

Avis de Soutenance

Madame Sonia BOULAL

Mathématiques

Soutiendra publiquement ses travaux de thèse intitulés

conditionnement et pénalisation d'arbres de galton-watson marqués

dirigés par Monsieur Romain ABRAHAM

Ecole doctorale : Mathématiques, Informatique, Physique Théorique et Ingénierie des Systèmes - MIPTIS

Unité de recherche : IDP - Institut Denis Poisson

Soutenance prévue le **vendredi 21 novembre 2025** à 14h00

Lieu : U.F.R. Sciences et Techniques, Bâtiment EGS, 3 Rue de Chartres, 45100 Orléans

Salle : des thèses

Composition du jury proposé

M. Romain ABRAHAM	Université d'Orléans	Directeur de thèse
M. Cyril MARZOUK	Ecole Polytechnique	Rapporteur
M. Loïc CHAUMONT	Université d'Angers	Rapporteur
M. Pierre DEBS	Université d'Orléans	Co-encadrant de thèse
Mme Eleanor ARCHER	Université Paris Dauphine-PSL	Examinatrice
M. Jean-François DELMAS	École Nationale des Ponts et Chaussées	Examineur
M. Bastien MALLEIN	Université Toulouse III - Paul Sabatier	Examineur

Mots-clés : Arbre de Galton-Watson marqué, Pénalisation, Transformation de Girsanov, Comportement asymptotique, Arbres aléatoires, Conditionnement

Résumé :

Le processus de Galton-Watson est un modèle très simple d'évolution de population où chaque individu se reproduit aléatoirement et indépendamment de tous les autres selon une même loi fixée. Il est connu que dans le cas où le nombre moyen d'enfants par individu est inférieur ou égale à 1 (sous-critique ou critique), la population s'éteint en temps fini presque sûrement. Certains auteurs ont décrit cette population (ou plutôt l'arbre généalogique associé) lorsqu'elle est anormalement grande et ont mis en évidence l'évènement exceptionnel permettant d'obtenir ce comportement particulier. D'un point de vue mathématique, cela consiste à conditionner la loi de l'arbre T par un évènement de la forme $\{A(T)=n\}$ où A est une fonctionnelle de l'arbre T (par exemple, $A(T)$ est la dernière génération survivante, ou bien le nombre total d'individus dans la population,...) et à regarder la limite (en loi) lorsque n tend vers l'infini. Dans un récent travail, Abraham, Bouaziz et Delmas ont considéré d'autres types d'évènements faisant intervenir une source d'aléa supplémentaire. Dans leur article, chaque individu est marqué aléatoirement avec une probabilité dépendant de son nombre d'enfants. Ils ont conditionné par l'évènement "Le nombre d'individus marqués est égal à n ". En utilisant des techniques similaires aux cas classiques, ils ont obtenu la limite en loi de l'arbre conditionné dans le cas critique. Une partie de ma thèse poursuit ce travail pour obtenir des résultats dans le cas sous-critique. Ainsi, j'ai pu décrire la limite en loi de l'arbre marqué dans les cas critique et sous-critique, sous certaines conditions de régularité concernant la loi de reproduction et la loi de marquage. Une deuxième partie de ma thèse consiste à considérer une autre façon d'obtenir des arbres avec un nombre anormal de sommets marqués. Une technique possible est de faire un changement de mesure via une transformation de Girsanov avec une martingale. Afin de trouver une telle martingale, nous avons utilisé une méthode générale appelée pénalisation qui a été introduite par Roynette, Vallois et Yor en 2006 pour le mouvement Brownien. J'ai adapté cette technique dans le cadre des arbres discrets. En effet, j'ai biaisé la loi de l'arbre par une fonction du nombre de marques, qui soit les favorise, soit les défavorise, et j'ai décrit l'arbre obtenu sous cette nouvelle loi. J'ai traité les trois cas possibles, sous-critique, critique et sur-critique (le nombre moyen d'enfants par individu est strictement supérieur à 1). Dans les deux derniers cas, j'obtiens des arbres limites déjà connus, tandis que dans le premier cas, je décris un nouvel arbre, que l'on nommera "arbre à poids". Ce dernier est un arbre multi-type marqué, caractérisé par une notion de masse se transmettant de génération en génération. Il faut noter que, cet arbre n'est pas un arbre de Galton-Watson marqué.