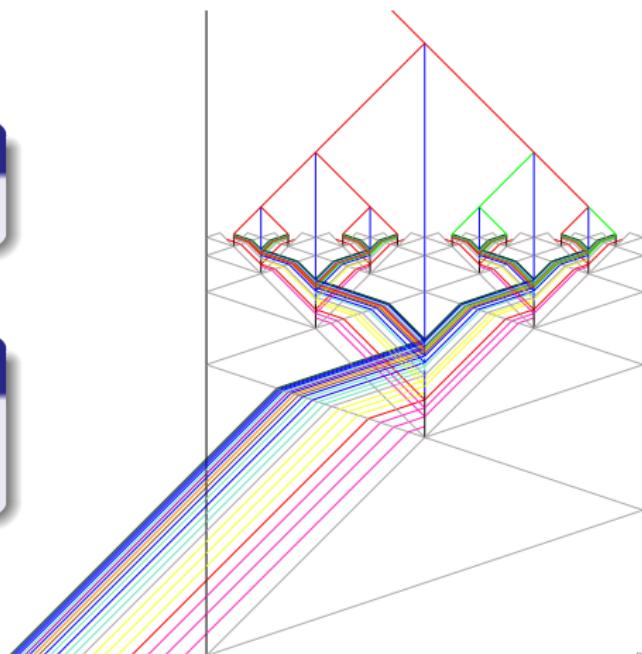
# Satisfaction de formules booléennes quantifiées

QSAT

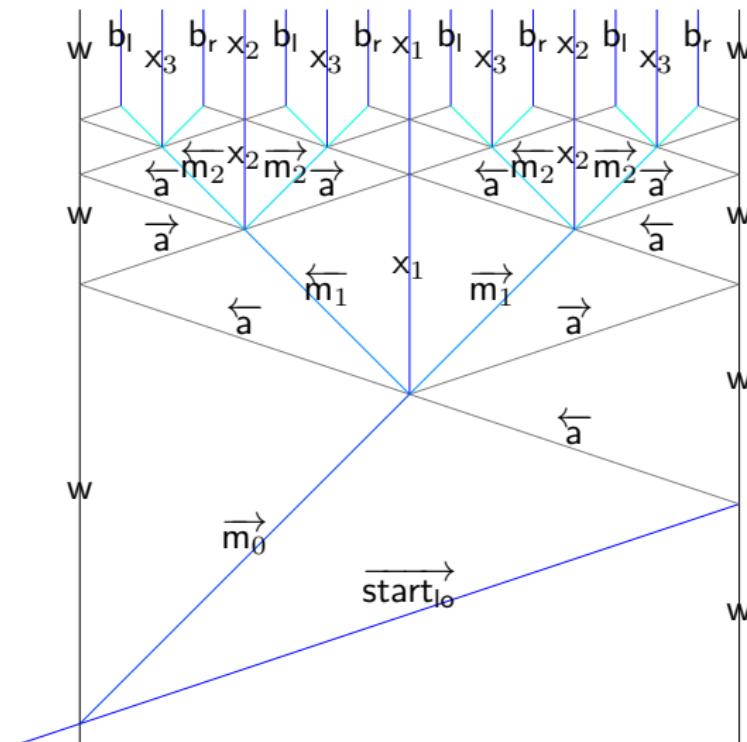
- $\exists x_1 \forall x_2 \forall x_3 x_1 \wedge (\neg x_2 \vee x_3)$

Duchier et al. (2011)

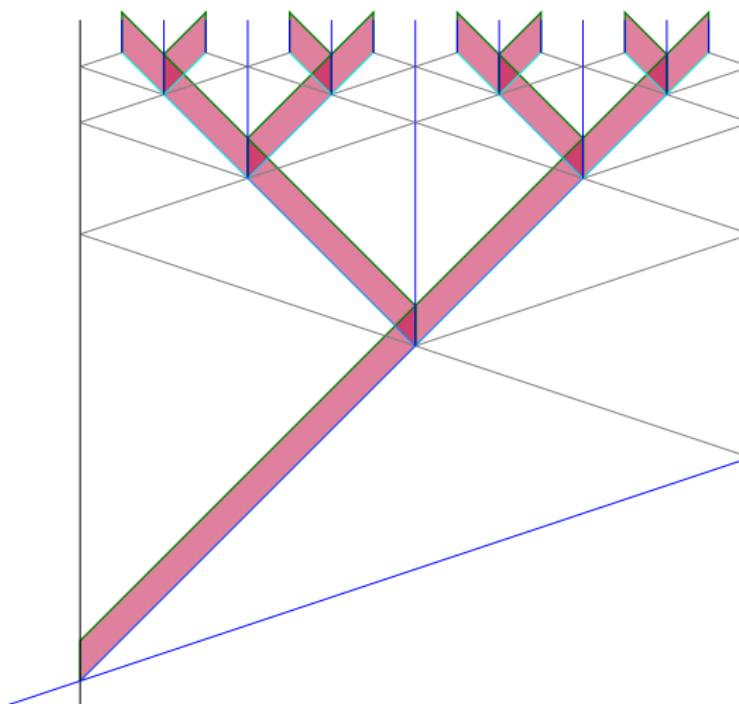
- une formule QSAT  
~~> une machine à signaux



