** Avis de Soutenance**

Monsieur Alexis KAGAN

Mathématiques

Soutiendra publiquement ses travaux de thèse intitulés

*Traces de marches aléatoires en milieux aléatoires sur des arbres*

dirigés par Monsieur PIERRE ANDREOLETTI

Ecole doctorale : Mathématiques, Informatique, Physique Théorique et Ingénierie des Systèmes - MIPTIS
Unité de recherche : IDP - Institut Denis Poisson

Soutenance prévue le ***vendredi 30 septembre 2022*** à 10h00
Lieu :   Institut Denis Poisson, Orléans
Salle : Institut Denis Poisson, Orléans

**Composition du jury proposé**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| M. Pierre ANDREOLETTI  | Université d'Orléans  | Directeur de thèse  |
| M. Elie AIDEKON  | Fudan University  | Rapporteur  |
| M. Yueyun HU  | Université Sorbonne Paris Nord  | Rapporteur  |
| M. Romain ABRAHAM  | Université d'Orléans  | Examinateur  |
| M. Shen LIN  | Sorbonne Université  | Examinateur  |
| M. Pascal MAILLARD  | Université Toulouse III - Paul Sabatier  | Examinateur  |

|  |  |
| --- | --- |
| **Mots-clés :**  | Arbres de Bienaymé-Galton-Watson,Marches aléatoires,Potentiel aléatoire branchant,Trace,Généalogie, |

|  |
| --- |
| **Résumé :**   |

Cette thèse est consacrée à l'étude d'une marche aléatoire au plus proche voisin récurrente nulle sur une marche aléatoire branchante $(mathbb{T},(V(x);xinmathbb{T}))$ où $T$ est un arbre de Bienaymé-Galton-Watson sur-critique. Une attention particulière est accordée à sa trace, le sous-arbre $mathcal{R}\_n={X\_0,ldots,X\_n}$ de $T$ des sommets visités par $X$ jusqu'à l'instant $n$. Dans une première partie, nous nous intéressons au volume de certaines traces contraintes à la fois le long des trajectoires de $mathbb{X}$ et le long de celles du potentiel branchant $V$ dans le régime lent cite{HuShi15}. Il s'agit typiquement du nombre de sommets visités au moins $n^b$ (avec $bin[0,1)$) fois par la marche $X$ jusqu'à l'instant $n$ et dont le potentiel $V$ est contraint d'évoluer dans un ensemble donné. Sous quelques hypothèses, certaines naturelles, d'autres plus techniques, nous donnons le comportement quand $n$ tend vers l'infini du volume de ces traces générales, mettant en lumière les interactions entre la marche aléatoire $X$ et son potentiel branchant $V$. Nous exhibons également quelques exemples de traces contraintes nous paraissant pertinents. Un exemple important est celui des potentiels hauts: il s'agit de forcer la marche $mathbb{X}$ à visiter des sommets de potentiel typiquement supérieur à $(log n)^{alpha}$ avec $alphain[1,2)$. Ces sommets sont nombreux à l'instant $n$ (lorsque $n$ tend vers l'infini), de l'ordre de $n^{1-b}e^{-c(log n)^{alpha-1}}$ avec $c>0$. Dans une deuxième partie, nous nous focalisons sur le volume de certains sous-ensembles de $ProdSet{mathcal{R}\_n}{k}=mathcal{R}\_ntimescdotstimesmathcal{R}\_n$, $kgeq 2$, dans le cas de la marche diffusive cite{HuShi10}. Nous supposons que le diamètre $bm{L}\_n-1$ (pour la topologie naturelle sur $ProdSet{T}{k}$) d'un tel sous-ensemble est déterministe et nous montrons que sous une hypothèse d'hérédité, le volume de ce dernier est proportionnel à $(sqrtBis{n}bm{L}\_n)^k$ lorsque $n$ tend vers l'infini. Nous étudions également cette $textrm{guillemotleft constanteguillemotright }$ de proportionnalité, qui est une variable aléatoire non-déterministe, mettant ainsi en lumière les liens entre les différents sommets de $mathcal{R}\_n$. Enfin, nous appliquons ces résultats au fameux problème de généalogie suivant: tirons $kgeq 2$ sommets uniformément et sans remise dans un sous-ensemble de l'arbre $mathcal{R}\_n$. A quoi ressemble leur arbre généalogique? Sous certaines hypothèses portant sur ce sous-ensemble, nous répondons à cette question assez précisément.