

# Sujet de thèse : algorithmes d'énumération pour des éditions de graphes vers des classes structurées

Caroline BROSSE et Ioan TODINCA

LIFO, Université d'Orléans

[\[English version below\]](#)

Candidatures à envoyer au plus tard le 15 mai 2025 à [ioan.todinca@univ-orleans.fr](mailto:ioan.todinca@univ-orleans.fr),  
[caroline.brosse@univ-orleans.fr](mailto:caroline.brosse@univ-orleans.fr)

## 1 Description du sujet

En algorithmique d'énumération, on prend en entrée une donnée  $I$  et on produit en sortie *tous les objets*  $O_1, O_2, \dots, O_{f(I)}$  satisfaisant une certaine condition par rapport à l'entrée. Prenons l'exemple du problème de l'énumération des triangulations minimales d'un graphe. L'entrée est un graphe quelconque  $G = (V, E)$  et on souhaite en sortie toutes ses *triangulations minimales*. Une triangulation minimale de  $G$  est un graphe  $H = (V, E \cup F)$  triangulé (tout cycle d'au moins quatre sommets de  $H$  possède une corde, c-à-d une arête entre deux sommets non consécutifs du cycle), obtenu à partir de  $G$  en ajoutant un ensemble minimal  $F$  d'arêtes. Observons que le nombre de triangulations minimales d'un graphe  $G$  peut être exponentiel en la taille de ce graphe, comme l'illustre le cas où  $G$  est un cycle à  $n$  sommets. Pour répondre à cela, l'algorithmique d'énumération propose plusieurs mesures d'efficacité, notamment en fonction de la taille de la sortie [JYP88]. On peut en dégager une notion de temps d'exécution « par solution », et on recherche alors – le graal – des algorithmes à *délai polynomial*. Ces algorithmes possèdent la propriété que le temps écoulé entre l'obtention de deux éléments de l'ensemble de sortie est borné polynomialement par rapport à la taille de l'entrée.

L'algorithmique d'énumération a connu un essor considérable ces dernières années, avec de nouveaux outils, cf. par exemple [Bro23] pour une introduction. Cela a permis par exemple d'obtenir un algorithme à délai polynomial pour l'énumération des triangulations minimales [BLM22].

Nous proposons de nous intéresser dans cette thèse à des algorithmes d'énumération efficaces pour une famille de problèmes plus générale : les *éditions minimales* de graphes, vers des classes structurées. Considérons une classe de graphes  $\mathcal{G}$  et un graphe quelconque  $G = (V, E)$ . La question informelle est : peut-on modifier « légèrement » le graphe  $G$  afin de le faire appartenir à la classe  $\mathcal{G}$  ? Plus formellement, pour modifier le graphe  $G$  en un graphe  $H \in \mathcal{G}$  on peut considérer plusieurs opérations, notamment (1) l'ajout d'une arête manquante et (2) la suppression d'une arête. Si  $H$  est obtenu uniquement par l'opération d'ajout, on dit qu'il est une *complétion* de  $G$ . On parle de *délétion* si seule l'opération suppression d'arêtes est utilisée, et enfin d'*édition* si l'on autorise les deux. La complétion, délétion et respectivement édition est appelée *minimale* si l'ensemble  $F^+$  d'arêtes manquantes ajoutées, l'ensemble  $F^-$  d'arêtes supprimées, respectivement l'ensemble  $F^+ \cup F^-$  est minimal par inclusion.

Le problème de l'édition minimale a été étudié sous l'angle de l'optimisation (trouver efficacement une édition minimale) pour des classes de graphes  $\mathcal{G}$  telles que les graphes triangulés [BC21] ou les cographes [Cre21]. L'objectif de cette thèse est d'obtenir des algorithmes d'énumération efficaces pour les éditions minimales vers certaines classes de graphes, notamment les cographes et les graphes triangulés, mais les éditions vers d'autres classes plus simples (*split*, *cluster*) sont déjà intéressantes.

Un deuxième objectif sera d'étudier l'énumération des éditions obtenues avec au plus  $k$  modifications, où  $k$  est un paramètre supposé petit. De nombreux résultats d'optimisation permettent d'obtenir de telles éditions vers diverses classes de graphes [DPT23, DPRT22, CM16], voir aussi [CDFG20] pour un article de synthèse. Le but est d'en obtenir les meilleurs algorithmes paramétrés d'énumération, par exemple des algorithmes avec un délai d'énumération FPT (pour *fixed-parameter tractable*), c'est

à dire des délais de type  $f(k)\text{poly}(n)$ , pour les éditions avec au plus  $k$  modifications vers des classes telles que les cographes et les graphes triangulés.

Comme pour tout travail théorique, au-delà de l’obtention de nouveaux algorithmes pour des problèmes spécifiques, nous cherchons à améliorer de façon générale les approches pour l’algorithmique d’énumération.