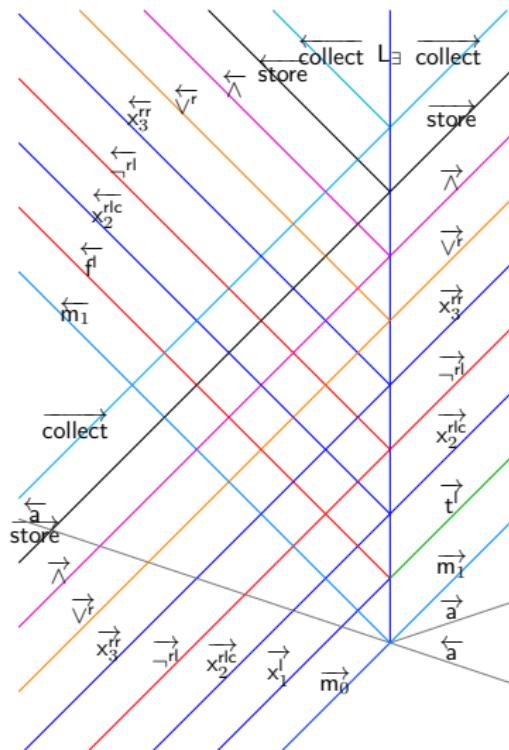
## Création de l'arbre de tous les cas



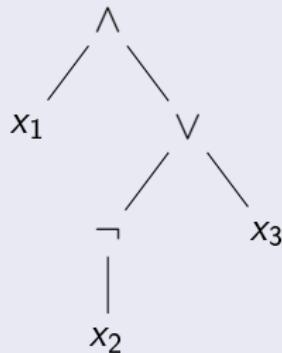
# Propagation dans l'arbre



# Duplication du faisceau

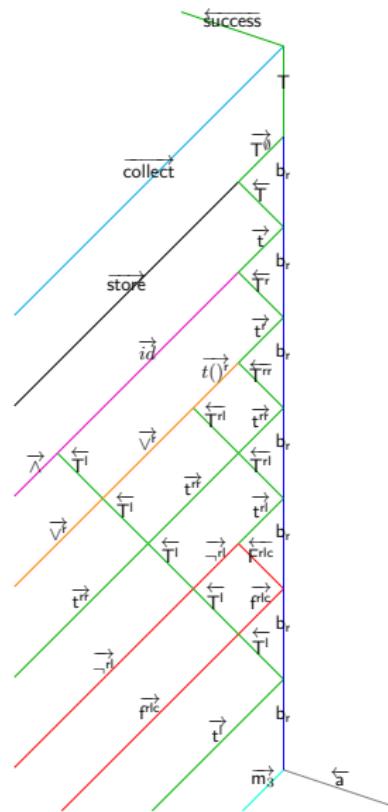


# Évaluation de la formule

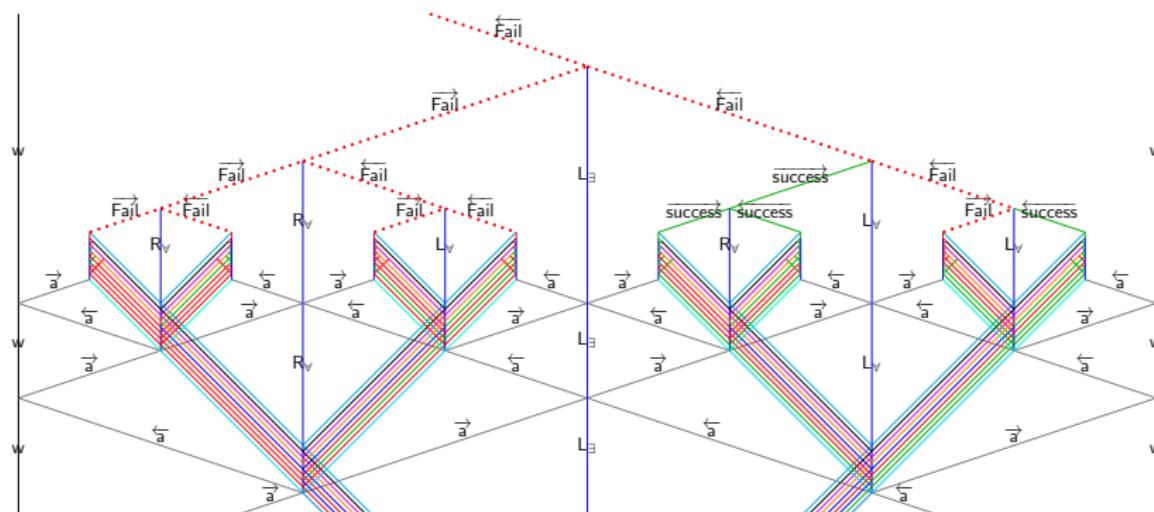


cas :

- $x_1$  vrai
- $x_2$  faux
- $x_3$  vrai



# Agrégation du résultat



## Complexité

- durée constante
- profondeur de collisions quadratique
- largeur de collisions exponentielle

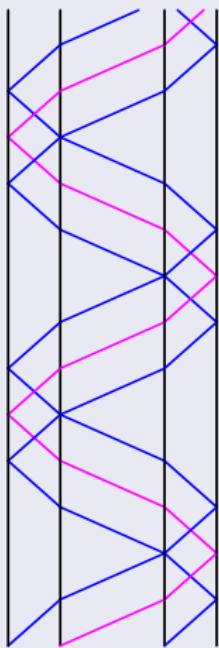
## Machine générique pour QSAT (Duchier et al., 2012)

- formule codée uniquement dans la configuration initiale
- durée constante
- profondeur de collisions cubique
- largeur de collisions exponentielle

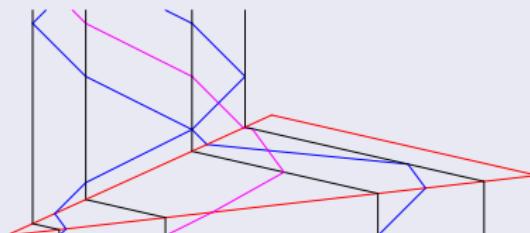
- 1 Calcul conventionnel ?
- 2 Calcul infini
- 3 Manipulation des réels
- 4 Natural computing
- 5 Assemblage de tuiles
- 6 Automates cellulaires
- 7 Modèles à base de géométrie euclidienne
- 8 Intuition d'un mode / monde continu
- 9 Formalisation
- 10 Propriétés
- 11 Fractales et calcul fractal
- 12 Hypercalcul