## 2 Encadrement de la thèse

Le co-encadrement sera effectué de façon équilibrée par I. Todinca et C. Brosse. Habilité à diriger des recherches depuis 2006, I. Todinca a une solide expérience d’encadrement de thèses (7 encadrements et co-encadrements, toutes soutenues, dont 4 depuis 2017). Son domaine d’expertise est l’algorithmique des graphes, notamment l’algorithmique paramétrée. C. Brosse a rejoint l’université d’Orléans en 2024, après une thèse soutenue à l’Université Clermont-Auvergne en 2023, et un post-doc à Nice - Sophia Antipolis. Son expertise porte sur les algorithmes d’énumération et l’algorithmique des graphes. Les deux encadrants ont travaillé sur des problèmes d’éditions de graphes.

La thèse se déroulera au sein de l’équipe *Graphes, algorithmes et modèles de calcul* ([GAMoC](#)) du *Laboratoire d’informatique fondamentale d’Orléans* ([LIFO](#)), en interaction avec les autres collègues.

## Références

- [BC21] Jean R. S. Blair and Christophe Crespelle. On the effectiveness of the incremental approach to minimal chordal edge modification. *Theor. Comput. Sci.*, 888 :1–12, 2021.
- [BLM22] Caroline Brosse, Vincent Limouzy, and Arnaud Mary. Polynomial delay algorithm for minimal chordal completions. In Mikolaj Bojanczyk, Emanuela Merelli, and David P. Woodruff, editors, *49th International Colloquium on Automata, Languages, and Programming, ICALP 2022, July 4-8, 2022, Paris, France*, volume 229 of *LIPIcs*, pages 33 :1–33 :16. Schloss Dagstuhl - Leibniz-Zentrum für Informatik, 2022.
- [Bro23] Caroline Brosse. *Efficient enumeration algorithms for minimal graph completions and deletions. (Algorithmes d’énumération efficaces pour les complétions et délétions minimales de graphes)*. PhD thesis, University of Clermont Auvergne, Clermont-Ferrand, France, 2023.
- [CDFG20] Christophe Crespelle, Pål Grønås Drange, Fedor V. Fomin, and Petr A. Golovach. A survey of parameterized algorithms and the complexity of edge modification. *CoRR*, abs/2001.06867, 2020.
- [CM16] Yixin Cao and Dániel Marx. Chordal editing is fixed-parameter tractable. *Algorithmica*, 75(1) :118–137, 2016.
- [Cre21] Christophe Crespelle. Linear-time minimal cograph editing. In Evripidis Bampis and Aris Pagourtzis, editors, *Fundamentals of Computation Theory - 23rd International Symposium, FCT 2021, Athens, Greece, September 12-15, 2021, Proceedings*, volume 12867 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 176–189. Springer, 2021.
- [DPRT22] Maël Dumas, Anthony Perez, Mathis Rocton, and Ioan Todinca. Polynomial kernels for edge modification problems towards block and strictly chordal graphs. *CoRR*, abs/2201.13140, 2022.
- [DPT23] Maël Dumas, Anthony Perez, and Ioan Todinca. A cubic vertex-kernel for trivially perfect editing. *Algorithmica*, 85(4) :1091–1110, 2023.
- [JYP88] David S Johnson, Mihalis Yannakakis, and Christos H Papadimitriou. On generating all maximal independent sets. *Information Processing Letters*, 27(3) :119–123, 1988.

# PhD thesis subject: enumeration algorithms for graph editing problems towards structured classes

Caroline BROSSE et Ioan TODINCA

April 9, 2025

Send your application by May 15, 2025 to [ioan.todinca@univ-orleans.fr](mailto:ioan.todinca@univ-orleans.fr) and [caroline.brosse@univ-orleans.fr](mailto:caroline.brosse@univ-orleans.fr)

## 1 Description of the subject

The enumeration algorithms are given an input  $I$  and produce output data consisting of *all objects*  $O_1, O_2, \dots, O_{f(I)}$  that satisfy a certain condition with respect to the input. Let's take the example of the problem of enumerating the minimal triangulations of a graph. The input is an arbitrary graph  $G = (V, E)$  and we want to output all its *minimal triangulations*. A minimal triangulation of  $G$  is a triangulated graph  $H = (V, E \cup F)$  (every cycle of at least four vertices of  $H$  has a chord, i.e. an edge between two non-consecutive vertices of the cycle), obtained from  $G$  by adding a minimal set  $F$  of edges. Note that the number of minimal triangulations of a graph  $G$  can be exponential in the size of the graph, as illustrated by the case where  $G$  is a cycle with  $n$  vertices.

To address this, the enumeration algorithms offer several measures of efficiency, particularly in relation to the size of the output [JYP88]. From this we can derive the notion of running time ‘per output solution’, the holy grail of enumeration algorithms being those with polynomial delay. These algorithms have the property that the time elapsed between the obtaining of two elements from the output set is bounded polynomially with respect to the size of the input.

Enumeration algorithms have seen considerable growth in recent years, with new tools, see for example [Bro23] for an introduction. This has made it possible, for example, to obtain a polynomial-time algorithm for enumerating minimal triangulations [BLM22].