# Primitives géométriques : accélération et repliement

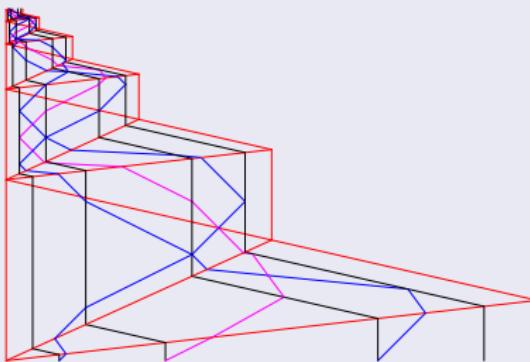
Normal



Réduit



Itéré ~&gt; contracté



# Hypercomputation

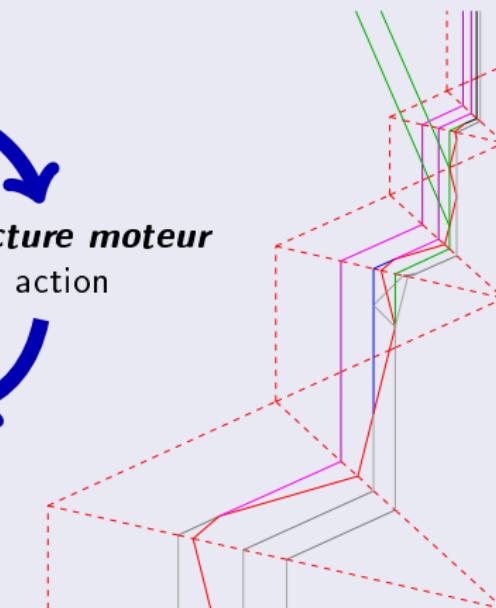
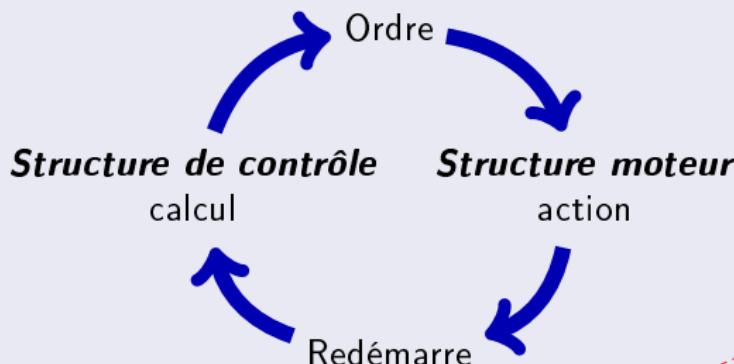
## Contraction de l'espace et du temps

- automatique
- affine par morceau

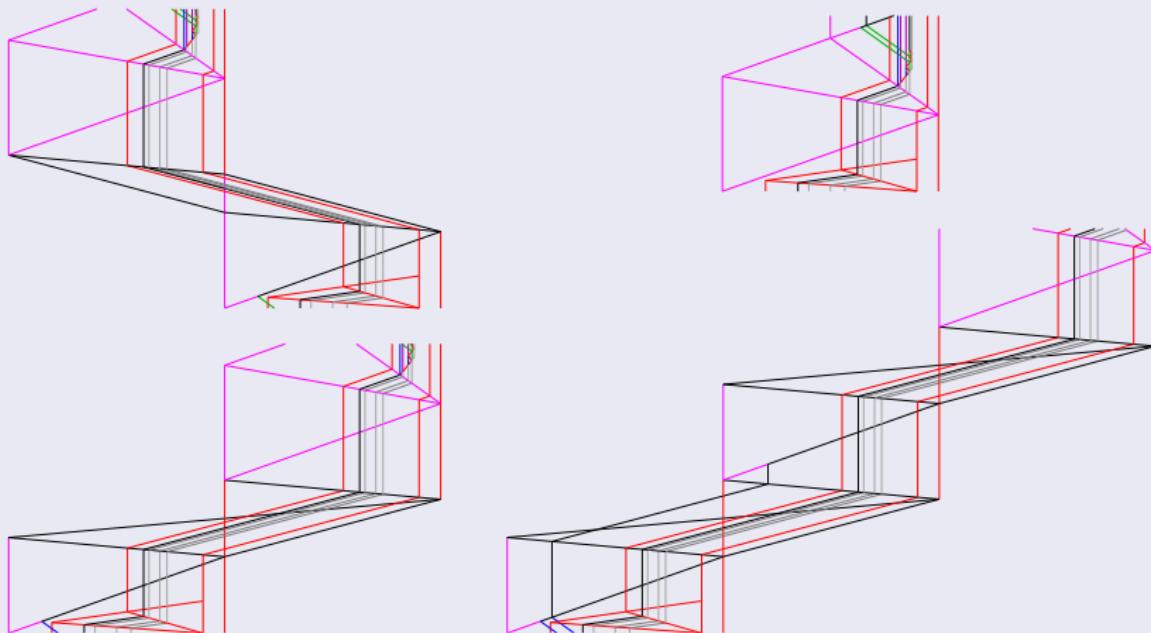
## Deux échelles de calcul différentes

- permet d'observer un calcul infini depuis l'extérieur
- on peut décider la Halte !
- Contractions emboîtées (Durand-Lose, 2009)

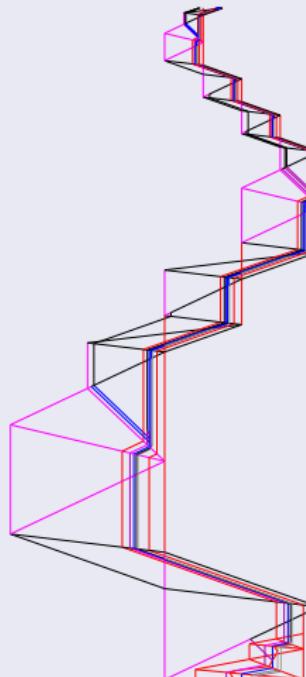
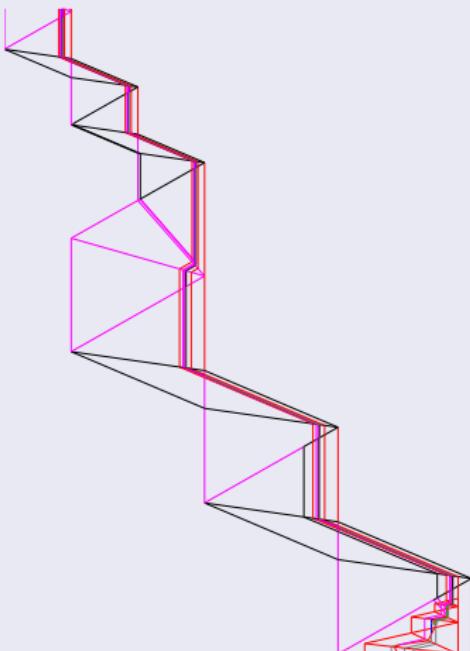
# Dynamiques à deux échelles (Durand-Lose, 2012)



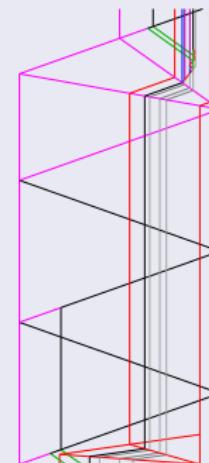
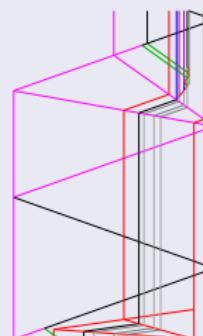
# Déplacements spatiaux



## Choisir le lieu de l'accumulation



## Plus ou moins de retard



- choisir la date de l'accumulation

Les accumulations sont exactement les points à coordonnées

- c.e. dans le temps
- $d$ -c.e. dans l'espace

## Références

### Communautés

- Revues *Unconventional computation* et *Natural computation*
- Conférences *Unconventional computation and Natural computation* mais aussi DNA, Membrane Computing...
- *Physics and computation* workshop
- ...

### Lecture

- Syropoulos (2010) livre où une grande partie des sujets présentés sont abordés
- Rozenberg et al. (2012) *Handbook of Natural Computing*

- 1 Calcul conventionnel ?
- 2 Calcul infini
- 3 Manipulation des réels
- 4 Natural computing
- 5 Assemblage de tuiles
- 6 Automates cellulaires
- 7 Modèles à base de géométrie euclidienne
- 8 Intuition d'un mode / monde continu
- 9 Formalisation
- 10 Propriétés
- 11 Fractales et calcul fractal
- 12 Hypercalcul

- Angluin, D., Aspnes, J., Eisenstat, D., and Ruppert, E. (2007). The computational power of population protocols. *Distributed Computing*, 20(4) :279–304.
- Asarin, E. and Maler, O. (1995). Achilles and the Tortoise climbing up the arithmetical hierarchy. In *FSTTCS '95*, number 1026 in LNCS, pages 471–483.
- Becker, F., Chapelle, M., Durand-Lose, J., Levorato, V., and Senot, M. (2013). Abstract geometrical computation 8: Small machines, accumulations & rationality. Submitted.
- Becker, F., Rémy, E., and Schabanel, N. (2008). Time optimal self-assembly for 2d and 3d shapes : The case of squares and cubes. In Goel, A., Simmel, F. C., and Sosík, P., editors, *DNA Computing, 14th International Meeting on DNA Computing, DNA 14, Prague, Czech Republic, June 2-9, 2008. Revised Selected Papers*, volume 5347 of LNCS, pages 144–155. Springer.
- Blum, L., Cucker, F., Shub, M., and Smale, S. (1998). *Complexity and real computation*. Springer, New York.