In this thesis, we propose to focus on efficient enumeration algorithms for a more general family of problems: the *minimal editing* of graphs, towards structured classes. Consider a class of graphs  $\mathcal{G}$  and an arbitrary graph  $G = (V, E)$ . The informal question is: can we “slightly” modify the graph  $G$  so that it belongs to the class  $\mathcal{G}$ ? More formally, to modify the graph  $G$  into a graph  $H \in \mathcal{G}$  we can consider several operations, in particular (1) the addition of a missing edge and (2) the deletion of an edge. If  $H$  is obtained solely by the addition operation, it is said to be a *completion* of  $G$ . We speak of *deletion* if only the operation of removing edges is used, and finally of *editing* if both are allowed. Completion, deletion and editing, respectively, are called *minimal* if the set  $F^+$  of added missing edges, the set  $F^-$  of deleted edges, respectively the set  $F^+ \cup F^-$  is minimal by inclusion.

The problem of minimal editing has been studied from the point of view of optimisation (finding efficiently a minimal editing) for classes of graphs  $\mathcal{G}$  such as triangulated graphs [BC21] or cographs [Cre21]. The aim of this thesis is to obtain efficient enumeration algorithms for minimal editings towards certain classes of graphs, in particular cographs and triangulated graphs, but editions towards other simpler classes (*split*, *cluster*) are already interesting.

A second objective will be to study the enumeration of editings obtained with at most  $k$  modifications, where  $k$  is a parameter assumed to be small. Numerous optimisation results make it possible to obtain such editions for various classes of graphs [DPT23, DPRT22, CM16], see also [CDFG20] for a survey article. The aim is to obtain the best parameterised enumeration algorithms, for example algorithms with an FPT (fixed-parameter tractable) delay, i.e. delays of the form  $f(k)\text{poly}(n)$  for editings with at most  $k$  modifications to classes such as cographs and triangulated graphs.

As with all theoretical work, beyond obtaining new algorithms for specific problems, we seek to improve approaches to enumerative algorithms in general.

## 2 PhD supervision

The co-supervision will be carried out in a balanced way, 50% for each supervisor. Since his habilitation obtained in 2006, I. Todinca has solid experience in thesis supervision (7 thesis supervisions and co-supervisions, all defended). His area of expertise is graph algorithms, in particular parameterised algorithms. C. Brosse joined the University of Orléans in 2024, after obtaining her thesis at the University of Clermont-Auvergne in 2023, and a post-doc in Nice - Sophia Antipolis. Her expertise is in enumeration algorithms and graph algorithms. The two supervisors have worked on graph editing problems.

The thesis will be prepared within the Graphs, Algorithms and Computation Models (GAMoC) team of the *Laboratoire d'informatique fondamentale d'Orléans (LIFO)*, in interaction with other colleagues.

## References

- [BC21] Jean R. S. Blair and Christophe Crespelle. On the effectiveness of the incremental approach to minimal chordal edge modification. *Theor. Comput. Sci.*, 888:1–12, 2021.
- [BLM22] Caroline Brosse, Vincent Limouzy, and Arnaud Mary. Polynomial delay algorithm for minimal chordal completions. In Mikolaj Bojanczyk, Emanuela Merelli, and David P. Woodruff, editors, *49th International Colloquium on Automata, Languages, and Programming, ICALP 2022, July 4-8, 2022, Paris, France*, volume 229 of *LIPIcs*, pages 33:1–33:16. Schloss Dagstuhl - Leibniz-Zentrum für Informatik, 2022.
- [Bro23] Caroline Brosse. *Efficient enumeration algorithms for minimal graph completions and deletions. (Algorithmes d'énumération efficaces pour les complétions et délétions minimales de graphes)*. PhD thesis, University of Clermont Auvergne, Clermont-Ferrand, France, 2023.
- [CDFG20] Christophe Crespelle, Pål Grønås Drange, Fedor V. Fomin, and Petr A. Golovach. A survey of parameterized algorithms and the complexity of edge modification. *CoRR*, abs/2001.06867, 2020.
- [CM16] Yixin Cao and Dániel Marx. Chordal editing is fixed-parameter tractable. *Algorithmica*, 75(1):118–137, 2016.
- [Cre21] Christophe Crespelle. Linear-time minimal cograph editing. In Evripidis Bampis and Aris Pagourtzis, editors, *Fundamentals of Computation Theory - 23rd International Symposium, FCT 2021, Athens, Greece, September 12-15, 2021, Proceedings*, volume 12867 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 176–189. Springer, 2021.
- [DPRT22] Maël Dumas, Anthony Perez, Mathis Rocton, and Ioan Todinca. Polynomial kernels for edge modification problems towards block and strictly chordal graphs. *CoRR*, abs/2201.13140, 2022.
- [DPT23] Maël Dumas, Anthony Perez, and Ioan Todinca. A cubic vertex-kernel for trivially perfect editing. *Algorithmica*, 85(4):1091–1110, 2023.
- [JYP88] David S Johnson, Mihalis Yannakakis, and Christos H Papadimitriou. On generating all maximal independent sets. *Information Processing Letters*, 27(3):119–123, 1988.