- Bournez, O. (1999). Some bounds on the computational power of piecewise constant derivative systems. *Theory Comput. Syst.*, 32(1) :35–67.
- Das, R., Crutchfield, J. P., Mitchell, M., and Hanson, J. E. (1995). Evolving globally synchronized cellular automata. In Eshelman, L. J., editor, *International Conference on Genetic Algorithms '95*, pages 336–343. Morgan Kaufmann.
- Duchier, D., Durand-Lose, J., and Senot, M. (2011). Solving Q-SAT in bounded space and time by geometrical computation. In Ganchev, H., Löwe, B., Normann, D., Soskov, I., and Soskova, M., editors, *Models of computability in context, 7th Int. Conf. Computability in Europe (CiE '11) (abstracts and handout booklet)*, pages 76–86. St. Kliment Ohridski University Press, Sofia University.
- Duchier, D., Durand-Lose, J., and Senot, M. (2012). Computing in the fractal cloud: modular generic solvers for SAT and Q-SAT variants. In Agrawal, M., Cooper, B. S., and Li, A., editors,

- Theory and Applications of Models of Computations (TAMC '12)*, number 7287 in LNCS, pages 435–447. Springer.
- Durand-Lose, J. (2009). Abstract geometrical computation 3: Black holes for classical and analog computing. *Nat. Comput.*, 8(3) :455–472.
- Durand-Lose, J. (2012). Abstract geometrical computation 7: Geometrical accumulations and computably enumerable real numbers. *Nat. Comput.*, 11(4) :609–622. Special issue on Unconv. Comp. '11.
- Durand-Lose, J. (2013). Irrationality is needed to compute with signal machines with only three speeds. In Bonizzoni, P., Brattka, V., and Löwe, B., editors, *CiE '13, The Nature of Computation*, number 7921 in LNCS, pages 108–119. Springer. Invited talk for special session *Computation in nature*.
- Ehrenfeucht, A. and Rozenberg, G. (2010). Reaction systems : a formal framework for processes based on biochemical interactions. *ECEASST*, 26.

- Etesi, G. and Németi, I. (2002). Non-Turing computations via Malament-Hogarth space-times. *Int. J. Theor. Phys.*, 41(2) :341–370.
- Fischer, P. C. (1965). Generation of primes by a one-dimensional real-time iterative array. *J. ACM*, 12(3) :388–394.
- Goliaei, S. and Jalili, S. (2012). An optical solution to the 3-sat problem using wavelength based selectors. *The Journal of Supercomputing*, 62(2) :663–672.
- Goto, E. (1966). Ōtomaton ni kansuru pazuru [Puzzles on automata]. In Kitagawa, T., editor, *Jōhōkagaku eno michi [The Road to information science]*, pages 67–92. Kyoristu Shuppan Publishing Co., Tokyo.
- Hamkins, J. D. (2007). A survey of infinite time Turing machines. In Durand-Lose, J. and Margenstern, M., editors, *Machines, Computations and Universality (MCU '07)*, number 4664 in LNCS, pages 62–71. Springer.

- Hogarth, M. L. (2004). Deciding arithmetic using SAD computers. *Brit. J. Philos. Sci.*, 55 :681–691.
- Huckenbeck, U. (1989). Euclidian geometry in terms of automata theory. *Theoret. Comp. Sci.*, 68(1) :71–87.
- Jacopini, G. and Sontacchi, G. (1990). Reversible parallel computation: an evolving space-model. *Theoret. Comp. Sci.*, 73(1) :1–46.
- Margenstern, M. and Morita, K. (2001). Np problems are tractable in the space of cellular automata in the hyperbolic plane. *Theoret. Comp. Sci.*, 259(1–2) :99–128.
- Moore, C. (1996). Recursion theory on the reals and continuous-time computation. *Theoret. Comp. Sci.*, 162(1) :23–44.
- Naughton, T. J. and Woods, D. (2001). On the computational power of a continuous-space optical model of computation. In Margenstern, M., editor, *Machines, Computations, and Universality (MCU '01)*, volume 2055 of *LNCS*, pages 288–299.

- Păun, G. (2002). *Membrane Computing. An Introduction*. Springer.
- Păun, G., Rozenberg, G., and Salomaa, A. (1998). *DNA Computing*. Springer.
- Rozenberg, G., Bäck, T., and Kok, J. N., editors (2012). *Handbook of Natural Computing*. Springer-Verlag.
- Stannett, M. (2013). Computation and spacetime structure. *IJUC*, 9(1-2) :173–184.
- Syropoulos, A. (2010). *Hypercomputation*. Springer.
- Weihrauch, K. (2000). *Introduction to computable analysis*. Texts in Theoretical computer science. Springer, Berlin.
- Winfree, E. (2000). Algorithmic self-assembly of dna : Theoretical motivations and 2d assembly experiments. *Journal of Biomolecular Structure and Dynamics*, 2(11) :263–270.